



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



## Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

## Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

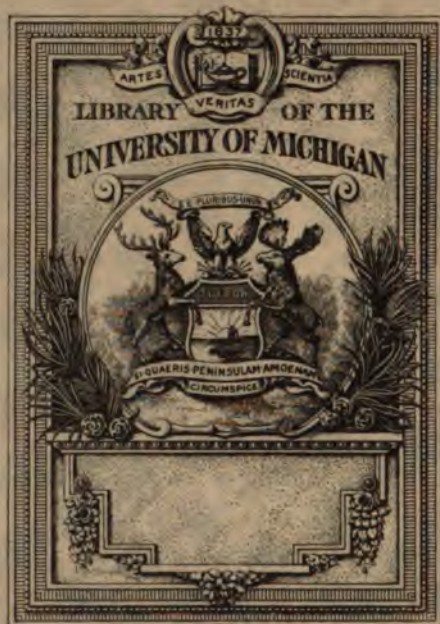
- + *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
- + *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
- + *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
- + *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

## Über Google Buchsuche

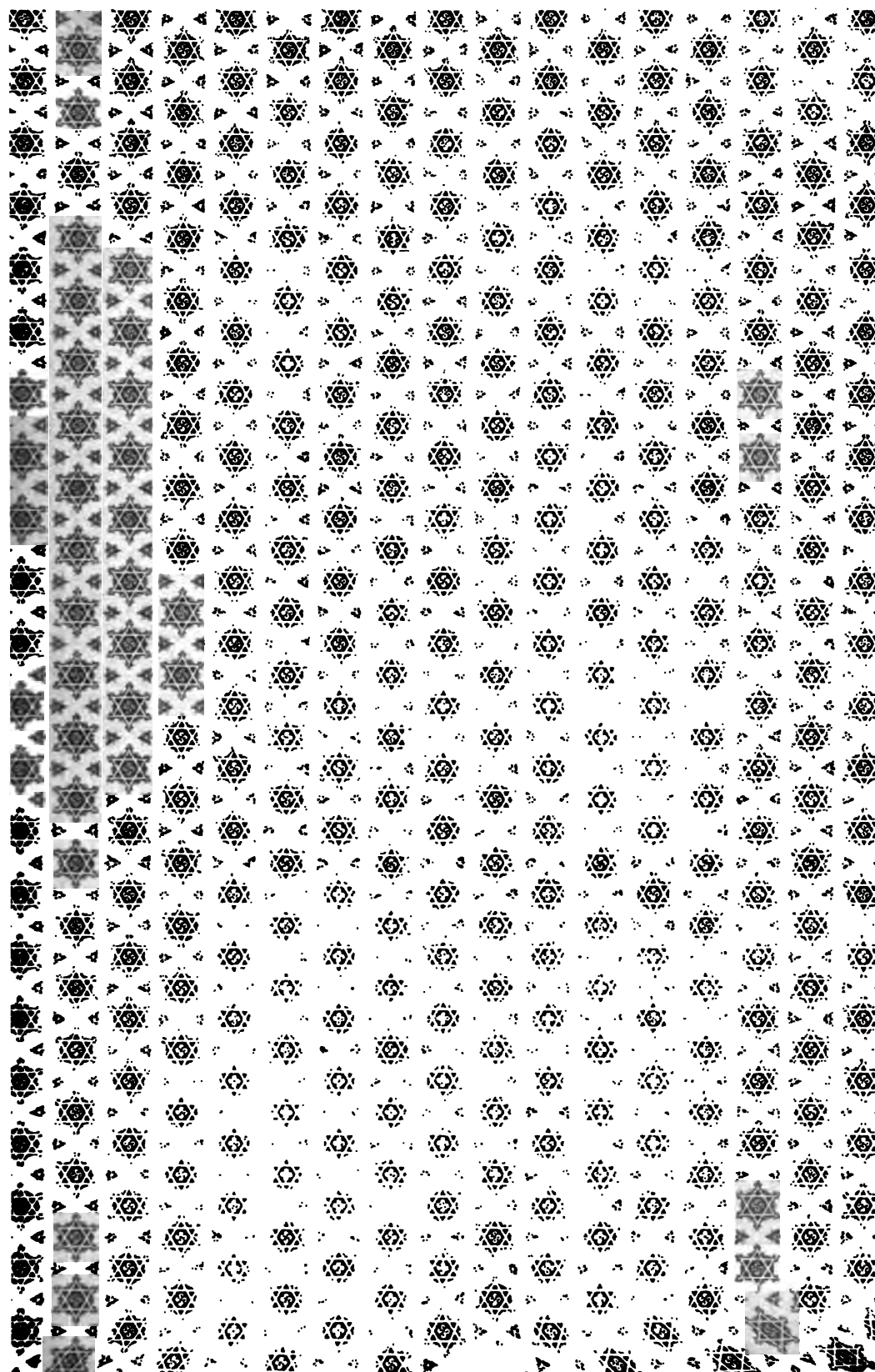
Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter <http://books.google.com> durchsuchen.

B 1,193,921









233  
.K78

=

1'

BEITRÄGE  
ZUR  
PSYCHOLOGIE  
UND  
PHYSIOLOGIE DER SINNESORGANE.

84798

HERMANN VON HELMHOLTZ  
ALS FESTGRUSS  
ZU SEINEM SIEBZIGSTEN GEBURTSTAG  
DARGEBRACHT VON  
TH. W. ENGELMANN, E. JAVAL,  
A. KÖNIG, J. VON KRIES, TH. LIPPS, L. MATTHIESSEN,  
W. PREYER, W. UIITHOFF.

GESAMMELT UND HIERAUSGEGEBEN VON ARTHUR KÖNIG.

HAMBURG UND LEIPZIG  
VERLAG VON LEOPOLD VOSS

1891.



**Alle Rechte vorbehalten.**

*»Ein metaphysischer Schluss ist entweder ein Trugschluss  
oder ein versteckter Erfahrungsschluss.«*

H. VON HELMHOLTZ,

*(Das Denken in der Medicin.)*





## INHALT.

---

	Seite
Über den Ursprung des Zahlbegriffes aus dem Tonsinn und über das Wesen der Primzahlen. Von W. PREYER	I
L'ophtalmométrie clinique. Par E. JAVAL.....	37
Die neueren Fortschritte in unserer Kenntnis von dem optischen Bau des Auges der Wirbeltiere Von L. MATTHIESSEN.....	49
Untersuchungen über das Sehenlernen eines siebenjährigen blindgeborenen und mit Erfolg operierten Knaben. Von W. UHTHOFF.....	113
Beiträge zur Lehre vom Augenmafs. Von J. VON KRIES	173
Über elektrische Vorgänge im Auge bei reflektorischer und direkter Erregung der Gesichtsnerven. Von TH. W. ENGELMANN.....	195
Ästhetische Faktoren der Raumanschauung. Von TH. LIPPS	217
Über den Helligkeitswert der Spektralfarben bei ver- schiedener absoluter Intensität. Von A. KÖNIG....	309

---

*Der Abdruck der Arbeiten erfolgte nach der Reihenfolge des Einganges  
der Manuskripte.*



Über den Ursprung  
des Zahlbegriffs aus dem Tonsinn und über  
das Wesen der Primzahlen.

Von

W. PREYER in Berlin.





Eine Untersuchung des Ursprungs der Zahlen hat mich zu dem Ergebnis geführt, daß dieselben anfänglich nicht durch Addition, sondern durch Vergleichung von Sinneseindrücken, insbesondere von Tonempfindungen entstehen, ehe Begriff und Fähigkeit des Addierens ausgebildet sind.

Es ist eine Thatsache, daß alle Begriffe durch die Sinne zu stande kommen. Wieviel die Erbllichkeit dazu beiträgt, die Entstehung eines Begriffs zu ermöglichen, muß im einzelnen Falle untersucht werden; daß sie allein keinen einzigen Begriff zeitigt, steht fest. Es muß irgend ein Sinneseindruck notwendig da sein, ehe irgend ein Begriff entstehen kann.

Was für alle Begriffe gilt, gilt auch für den Zahlbegriff, also den Grundbegriff der Arithmetik.

Die Arithmetik ist die Wissenschaft der reinen Zeit, wie die Geometrie die des reinen Raumes.

Nun hat man schon oft das Ohr als das Organ des Zeitsinnes und das Auge als das Organ des Raumsinnes bezeichnet, auch die Entwicklung des Raumsinnes mit der Entwicklung des Sehsinnes in mancherlei Beziehung gebracht, nicht aber die Entwicklung des Zeitsinnes methodisch von der Entwicklung des Hörsinnes abgeleitet.

Wenn man die Zeit als eine unidimensionale Mannigfaltigkeit, in GRASSMANN'S Ausdrucksweise als ein Punktgebiet (oder Elementargebiet) zweiter Stufe betrachtet, worin die Zeitpunkte ihre Elemente, die Zeiträume Strecken sind, so sind letztere Zahlen.

Wie kann aber ein Mensch, der noch keinen Begriff von Zeit hat, zu dem Begriffe der Zahl kommen?

Ich bin — hauptsächlich durch die eingehende Beobachtung kleiner Kinder, welche sprechen lernen, und durch das Verlangen, die von mir sicher festgestellte fundamentale Leistung des Kindergehirns zu verstehen, welches Sachen zählt und schätzt ohne Kenntnis der Zahlen — dazu gekommen, die gewöhnliche Meinung, als wenn die Reihe der positiven ganzen Zahlen ursprünglich durch Addition der 1 zur 1 entstanden wäre, für unrichtig zu halten. Eine solche Hypothese setzt schon die Kenntnis einer Zahl, nämlich der 2, und die Kenntnis einer Methode, nämlich des Addierens, voraus. Diese müssen beide erst erworben werden. Es fragt sich, wodurch erworben?

Die Antwort, zu der ich gelangte, besagt, daß die Zahlbegriffe normalerweise in erster Linie durch das Hören und Vergleichen von Tönen entstehen und dann durch das Sehen und Tasten befestigt werden.

Diejenigen Intervallempfindungen, welche durch die den Konsonanzen allein eigenen Lustgefühle vor allen anderen bevorzugt sind, weil sie sich nicht voneinander ableiten lassen, erregen schon in der frühesten Kindheit und bei unzivilisierten Völkern besonders stark die Aufmerksamkeit: die Prime ( $1/1$ ), die Oktave ( $2/1$ ) und die Quinte ( $1^{1/2}$ ); die grosse Terz ( $1^{1/4}$ ) und die natürliche Septime ( $1^{3/4}$ ) reihen sich an.

Die übrigen konsonierenden Intervalle sind von diesen abgeleitet. Die Quarte ( $4/3$ ) entsteht aus der Umkehrung der Quinte ( $3/2$ ) mittelst der Oktave, die kleine Sexte ( $8/5$ ) ebenso aus der Umkehrung der grossen Terz ( $5/4$ ), die grosse Sexte



( $\frac{5}{3}$ ) aus der Quarte der letzteren ( $\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{3}$ ), die kleine Terz ( $\frac{6}{5}$ ) aus der Umkehrung der großen Sexte mittelst der Oktave, die Duodecime ( $\frac{3}{1}$ ) aus der Quinte der Oktave, die Doppeloktave ( $\frac{4}{1}$ ) aus letzterer u. s. w. Die große Terz kann ebenfalls auf volle Ursprünglichkeit keinen Anspruch machen, da sie sich zwischen die viel früher empfundene Prime und Quinte mitten hineinschiebt:  $(\frac{2}{2} + \frac{3}{2})/2 = \frac{5}{4}$ . Die Septime desgleichen. Sie tritt zwischen die Quinte und Oktave mitten hinein:  $(\frac{3}{2} + \frac{4}{2})/2 = \frac{7}{4}$ .

In der natürlichen Tonreihe

$$\begin{array}{cccccccccccccccccccc} C & C & G & c & e & g & i & \bar{c} & \bar{d} & \bar{e} & \bar{k} & \bar{g} & \bar{l} & \bar{i} & \bar{h} & \bar{c} & \bar{m} & \bar{d} & \bar{n} & \bar{e} \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & . & 12 & . & 14 & 15 & 16 & . & 18 & . & 20 \end{array}$$

entstehen alle in der Musik und beim gewöhnlichen Gesang gebräuchlichen Töne aus dem Grundton (zum Beispiel  $C$ ) durch die Oktave ( $C$ ), die Quinte ( $G$ ), die große Terz ( $e$ ) und die natürliche Septime ( $i$ ). Mittelst der Primenerkennung wird jeder Ton wiedererkannt. Nur durch diese immer wiederkehrenden Intervalle entstehen die  $c, \bar{c}, \bar{\bar{c}}, \bar{\bar{\bar{c}}}$  . . . als Oktaven aus dem Grundton, die  $g, \bar{g}, \bar{\bar{g}}, \bar{\bar{\bar{g}}}$  . . . als Oktaven aus der Quinte  $G$  des Grundtons  $C$  und zugleich als Quinten der Oktaven des Grundtons, die  $\bar{e}, \bar{\bar{e}}, \bar{\bar{\bar{e}}}$  . . . als Oktaven der großen Terz des Grundtons  $c$  und zugleich als große Terzen der  $\bar{c}, \bar{\bar{c}}, \bar{\bar{\bar{c}}}$  . . . , die  $\bar{i}, \bar{\bar{i}}, \bar{\bar{\bar{i}}}$  . . . als Oktaven der Septime  $i$  des Grundtons  $c$  und als Septimen der  $\bar{c}, \bar{\bar{c}}, \bar{\bar{\bar{c}}}$  . . . , die  $\bar{\bar{d}}, \bar{\bar{\bar{d}}}, \bar{\bar{\bar{\bar{d}}}}$  . . . als Oktaven der Quinten der  $g, \bar{g}, \bar{\bar{g}}$  . . . und als Quinten der Oktaven der Quinten von  $c$ . Das  $\bar{h}$  ist die Quinte des  $\bar{e}$ , das  $\bar{\bar{g}}^{is}$  (25) die große Terz des  $\bar{e}$  u. s. w.

Eine entsprechende arithmetische Reihe von Teiltönen liefert bekanntlich jeder beliebige Ton, z. B.:

$$\begin{array}{cccccccccccccccccccc} \bar{\bar{F}} & \bar{\bar{F}} & C & F & A & c & . & f & g & a & . & \bar{c} & . & 2.7 & \bar{e} & \bar{f} & . & \bar{g} & . & \bar{a} \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \end{array}$$

Alle anderen Konsonanzen, aufser den vier, sind für die Entwicklung der harmonischen Obertöne aus dem Grundton überflüssig. Sie liefern keine neuen Töne, sondern verstärken oder reproduzieren die vorhandenen. Diese erwecken nun Gefühle, welche durch solche Verstärkung der Intervallempfindungen sich bei der Wiederholung immer bestimmter und feiner ausbilden.

Die Anzahl der Tonschwingungen in der Luft und der Schwingungen der Hörnervenfasern im Ohre ist nach den Untersuchungen des Herrn VON HELMHOLTZ identisch. Es kann damit die Schwingungszahl der Protoplasmafäden in der Hörsphäre des Gehirns übereinstimmen, wenn der Ton empfunden oder ein Intervall beurteilt wird. Dann wäre schon die Möglichkeit eines unbewussten Zählens oder Schätzens ohne Zahlbegriff vorhanden, und die kleinen ganzen Zahlen wären Namen für die befriedigendsten Tonintervallgefühle. Die für das Empfinden des stufenweisen gleichmäßigen Fortschreitens in der Tonreihe sehr merklichen Lücken, welche entstehen, wenn nur die harmonischen Teiltöne, also z. B. die obige Reihe ohne die Töne *i, k, l, m, n, o, p*, gehört werden, entsprechen den Primzahlen 7, 11, 13, 17, 19, während die ersteren den geraden Zahlen — man kann sagen, den Oktavenzahlen — und den durch 3 teilbaren ungeraden Quintenzahlen entsprechen. Beide zusammen liefern im Verein mit den (stets durch 5 teilbaren) Terzenzahlen die Gesamtheit der harmonischen Teiltonzahlen. Jene die Lücken ausfüllenden Töne aber sollen Primzahlentöne heißen. Über die Hörbarkeit derselben, namentlich der Töne *i, k, l, m, n, o* bei Stimmgabeln, habe ich viele Versuche angestellt und in meiner Schrift »*Akustische Untersuchungen*« (Jena 1879) beschrieben, auch die Zuverlässigkeit und Empfindlichkeit des Intervallensinnes experimentell nachgewiesen, wie aus meiner Abhandlung »*Über die Grenzen der Tonwahrnehmung*« (Jena 1876) zu ersehen.

Die Eigenartigkeit der Primzahlentöne, welche nicht allein wahrnehmbar sind, sondern auch in manchen Volksweisen unterschieden werden, macht es nun sehr wahrscheinlich (im Hinblick auf den sinnlichen Ursprung aller Begriffe, selbst der abstraktesten, und wegen der Unmöglichkeit, ein anderes Sinnesgebiet als das Gehör für die Entstehung der Primzahlen mit annähernd derselben Wahrscheinlichkeit zu verwerten), daß die Begriffe der kleinen ganzen Zahlen und der ersten Primzahlen aus den Intervallempfindungen und den Lücken in der Reihe der (durch sie in der unendlichen Anzahl von Tönen bevorzugten) harmonischen Tonempfindungen sich gebildet haben.

Wenn das kindliche Gehör so weit ausgebildet ist, daß ein einzelner Ton deutlich aufgefaßt, also bestimmt von allen übrigen Schalleindrücken unterschieden wird, dann bethätigt sich schon die Funktion des Vergleichens, dann wird auch unter den unendlich vielen sonstigen Hörnervenreizen derjenige bei weitem am leichtesten und stärksten die Aufmerksamkeit wachrufen und anspannen, welcher mit jenem das befriedigendste Gefühl des Wohlklanges giebt, das heißt die Oktave, und zugleich als eine eigentümliche Art der Wiederholung, die doch anders ist und mehr befriedigt, als die Prime, sich dem Gedächtnis einprägen. Unter allen übrigen Tönen giebt es nur noch einen, der in dieser Hinsicht dem Oktaventon gleichsteht, nämlich die Quinte desselben. Deren Wohlklang und Abstand von den beiden zur Oktavenempfindung erforderlichen Tönen ist so charakteristisch, daß es natürlich erscheint, wenn die Quinte bei allen Völkern zu allen Zeiten nächst der Oktave vor allen anderen Tonintervallen den Vorrang inne hat. Von ihr den gleichen absoluten Abstand, wie sie selbst von der Oktave, hat dann in der Empfindung die Doppeloktave.

Nun muß der Ton, welcher deutlich für sich und als von allen anderen verschieden empfunden wird, in irgend

•

Alle anderen Konsonanzen, außer den vier, sind für die Entwicklung der harmonischen Obertöne aus dem Grundton überflüssig. Sie liefern keine neuen Töne, sondern verstärken oder reproduzieren die vorhandenen. Diese erwecken nun Gefühle, welche durch solche Verstärkung der Intervallempfindungen sich bei der Wiederholung immer bestimmter und feiner ausbilden.

Die Anzahl der Tonschwingungen in der Luft und der Schwingungen der Hörnervenfaser im Ohre ist nach den Untersuchungen des Herrn VON HELMHOLTZ identisch. Es kann damit die Schwingungszahl der Protoplasmafäden in der Hörsphäre des Gehirns übereinstimmen, wenn der Ton empfunden oder ein Intervall beurteilt wird. Dann wäre schon die Möglichkeit eines unbewussten Zählens oder Schätzens ohne Zahlbegriff vorhanden, und die kleinen ganzen Zahlen wären Namen für die befriedigendsten Tonintervallgefühle. Die für das Empfinden des stufenweisen gleichmäßigen Fortschreitens in der Tonreihe sehr merklichen Lücken, welche entstehen, wenn nur die harmonischen Teiltöne, also z. B. die obige Reihe ohne die Töne *i, k, l, m, n, o, p*, gehört werden, entsprechen den Primzahlen 7, 11, 13, 17, 19, während die ersteren den geraden Zahlen — man kann sagen, den Oktavenzahlen — und den durch 3 teilbaren ungeraden Quintenzahlen entsprechen. Beide zusammen liefern im Verein mit den (stets durch 5 teilbaren) Terzenzahlen die Gesamtheit der harmonischen Teiltonzahlen. Jene die Lücken ausfüllenden Töne aber sollen Primzahlentöne heißen. Über die Hörbarkeit derselben s. auch die Abhandlung des Herrn V. Helmholtz, *Über die Hörsphäre* (1876), S. 179. Über die Hörbarkeit derselben s. auch die Abhandlung des Herrn V. Helmholtz, *Über die Hörsphäre* (1876), S. 179. Über die Hörbarkeit derselben s. auch die Abhandlung des Herrn V. Helmholtz, *Über die Hörsphäre* (1876), S. 179. Über die Hörbarkeit derselben s. auch die Abhandlung des Herrn V. Helmholtz, *Über die Hörsphäre* (1876), S. 179.

Die Eigenartigkeit der Primzahlen ist nicht wahrnehmbar sind, sondern auch in der Natur unterschieden werden, macht es nur den Blick auf den sinnlichen Gegenstand der abstraktesten, und wegen der Unvollständigkeit des Sinnesgebietes als das Gebiet der Zahlen zahlen mit annähernd denselben Werten), daß die Begriffe der ersten Primzahlen aus den ersten Lücken in der Reihe der Zahlen eine Anzahl von Tönen bezeichnen, die sich gebildet haben.

Wenn das Kind das erste Mal einen einzelnen Ton hört, so ist es ein übriges Schalleindrücken, das sich schon die Primzahlen unter den unendlich vielen Tönen bei weitem am liebsten wachrufen und die friedigste Gefühlswirkung Oktave, und zugleich die Forderung, die doch auch Prime, sich dem Tönen gibt es nur die Oktaventon gleicher Wohlklang und empfindung offenbar natürlich

Zeiten

Vorgang

Verfahren

Ergebnis

Ursache

Wirkung

Erklärung

Bemerkung

Fazit

Quellen

Datum

Ort

Unterschied

Ergebnis

Tonempfindungen die Rede, addieren und hat das die die der 1 2 3 des c, das c unbewusstes in Hörnerven in Erregungsgebieteten, Einprägung len sie ver-

einer Weise bezeichnet werden, durch Nachsingen oder durch eine Note oder einen Strich |. Kommt derselbe Ton wieder in das Bewußtseinsfeld, so wird er wiedererkannt und erhält dasselbe Zeichen. Kommt aber die Oktave dieses Tones zu Gehör, so muß sie eine andere Bezeichnung haben, und zwar eine, welche eine Beziehung zu der des Grundtones hat, also zum Beispiel, wenn dieser mit | bezeichnet wird, wegen der Wiederholung im Gefühl mit ||, das heißt: mit einem auch für andere Sinne als das Gehör den Charakter einer Wiederholung tragenden Zeichen, wie etwa einem Doppelstrich im Kerbholz. Kommt dann die Quinte zu Gehör, so muß diese wieder ein Zeichen haben, einen Namen, der eine Beziehung zu der Empfindung || hat, weil sie eine besondere Art der Wiederholung im Gefühl giebt, und zwar nicht so, als wenn der ursprüngliche Ton | oder der Ton || wieder erschienen wäre in einer neuen Beziehung zu dem auf ihn folgenden, sondern so, als wenn die Stufe in der Tonhöhenempfindung von | zu || nochmals erstiegen würde, daher ||| diesen Ton bezeichnen kann. Entsprechend die Doppeloktave von |, der Ton ||||.

Nun giebt aber ein beliebiger Ton mit seinen ersten Teiltönen bekanntlich die Konsonanzen der Oktave und Quinte, und zugleich die befriedigende Empfindung gleicher Tonhöhenabstände, nämlich immer zunächst die Reihe

Prime	Oktave	Quinte d. O.	Doppeloktave	
<i>C</i>	<i>c</i>	<i>g</i>	<i>c̄</i>	
<i>e</i>	<i>ē</i>	<i>h</i>	<i>ē̄</i>	
<i>a</i>	<i>ā</i>	<i>ē̄</i>	<i>ā̄̄</i>	
<i>cis</i> III	<i>cis</i> IV	<i>gis</i> IV	<i>cis</i> V	u. s. w.

Diese Tonintervalle sind es, welche, wenn viele Schalleindrücke zugleich oder nacheinander einwirken, von allen am meisten auffallen, weil sie durch ihren Wohlklang die größte Befriedigung gewähren und zugleich die Empfindung eines Fortschreitens

um gleiche Tonhöhe-Stufen geben. Die Befriedigung beim Steigen der Empfindung von dem Ton | zu dem Ton || ist der bei dem Steigen von dem Ton || zu dem Ton ||| gleich — die Oktavenempfindung — aber die Empfindung des Abstandes der einzelnen Tonstufen dieser von der Natur gegebenen Leiter wird ebenfalls mit größter Befriedigung festgehalten. Beim Steigen von dem Ton | zu || wird zwar der Abstand musikalisch gradeso empfunden, wie der beim Steigen von || zu |||, aber die absolute Höhe des Tones ||| läßt den Abstand von || und ||| in der Empfindung des stufenweisen Fortschreitens ohne Rücksicht auf die Konsonanz erheblich größer erscheinen, als den von | zu ||. Deshalb wird die Quinte so sehr bevorzugt. Sowie die Quinte auftritt, dann tritt sie sogleich fühlbar genau in die Mitte zwischen || und ||| ( $c$  und  $\bar{c}$ ); und nun werden die Stufen der Leiter als äquidistant empfunden, auch ohne Rücksicht auf Oktaven- und Quintenempfindungen. Denn man kann leicht Töne aller Art finden und künstlich zusammenstellen, so daß diese Stufengleichheit herauskommt.

Bis hierher ist nur von Empfindungen, von Tonempfindungen, Intervallempfindungen und deren Beziehungen die Rede, nicht von Zahlen, nicht vom Zählen, nicht vom Addieren und Subtrahieren, nicht von Zahlverhältnissen. Dennoch hat das die Töne  $C$   $c$   $g$   $\bar{c}$  hörende Kind schon die Zahlgefühle der 1 2 3 und 4, denn das  $\bar{c}$  ist ihm eine Art Verdoppelung des  $c$ , das  $c$  des  $C$ , das  $g$  eine Verdreifachung des  $C$ , und ein unbewusstes Schätzen, also Messen der durch die unzählbaren im Hörnerven faktisch stattfindenden Schwingungen herbeigeführten Erregungs-Abstände in der Klaviatur der nebeneinander ausgebreiteten, erregten Nervenfasern, muß zu der sehr festen Einprägung gerade dieser vier Eindrücke führen, sonst würden sie vergessen (*Akustische Untersuchungen*, S. 60 fg.).

- Wenn nun noch ein Ton einwirkt, der zu der ||| in einer neuen Beziehung steht, indem er wiederum eine befriedigende Empfindung von Übereinstimmung giebt, so wird er jenen vor allen anderen sich anreihen und sich einprägen müssen.
- Ein solcher Ton ist die große Terz, von allen möglichen Tönen der einzige, der in demselben Steigerungsabstande zum Ton ||| steht, wie dieser zum Ton ||, und durch eine relativ neue Art von Konsonanz überrascht.

An die Empfindung dieses Tones schließt sich ebenso notwendig naturgemäße die der Oktave des Tones ||, die kleine Terz, an. Aber mit diesem letzteren Tone schließt bereits die Reihe der neuen oder ursprünglichen Konsonanzen ab. Sie ist damit erschöpft. Die Töne  $\bar{C} \ C \ G \ c \ e \ g$  entsprechen den Zahlgefühlen  $\bar{1} \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6$

und enthalten nur vier Ergebnisse der Tonvergleiche in der Empfindung, nämlich die Prime, die Oktave, die Quinte und die große Terz. Von allen anderen Tönen zwischen diesen ist keiner von einer der von diesen gebotenen annähernd gleichen Konsonanz. Alle ferneren Konsonanzen resultieren aus 1, 2, 3, 5 mittelst der Oktaven-, Quinten- und Terzen-Empfindung; die 5 ist sogar schon mindestens ebenso sehr durch die Abstandsempfindung von 4 wie durch die Konsonanzen der großen Terz ( $\frac{5}{4}$ ) und der großen Sexte ( $\frac{5}{3}$ ) markiert. Aber es giebt noch ein Intervall, welches in der Empfindung sich absondert, nämlich die natürliche Septime, der Ton, welchen KIRNBERGER mit  $i$  bezeichnete. Dieser giebt eine zwar nicht befriedigende Konsonanz, aber immerhin die gleiche Distanzempefindung und eine neue, von allen früheren verschiedene Intervallempfindung, welche besser konsoniert, als z. B. die kleine Sexte ( $\frac{8}{5}$ ), wenigstens für Viele. Hierdurch steigt die Anzahl der Töne beim Hören eines tiefen Klanges bis 7:

$\bar{C}$	$C$	$G$	$c$	$e$	$g$	$i$
$\bar{1}$	2	3	4	5	6	7



Dann beginnen die Wiederholungen

$$\begin{array}{ccccccccc} \overline{c} & \overline{d} & \overline{e} & . & \overline{g} & . & \overline{i} & & \\ 8 & 9 & 10 & . & 12 & . & 14 & & \end{array}$$

Aber zwischen  $\overline{e}$  und  $\overline{g}$  und zwischen  $\overline{g}$  und  $\overline{i}$  fehlt je ein Ton zur Befriedigung des Empfindens der Steigerung der Tonhöhe um gleiche Stufen; und wenn in derselben Weise nur mittelst der Oktaven, Quinten, großen Terzen und natürlichen Septimen fortgeschritten wird, entstehen immer mehr Lücken:

$$\begin{array}{ccccccccccc} 15 & 16 & . & 18 & . & 20 & 21 & & & & \\ (.) & . & 24 & 25 & (.) & 27 & 28 & & & & \\ . & 30 & . & 32 & [.] & (.) & 35 & & & & \\ 36 & . & (.) & [.] & 40 & . & 42 & & & & \end{array}$$

Diese Lücken bilden Reihen, welche durch hörbare, in der Musik aber nicht verwendete Töne — unharmonische Partialtöne — ausgefüllt werden, z. B.:

- a) 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41,
- b) die Oktaven 22, 26, 34, 38,
- c) die Quinten 33, 39 u. s. w.
- d) die Potenzen  $121, 169, 289, 19^3 \dots 11^3$  u. s. w.

Diesen Tönen entsprechen also Primzahlen und Primzahlenprodukte. Es findet gleichsam ein Sieben der unendlich vielen Töne in dem sich entwickelnden zentralen Gehörapparat statt, wobei ausschließlich die nicht mit den durch ihren Wohlklang bevorzugten Tönen harmonisierenden Primzahlentöne  $> 7$  oder  $> 5$  und deren Derivate abgesiebt werden.

Anfangs entstehen demnach unbewußt Zahlgefühle beim Hören von Tönen, Klängen (besonders Vokalen), Accorden, Tonleitern, Melodien (namentlich Wiegenliedern) und unharmonischen Schallkomplexen während der Differenzierung der Hörspäre des alalischen Säuglings. Schon in der achten Lebenswoche ist oft die Freude an der Musik deutlich. Ich habe die ersten Tonwahrnehmungen in meinem Buche über

»Die Seele des Kindes« (3. Aufl. Leipzig, 1890) ausführlich erörtert und ebenda hervorgehoben, daß von der Geburt an völlig taube Kinder äußerst langsam Kopfrechnen lernen.

Tüchtige Mathematiker haben meistens ein gutes musikalisches Gehör, wogegen große Komponisten sich mit der Mathematik nicht leicht befreunden. Bei ersteren überwiegt das Verstehen der Zahlenverhältnisse, welches ohne Gehör unvollkommen bleibt, bei letzteren das Fühlen derselben, welches durch bewusste Analyse beeinträchtigt wird.

Dieser durch Erblichkeit und Übung befestigte Zusammenhang des Zahlbegriffs mit dem Hören und dem Empfinden überhaupt ist bereits in meiner Schrift »*Elemente der reinen Empfindungslehre*« (Jena, 1877) dargelegt worden, wo auch die reale Bedeutung und Verwirklichung der variablen komplexen (sogenannten imaginären) Zahlen im Empfindungsgebiet nachgewiesen ist. Ich hebe aus dieser Untersuchung hier einige für das Vorige und Folgende wichtige Resultate, zu denen ich gelangte, heraus.

Die Begriffe der Gleichheit und Ungleichheit entstehen durch die Vergleichung der Sinneseindrücke. Ein Licht ist heller oder dunkler, als ein anderes, oder nicht, ein Ton höher oder tiefer, lauter oder leiser, als ein anderer, oder nicht. Im letzteren Falle sind die Empfindungen gleich, im ersteren ungleich.

Hierdurch entsteht der Begriff der Null. Ergiebt der Vergleich keine Verschiedenheit, so ist die Verschiedenheit der Empfindungen null, im Tongebiet besonders deutlich durch die Prime markiert.

Die assoziative Verknüpfung und die kommutative Verknüpfung haben im Empfindungsgebiet allgemeine Geltung unabhängig von Zahlen, ehe das bewusste Zählen möglich ist. Zum Beispiel:

$$\overline{c} \wedge (\overline{e} \wedge \overline{g}) = (\overline{c} \wedge \overline{e}) \wedge \overline{g} \text{ und } \overline{c} \wedge \overline{e} \wedge \overline{g} = \overline{g} \wedge \overline{c} \wedge \overline{e}$$

wo  $\sim$  das allgemeine thetische Verknüpfungszeichen und das Ergebnis der Tonverknüpfungen beidesfalls identisch ist (*»Elemente«*, S. 30, 32).

Da ferner im Gebiete der einfachen reinen Empfindung, speziell der Tonhöhen, das thetische Empfinden einer Steigerung assoziativ und kommutativ, das lytische Empfinden des Rückgängigwerdens derselben, also einer Vertiefung, eindeutig ist, diese Operationen aber die Addition und Subtraktion mit den zugehörigen Ergebnissen der Summe und Differenz sind, so müssen dieselben unabhängig von der Kenntnis der Zahlen und der Sprache sich unbewußt bethätigen. Es giebt in der That Tiere, welche bis 5 zählen und unterhalb 6 addieren und subtrahieren können.

Endlich habe ich dargethan, daß die Steigerung im Empfinden positiv, die Abnahme negativ und die distributive thetische Verknüpfung, also die kommutative und die GRASSMANNsche inkommutative Multiplikation und deren Lysis, die Division, nebst dem Produkt und Quotienten unabhängig von Zahlen im Empfindungsgebiet verwirklicht sind (bei der Kontrast- und bei der Sättigungs-Empfindung).

Auf Grund dieser Thatsachen und der in den erwähnten Arbeiten dargelegten Folgerungen aus ihnen ist die Genesis der kleinsten ganzen Zahlen aus der Wahrnehmung von Tonhöhen verständlicher, als wenn man sie durch Addition von etwas zu etwas entstehen läßt. Die bewußte Addition, z. B. der Finger, tritt erst nach der Bildung der ersten Zahlen bestätigend und ergänzend auf und erweitert die natürliche Zahlenreihe weit über die Grenzen der objektiven natürlichen Tonreihe hinaus, indem die Lücken der subjektiven Reihe der gesungenen Töne durch die Primzahlentöne und deren Oktaven und Quinten und Potenzen ausgefüllt werden, ausgefüllt durch eine unbewußte Auswahl aus den unendlich vielen Tönen der Welt zur Befriedigung der Empfindung des gleichmäßigen Fortschreitens der Tonhöhe in der Tonreihe unabhängig von

dem Wohlklang. Wie stark dieses unbewufte Messen der Tonstufen, wie fein das Gehör für das Fehlen eines Gliedes in der Reihe ist, habe ich für alle Tonlagen, besonders aber für die reinen Stimmgabeltöne 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 durch viele Beobachtungen, namentlich bei Musikern, festgestellt. —

Demnach entsteht die Zahl

- 2 aus 1 durch die Oktave;
- 3 » 2 » » Quinte, aus 1 durch d. Duodecime;
- 4 » 2 » » Oktave, aus 3 durch d. Quarte;
- 5 » 4 » » gr. Terz, aus 3 d. d. gr. Sexte (5 füllt die Lücke zwischen den Oktaven von 2 und 3 aus);
- 6 aus 3 durch die Oktave, aus 4 d. d. Quinte, aus 5 d. d. kl. Terz, aus 2 d. d. Duodecime;
- 7 aus 4 durch d. nat. Septime (7 füllt die Lücke zwischen den Oktaven von 3 und 4 aus);
- 8 aus 4 durch die Oktave, aus 6 d. d. Quarte, aus 5 d. d. kl. Sexte;
- 9 aus 6 durch die Quinte, aus 3 d. d. Duodecime;
- 10 » 5 » » Oktave, aus 8 d. d. gr. Terz, aus 6 d. d. gr. Sexte;
- 11 nur als Ausfüllung der Lücke zwischen den Oktaven von 5 und 6;
- 12 aus 6 durch die Oktave, aus 8 d. d. Quinte, aus 9 d. d. Quarte, aus 10 d. d. kl. Terz, aus 4 d. d. Duodecime;
- 13 nur als Ausfüllung der Lücke zwischen den Oktaven von 6 und 7;
- 14 aus 7 durch die Oktave, aus 8 d. d. nat. Septime;
- 15 » 10 » » Quinte, aus 9 d. d. gr. Sexte, aus 12 d. d. gr. Terz;
- 16 aus 8 durch die Oktave, aus 12 d. d. Quarte, aus 10 d. d. kl. Sexte;
- 17 nur als Ausfüllung der Lücke zwischen den Oktaven von 8 und 9;

- 18 aus 9 durch die Oktave, aus 12 d. d. Quinte u. a.;  
 19 nur als Ausfüllung der Lücke zwischen den Oktaven von 9 und 10;  
 20 aus 10 durch die Oktave, aus 16 d. d. gr. Terz, aus 15 d. d. Quarte, aus 12 d. d. gr. Sexte;  
 21 aus 14 durch die Quinte, aus 12 d. d. nat. Septime;  
 22 » 11 » » Oktave;  
 23 nur als Ausfüllung der Lücke zwischen den Oktaven von 11 und 12;  
 24 aus 12 durch die Oktave, aus 20 d. d. kl. Terz, aus 18 d. d. Quarte, aus 16 d. d. Quinte, aus 15 d. d. kl. Sexte, aus 8 d. d. Duodecime;  
 25 aus 20 durch die gr. Terz, aus 15 d. d. gr. Sexte (25 füllt die Lücke zwischen den Oktaven von 12 und 13 aus).

Bevorzugt sind demnach durch Koincidenzen der Konsonanzen die 6, die 12, die 18, die 20, die 24. Die 6 ist die Oktave der ersten Quinte und die Quinte der ersten Oktave von 2.

Wie man sich in physiologisch-psychologischer Hinsicht diesen Vorgang der Arithmogenese oder Zahlenbildung vorzustellen hat, will ich hier nicht erörtern, aber die Einsicht in die Entstehung der natürlichen Zahlenreihe als eines aus der Vergleichung von Tonempfindungen — vor der Möglichkeit einer additiven Verknüpfung im Bewußtsein — gewordenen Systems führt zu neuen Erkenntnissen und Methoden, besonders in betreff der Primzahlen, von denen einige als Beweise dafür, daß es sich hier nicht um eine bloße Hypothese handelt, sondern um Thatsachen, im folgenden dargelegt werden sollen.

Entwickelt man mit alleiniger Verwendung der fundamentalen Intervalle der Oktave und Quinte, als der einzigen vollkommenen Konsonanzen, die Zahlen aus 1 und füllt man die zwischen zwei Oktavenzahlen entstehenden Lücken durch



die beiden am nächsten stehende Zahl (ihr arithmetisches Mittel) aus, indem man daraus wieder alle Oktaven und Quinten bildet, so erhält man sämtliche Zahlen der natürlichen Zahlenreihe, und zwar liegt jede Primzahl  $> 3$  zwischen zwei Oktavenzahlen, von denen eine durch 6 teilbar ist, infolge ihrer Entstehungsweise. Die 2 und 3 aber sind nach ihrer Entstehungsweise nur uneigentlich als Primzahlen zu bezeichnen. Denn Primzahlen sind genetisch Lückenzahlen, und wenn auch arithmetisch die 2 und 3 mit ihnen die Eigenschaft gemein haben, nur durch 1 und sich selbst teilbar zu sein, so ist doch nicht zu übersehen, daß diese Eigenschaft lediglich eine formale Bedeutung hat. Weder die 2 noch die 3 füllen ursprünglich eine Lücke aus, sondern sind durch die höchst charakteristischen Gefühle entstanden, welche die Oktaven- und Quinten-Empfindungen geben. Sie sind entstanden aus der 1, welche auch nicht in dem Sinne eine Primzahl ist, wie alle anderen Primzahlen, sondern einen Eindruck, z. B. eine empfundene Tonhöhe, bezeichnet. Aber die 1 muß deshalb den Primzahlen zugezählt werden, weil ohne sie die Oktavenzahl 2 nicht möglich wäre und in gewissem Sinne die 1 allerdings eine Lücke ausfüllt, nämlich die zwischen 0 und 2. Auch die 3 könnte, weil sie eine Lücke, die zwischen 2 und deren Oktave, ausfüllt, den echten Primzahlen zugerechnet werden, wenn nicht diese Funktion übertönt würde durch ihren Ursprung aus der Quintenempfindung, also unmittelbar aus der 2, ehe eine Lücke da ist. Man könnte Entsprechendes von der 5 sagen, aber hier widerspricht die durchaus nicht so vollkommene und nicht so sicher im ungebildeten Zustande wiederzuerkennende Konsonanz der großen Terz. Bei der 7 ist die Konsonanz sogar strittig, und die Septimenaccorde sind für sich dissonierend. Also gehören die 5 und 7 zu den Lückenzahlen mehr, als zu den harmonischen Teiltonzahlen.

Ich bemerkte nun bei dem Entwurfe des Stammbaumes

der Zahlen aus der 1, der Oktave davon 2 und der Quinte hiervon 3, mit ausschließlicher Verwendung der Oktaven und Quinten, daß die zur Ausfüllung der Lücken erforderlichen Zahlen, welche ich deshalb Lückenzahlen nannte, also die Primzahlen  $P > 3$  und deren Produkte  $G$ , für sich zwei arithmetische Reihen mit der Differenz 6 bilden, nämlich

$$\begin{array}{l} 7 \quad 13, 19, 25, 31, 37, 43, 49, 55, 61 \dots \\ \text{und} \quad 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59 \dots \end{array}$$

und bei Fortsetzung dieser Reihen keine Lücke unausgefüllt bleibt und kein  $P$  oder  $G$  in irgend welche andere Reihe hineinfällt:

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & (5) & 6 & [7] & 8 & 9 & 10 & (11) & 12 \\ [13] & 14 & 15 & 16 & (17) & 18 & [19] & 20 & 21 & 22 & (23) & 24 \\ [25] & 26 & 27 & 28 & (29) & 30 & [31] & 32 & 33 & 34 & (35) & 36 \\ [37] & 38 & 39 & 40 & (41) & 42 & [43] & 44 & 45 & 46 & (47) & 48 \end{array}$$

Dieses eigentümliche Verhalten der  $P$  und  $G$  findet seine Erklärung darin, daß die erste Lücke vor der 6, zwischen den Oktaven von 2 und 3, auftritt, die dritte vor der 2.6, zwischen der Oktave der zur Ausfüllung der ersten Lücke erforderlichen Zahl (5), also 10, und der Oktave der ihr folgenden 6, die fünfte vor der 3.6, zwischen der Oktave der Doppeloktave der 2 und der Oktave der Quinte der Oktave der 3, die siebente vor der 4.6, die neunte vor der 5.6 erscheinen muß u. s. w., während die 2.4.6.8... Lücke hinter der 6, der 2.6, 3.6, 4.6... deshalb notwendig entsteht, weil die Oktaven und Quinten aus 2 die betreffenden ganzen Zahlen nicht erzeugen können, somit allemal die Oktavenzahlen, zwischen denen eine Lücke entsteht, je um 6 höher sein müssen, als die der zugehörigen vorhergehenden Lücke, z. B.

$$\begin{array}{ll} 24-18 = 22-16 & 26-20 = 24-18 \\ 18-12 = 16-10 & 20-14 = 18-12 \\ 12-6 = 10-4 & 14-8 = 12-6 \end{array}$$

folglich auch

$$\begin{array}{ll}
 23-17 = 6 & 25-19 = 6 \\
 17-11 = 6 & 19-13 = 6 \\
 11-5 = 6 & 13-7 = 6
 \end{array}$$

Es müssen also die ganze unendliche Zahlenreihe hindurch jedesmal unter beliebigen sechs aufeinanderfolgenden Zahlen zwei Lückenzahlen vorkommen, eine, welche einer durch 6 teilbaren Zahl vorausgeht, eine, welche ihr nachfolgt. Man erhält daher, wo auch die Zahlenreihe beginnen mag, stets auf je 6 benachbarte Glieder nicht mehr und nicht weniger als 2 Lückenzahlen, z. B.

$$\begin{array}{llll}
 1666 & . & 1668 & . & 1670 & 1671 & | & 1672 & . & 1674 & . & 1676 & 1677 \\
 10002 & . & 10004 & 10005 & 10006 & . & | & 10008 & . & 10010 & 10011 & 10012 & . \\
 13902 & . & 13904 & 13905 & 13906 & . & | & 13908 & . & 13910 & 13911 & 13912 & .
 \end{array}$$

Hieraus ergibt sich von selbst, daß **das natürliche Zahlensystem aus sechsgliedrigen Perioden bestehen muß.**

Ordnet man demnach sämtliche Oktaven-, Quinten- und Lückenzahlen aufsteigend in aufeinanderfolgende sechsgliedrige Reihen, so erhält man sechs arithmetische Reihen, welche vermöge ihrer Genesis ihren Charakter nicht ändern können, wenn man die Zahlenreihe auch noch so lange fortsetzt.

Ich stelle hier (S. 17) die Anfänge der sechs Reihen übersichtlich zusammen.

Die Reihen I, III, V enthalten ausschließlich ungerade Zahlen, und diese sämtlich, II, IV, VI ausschließlich gerade, und diese sämtlich. In welche Vertikal- und Horizontalreihe eine beliebige Zahl  $z$  gehört, erfährt man durch Teilung mit 6 nach Addition von 6. Ist der Quotient  $(z+6)/6$  zum Beispiel 1 mit dem Rest 1, so ist  $z$  das erste Glied der Reihe I. Denn alle Zahlen, welche, durch 6 geteilt, den Rest 1 geben, gehören zu I; ist der Rest 2, so gehört  $z$  zu II, ist er 3, zu III, ist er 4, zu IV, ist er 5, zu V, ist er 0, zu VI. Der Quotient mit Vernachlässigung des Restes giebt an, das wievielte Glied der Reihen I bis VI  $z$  ist, da in allen  $d=6$ .



## Das sechsgliedrige Zahlensystem.

Glied	Reihe I	Reihe II	Reihe III	Reihe IV	Reihe V	Reihe VI
1.	(1)	(2)	(3)	4	(5)	6
2.	(7)	8	9	10	(11)	12
3.	(13)	14	15	16	(17)	18
4.	(19)	20	21	22	(23)	24
5.	25	26	27	28	(29)	30
6.	(31)	32	33	34	35	36
7.	(37)	38	39	40	(41)	42
8.	(43)	44	45	46	(47)	48
9.	49	50	51	52	(53)	54
10.	55	56	57	58	(59)	60
11.	(61)	62	63	64	65	66
12.	(67)	68	69	70	(71)	72
13.	(73)	74	75	76	77	78
14.	(79)	80	81	82	(83)	84
15.	85	86	87	88	(89)	90
16.	91	92	93	94	95	96
17.	(97)	98	99	100	(101)	102
18.	(103)	104	105	106	(107)	108
19.	(109)	110	111	112	(113)	114
20.	115	116	117	118	119	120
21.	121	122	123	124	125	126
	Primzahlen u. Primzahlen- produkte mit Primfaktoren > 3 $6n + 1$	Reine Oktaven- zahlen $6n + 2$	Reine Quinten- zahlen $6n + 3$	Reine Oktaven- zahlen $6n + 4$	Primzahlen u. Primzahlen- produkte mit Primfaktoren > 3 $6n + 5$	Oktaven- zahlen, welche zu- gleich Quinten- zahlen sind $6n$

Die Endziffern der Zahlen bilden demnach von oben nach unten folgende fünfgliedrige Serien:

in I und V und III 17395; in II und IV und VI 28406.

Sämtliche Primzahlen, ausser den Generatoren 2 und 3, finden sich in I und V, und zwar alle von der Form  $p_I = 6n + 1$ , wo  $n$  eine beliebige positive ganze Zahl oder Null ist, in I, alle von der Form  $p_V = 6n + 5$  in V. Ausserdem finden sich in I und V nur noch Primzahlenprodukte aus Primfaktoren  $> 3$ , welche der Bedingung  $6n + 1$  oder  $6n + 5$  genügen. Also bestehen die Reihen I und V nur aus Lückenzahlen, und zwar enthalten sie alle  $P$ , das heisst alle  $p_I$  und  $p_V$  und alle teilbaren Lückenzahlen  $G$ . Der Kürze halber sollen die Glieder dieser beiden Reihen, gleichviel ob prim oder nicht, mit  $g_I, g_V$ , die der vier anderen Reihen mit  $g_{II}, g_{III}, g_{IV}, g_{VI}$  bezeichnet werden.

Dann sind alle  $g_{II}$  und  $g_{IV}$  reine Oktavenzahlen, d. h. Oktavenzahlen, welche nicht zugleich Quintenzahlen sind. Die Reihe II enthält alle Zahlen, und nur diese, welche Oktaven der  $g_I$  und  $g_{IV}$  sind, also alle Zahlen von der Form  $2(6n + 1)$  und von der Form  $2(6n + 4)$ , somit ein Drittel aller geraden Zahlen; II zerfällt daher in zwei arithmetische Reihen mit  $d = 12$ , nämlich 2, 14, 26, 38 ... und 8, 20, 32 ... Erstere liefert die Oktaven aller  $g_I$ , letztere die aller  $g_{IV}$ .

Die Reihe IV enthält alle Oktaven der  $g_{II}$  und  $g_V$  und nur diese, also alle Zahlen von der Form  $2(6n + 2)$  und  $2(6n + 5)$ , somit das zweite Drittel aller geraden Zahlen. Auch diese Reihe zerfällt in zwei Reihen mit  $d = 12$ , nämlich 4, 16, 28 ... und 10, 22, 34 ... Erstere enthält die Oktaven sämtlicher  $g_{II}$ , letztere die sämtlicher  $g_V$ ; IV ist also, wie II, eine reine Oktavenreihe.

Die Reihe III enthält Quinten, und nur diese, von Gliedern der Reihen II, IV und VI. Jedes Glied dieser Reihen giebt eine Quinte, und von allen diesen Quintenzahlen enthält III nur diejenigen, welche nicht zugleich Oktavenzahlen sind.

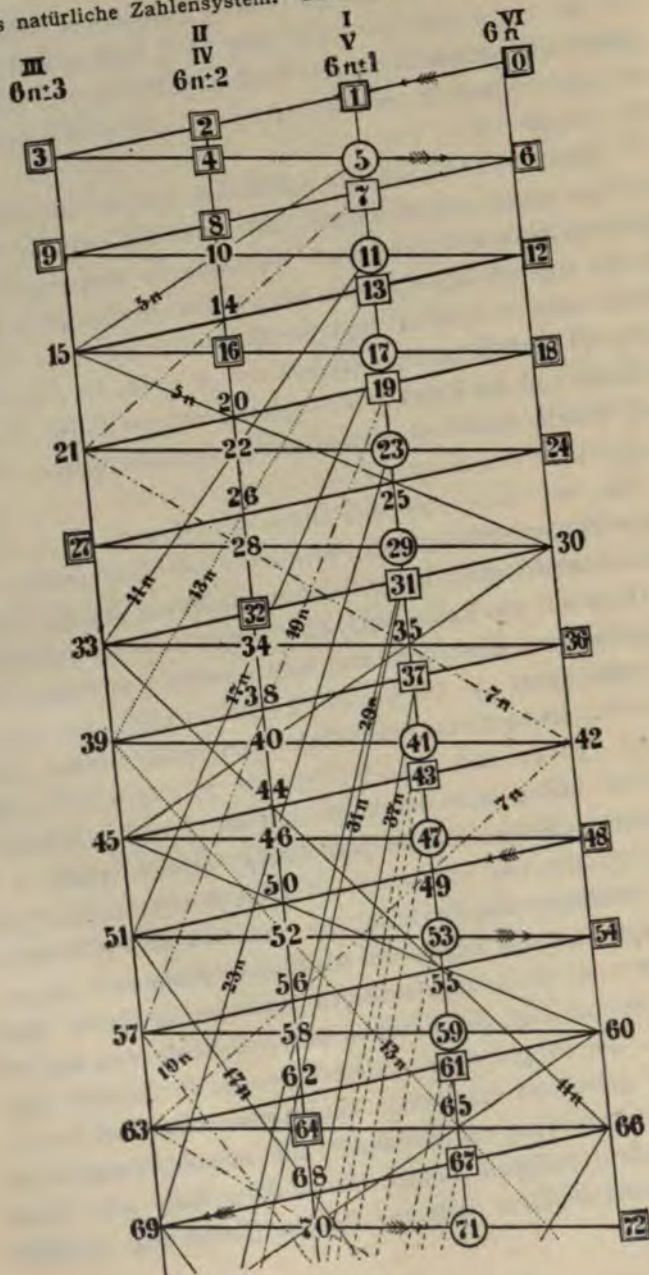
Diese Reihe ist die einzige reine Quintenreihe. Ihre  $g$  sind von der Form  $3(6n + 1)$  und  $3(6n + 5)$  und  $3(6n + 3)$ . Sie spaltet sich demnach in drei Reihen mit  $d = 18$ , nämlich 3, 21, 39 ... (aus II) und 15, 33, 51 ... (aus IV) und 9, 27, 45 ... (aus VI).

Die Reihe VI enthält sämtliche gerade Quintenzahlen, und nur diese, also diejenigen Oktavenzahlen, welche zugleich Quintenzahlen sind, und zwar die Oktaven aller  $g_{III}$  und  $g_{VI}$ , welche zugleich die Quinten der Zahlen  $2(6n + 4)$  in II, der Zahlen  $2(6n + 2)$  in IV und der Zahlen  $2(6n + 6)$  in VI sind. Reihe VI zerfällt in zwei Reihen mit  $d = 12$ , da ihre Glieder entweder von der Form  $2(6n + 3)$  oder von der Form  $2(6n + 6)$  sind, welche beide nur geradzahlige Quinten liefern: 6, 18, 30, 42, 54 ... und 12, 24, 36, 48 ...

Da mit diesen sechs Reihen das System der positiven ganzen Zahlen erschöpft ist, so können die Terzenzahlen und Septimenzahlen nicht neue, ihnen gleichwertige Reihen bilden. Ein Blick auf die Zahlentafel aber zeigt, daß sie sekundäre, schräge Reihen darstellen, und zwar erstere von rechts oben nach links unten: 5, 10, 15, 20, 25 und 30, 35, 40, 45, 50, 55 u. s. w., letztere von links oben nach rechts unten: 7, 14, 21, 28, 35, 42 und 49, 56, 63, 70, 77, 84 u. s. w. Entsprechend bilden alle durch die auf die 5 und 7 folgenden Primzahlen teilbaren Zahlen periodische schräge Reihen, z. B. 23, 46, 69, 92, 115 u. s. w., so daß die durch 11, 13, 17, 19 u. s. w. teilbaren Zahlen leicht zu ermitteln sind (Obertöne).

Trägt man alle Zahlen der natürlichen Reihe 0, 1, 2, 3 ... auf eine um einen regelmäßigen Cylinder laufende regelmäßige Spirale (vgl. die Tafel) in gleichen Abständen auf, um einerseits der Progression, andererseits der Periodicität Ausdruck zu geben, so erhält man ein anschauliches Bild beider. Rechts stehen dann übereinander alle sowohl durch 2 als auch durch 3 teilbaren Zahlen (Reihe VI), links alle durch 3, nicht aber durch 2 teilbaren Zahlen (Reihe III), daneben

Das natürliche Zahlensystem. Entworfen von W. PREYER.

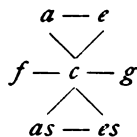


zu beiden Seiten (vorn und hinten) alle durch 2, nicht aber durch 3 teilbaren Zahlen (II und IV) und (vorn und hinten) zu beiden Seiten der ersten Säule alle weder durch 2, noch durch 3 teilbaren Zahlen (I und V). Wie die übersichtliche Darstellung (S. 17) zeigt, sind demnach alle reinen Quintenzahlen  $6n \pm 3$  und alle reinen Oktavenzahlen  $6n \pm 2$  gesondert von allen Zahlen, welche sowohl Oktaven, als auch Quinten sind ( $6n$ ), und die Lückenzahlen  $6n \pm 1$ , d. h. die Primzahlen  $> 3$  und deren Produkte bleiben übrig. Auf der einen Seite des Cylinders stehen die  $6n + 1$ , einschliesslich aller Primzahlenpotenzen, auf der anderen alle  $6n + 5$  oder  $6n - 1$ . Verbindet man alle durch 5 teilbaren Zahlen durch eine Linie miteinander, ebenso alle durch 7 teilbaren, alle durch 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37 . . . teilbaren, so erhält man sekundäre Spiralen, deren Anfangspunkt stets nur eine Primzahl ist und welche alle durch diese teilbaren Zahlen enthält. Diejenigen Zahlen, welche nur durch die Intervalle der Oktave und Quinte ohne Ausfüllung der Lücken entstehen, sind besonders hervorgehoben. Es sind die Potenzen von 2, also 4, 8, 16 . . . , von 3, also 9, 27, 81 . . . , und die Produkte beider  $2^1 \cdot 3^1$ ;  $2^2 \cdot 3^1 = 12$ ;  $2^1 \cdot 3^2 = 18$ ;  $2^3 \cdot 3^1 = 24$ ;  $2^2 \cdot 3^2 = 36$  u. s. w. Diese Zusammenstellung der musikalischen Zahlen läßt, wenn man nur noch die  $5 = 2 + 3$  als grosse Terz der 4 hinzunimmt, — mit den Oktaven 10, 20, 40 und den Quinten 15, 30, 45 — erkennen, wie bevorzugt die den Tonleitern zu Grunde liegenden viel diskutierten Zahlen der diatonischen Dur-Tonleiter

24 27 30 32 36 40 45

sind. Denn 24 ist die Oktave von  $2 \cdot 2 \cdot 3$  und die Quinte von  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ . Die 27 ist die Quinte von  $2 \cdot 3 \cdot 3$ , die 30 die Oktave der Quinte (15) der Oktave (10) von 5 und die Quinte der Doppeloktave (20) von 5, die 32 die Oktave der Doppeloktave (16) von  $2 \cdot 2$ , die 36 die Oktave der  $2 \cdot 3 \cdot 3$  und die Quinte der Oktave (24) der  $2 \cdot 2 \cdot 3$ , die 40 die Oktave der Doppeloktave (20) von 5, die 45 die Quinte der

Oktave (30) der Quinte (15) der Oktave (10) von 5. Dennoch ist nicht, wie DELBOEUF (*Bullet. de l'Ac. roy. de Belgique*, 2. XXI. 5) meint, durch diese sieben Zahlen das Maximum der zwischen sieben Zahlen möglichen Konsonanzen geliefert. Denn Herr KARL EITZ in Eisleben, welchem ich diese Frage vorlegte, hat gefunden, daß der Grundton mit seinen sechs klangverwandten Tönen, z. B.



entsprechend den Zahlen

40 45 48 50 60 72 75

noch mehr Konsonanzen liefert. Die erstere Reihe hat nur den Vorzug, daß die Zahlen kleiner sind. Es ist aber nicht richtig (DELBOEUF, *Détermination rationnelle des nombres de la gamme chromatique*, a. a. O. S. 8), daß es »ohne Zweifel unmöglich« wäre, eine Reihe von acht Zahlen zu finden, welche so viele Konsonanzen liefern, wie die Zahlen 24, 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48. Übrigens enthalten beide Reihen der sieben Zahlen je zwei reine Oktavenzahlen, zwei reine Quintenzahlen, drei Zahlen, die zugleich Quinten und Oktaven sind.

Die vorstehend genügend charakterisierte sechsgliedrige Zahlentafel dient nun dazu, die genetischen und formalen Eigenschaften jeder beliebigen Zahl schnell zu finden. Mit ihrer Hülfe ist es möglich, mehrere Aufgaben leicht zu lösen, welche bisher nur auf Umwegen gelöst werden konnten.

Um zunächst zu ermitteln, ob irgend eine Zahl  $z > 3$ , eine Primzahl ist oder nicht, hat man nur die Reihen I und V zu berücksichtigen, da die übrigen Reihen infolge ihrer Entstehungsart kein  $P > 3$  enthalten können. Giebt also  $z/6$  einen anderen Rest als 1 oder 5, so ist  $z$  keine Primzahl. Ferner kann nur, wenn die Endziffer 1 oder 3 oder 7 oder 9

ist,  $z$  eine Primzahl sein, da andere Endziffern in I und V nicht vorkommen, außer der 5. Endigt aber  $z$  mit 5, so ist es durch 5 teilbar, also keine Primzahl, sondern eine Terzenzahl. Also kann  $z$  eine Primzahl sein nur wenn ihre Endung 1, 3, 7 oder 9 ist und die Teilung  $z/6$  den Rest 1 oder 5 giebt. In diesem Falle muß  $z$  allemal nur entweder eine Primzahl  $P$  oder ein Primzahlenprodukt  $G$  sein. Man hat also nur für I und V zu ermitteln, die wievielten Glieder beider Produkte sind, dann sind die übrigen Primzahlen.

Nun ist für I durch 5 teilbar jedes 5., 10., 15., 20., 25., 30. . . Glied, für V von dem ersten  $G$ , also  $5 \cdot 7 = 35$ , ab jedes 5. Glied, somit das 6., 11., 16., 21., 26., 31. . . Glied.

Durch 7 ist teilbar in I das 9., 16., 23., 30. . . Glied, in V das 6., 13., 20., 27., 34. . .

Durch 11 ist teilbar in I das 10., 21., 32., 43. . . Glied, in V das 13., 24., 35. . ., durch 13 in I das 16., 29., 42. . ., in V das 11., 24., 37. . . Glied u. s. w. für alle  $g_I$  und  $g_V$ . Nur die bereits als Produkte erkannten  $g_I$  und  $g_V$ , wie 25, 35, 49, 55, 65, 77, 85, 91 werden als Teiler nicht verwertet, weil die durch sie erzeugbaren  $g_I$  und  $g_V$  bereits ihren Ort erhalten haben, 25 in der 5er Reihe, 35 in der 5er und 7er Reihe, 77 in der 7er und 11er Reihe u. s. w.

So ergibt sich für I, dass nicht eine Primzahl sein kann, nur das 5., 9., 10., 15., 16., 20., 21., 23., 25., 29., 30., 32. Glied in dem Intervall 0 bis 200; folglich sind in diesem alle übrigen Glieder bis zum 34. Primzahlen  $p_I$ . Das 35. übersteigt 200, da schon  $34 = (199 - 1)/6 + 1$ . Für V ergibt sich, daß nur das 6., 11., 13., 16., 20., 21., 24., 26., 27., 31. Glied ein Produkt sein kann, somit jedes andere bis zum 33. eine Primzahl  $p_V$  sein muß.

Für eine Zahl  $z < 200$  beantwortet sich demnach die Frage, ob sie eine Primzahl  $p_I$  oder  $p_V$  sei, indem man in der angegebenen Weise ermittelt, das wievielte Glied in I

oder V sie ist; z. B. 187 ist, weil  $(187 + 6)/6 = 32$  Rest 1, zu I gehörig und ist das 32. Glied, also keine Primzahl; das 32. Glied gehört in die 11er Reihe der I. Dagegen 179 gehört zu V als das 30. Glied, da  $(179 + 6)/6 = 30\frac{5}{6}$  und das 30. Glied nach Obigem nicht zu den teilbaren  $g_V$  gehört.

Um aber für größere  $z$  zu ermitteln, ob sie absolute Primzahlen  $p_I$  oder  $p_V$  sind oder nicht, müssen allgemein gültige Formeln für die Produkte in I und in V aufgestellt werden.

Eine solche Formel, welcher sämtliche zusammengesetzte Lückenzahlen  $G$  genügen, nicht aber die Primzahlen  $P$ , habe ich gefunden, indem ich untersuchte, welche Eigenschaften den  $G$  gemeinsam sind. Ich prüfte, die wievielten Glieder der Reihe I durch die kleineren  $g_I$  und  $g_V$  teilbar sind und die wievielten Glieder der Reihe V durch die kleineren  $g_V$  und  $g_I$  teilbar sind. So ist in I z. B. das

$$([6n + 1] + [6n + 1 + 6]/6 + [6n + 1]n_1)\text{te Glied}$$

teilbar durch ein  $g_I$ , und zwar, wenn beispielsweise  $n_1 = n = 2$ , durch 13, denn es entspricht dem 42. Gliede der I, d. h. der Zahl 247, bei diesem  $n$ -Wert. Da nun  $(6n + 1)$  ein  $G$  ist nur wenn es teilbar ist, so resultiert in diesem Falle für die in diesem Gebiete — Teilung der  $g_I$  durch kleinere  $g_I$  — behandelten Zahlen  $z$ , wie leicht zu beweisen, die Formel  $P^2 + 6P = G$ . Eine entsprechende Analyse der übrigen Gebiete in I und V liefert ähnliche Ergebnisse ( $G = P^2 + 4P$ ;  $= P^2 + 2P$ ;  $= P^2$ ), so daß ich schließlich zu der im Verhältnis zu der Kompliziertheit des Zahlenmaterials der beiden Reihen I und V mit ihren unendlich vielen, aus teilbaren Lückenzahlen bestehenden Unterreihen, außerordentlich einfachen Formel

$$G = P^2 + NP \quad (A)$$

gelangte. Hier bezeichnet  $G$ , wie immer, ausschließlich jede aus Primfaktoren  $> 3$  zusammengesetzte Zahl, also jede nicht



prime Lückenzahl  $g_I$  und  $g_V$ ,  $P$  eine Primzahl  $> 3$  und  $N$  eine Oktavenzahl oder Null, also 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12. . .

Die Ableitung dieser Formel auf induktivem Wege ist etwas umständlich gewesen, die deduktive ist aber sehr einfach.

Jede ungerade Zahl  $U$  ist das Produkt zweier ungerader Zahlen  $u$  und  $u_1$

$$U = u \cdot u_1$$

Wenn nun  $U$  nicht eine Quadratzahl ist, dann ist  $u > u_1$  oder  $< u_1$

$$u_1 = u + s$$

wo  $s$  eine ganze Zahl wie  $u$  und  $u_1$  und  $U$  und nur im Falle  $U$  eine Quadratzahl ist, Null.

Folglich ist

$$U = u(u + s) = u^2 + s \cdot u$$

Da nun  $(u + s)$  ungerade ist, so muß  $s$  eine gerade Zahl oder Null sein, sonst könnte  $u$  nicht ungerade bleiben.

Es ist also die Gleichung

$$G = P^2 + NP$$

ein Spezialfall der allgemeinen Gleichung

$$U = u^2 + s \cdot u$$

wo von allen  $U$  nur die durch 3 nicht teilbaren den  $G$  entsprechen und die  $u$  Primzahlen  $> 3$  sind, während  $s = N$  bleibt.

Der Wert der Formel besteht darin, daß sie gestattet, leicht zu entscheiden, ob eine beliebige Zahl  $z$ , die durch die Teilung mit 6 als zu I oder zu V gehörig erkannt ist, eine Primzahl ist oder nicht. Denn nur die teilbaren ungeraden Zahlen  $(6n \pm 1)$ , also  $g_I$  und  $g_V$  (andere kommen hier überhaupt nicht in Frage) geben eine oder mehr als eine Auflösung der Gleichung in ganzen Zahlen, aber keine Primzahl  $> 3$ . Sucht man in I und V dasjenige  $g_I$  oder  $g_V$ , dessen Quadrat dem  $z$  am nächsten kommt oder auch, von unten anfangend, von  $z$

am weitesten absteht, so erhält man stets durch fortgesetztes Subtrahieren der Quadratzahlen für  $N$  eine gerade Zahl oder (im Falle  $z$  selbst eine Quadratzahl ist) die Null, wenn  $z$  teilbar, also ein  $G$  ist. Dagegen läßt keine Primzahl diese Zerfällung zu. Also sind zum Beispiel nach dieser (nur wenn  $z$  eine sehr große Zahl ist, bisweilen etwas langwierigen) Operation keine Primzahlen

$$\begin{aligned}
 133 &= 7^2 + 12 \cdot 7 = 7 \cdot 19 \\
 143 &= 11^2 + 2 \cdot 11 = 11 \cdot 13 \\
 289 &= 17^2 + 0 \cdot 17 = 17 \cdot 17 \\
 437 &= 19^2 + 4 \cdot 19 = 19 \cdot 23 \\
 527 &= 17^2 + 14 \cdot 17 = 17 \cdot 31 \\
 767 &= 13^2 + 46 \cdot 13 = 13 \cdot 59 \\
 2303 &= 47^2 + 2 \cdot 47 = 47 \cdot 49 \\
 13993 &= 7^2 + 1992 \cdot 7 = 7 \cdot 1999 \\
 212237 &= 373^2 + 196 \cdot 373 = 373 \cdot 569 \\
 G &= P^2 + NP = P(P + N)
 \end{aligned}$$

Ich habe die Beispiele gehäuft, um die einfache Regel zu veranschaulichen, derzufolge man, wenn die Zerlegung eines  $G$  in zwei Faktoren gegeben ist, nur den kleineren von dem größeren abzuziehen hat, um  $N$  zu finden: 133 ist  $= 7 \cdot 19$ ;  $19 - 7 = 12$ ;  $133 = 7^2 + 12 \cdot 7$  u. s. w. Ist aber die Zerlegung  $P^2 + NP$  gegeben, so liefert die Addition der beiden Multiplikanden  $N$  und  $P$  den größeren Faktor, welcher, mit  $P$  multipliziert,  $G$  giebt, z. B.  $767 = 13^2 + 46 \cdot 13$ ;  $13 + 46 = 59$ ;  $13 \cdot 59 = 767$  u. s. w. Die Beachtung dieser Regel erleichtert rechnerisch die Probe, ob eine Zahl eine Primzahl ist oder nicht.

Es wäre nun sehr wünschenswert, aufser der negativen Eigenschaft der Primzahlen, der Gleichung  $P^2 + NP = G$  nicht ganzzahlig zu genügen, noch ein Merkmal positiver Art zu haben.

Der durch Auflösung der quadratischen Gleichung (A) sich ergebende Ausdruck

$$P = -\frac{N}{2} \pm \sqrt{\frac{N^2}{4} + G} \quad (B)$$

verdient schon deshalb Beachtung, weil er der einzige ist, welcher sämtliche Primzahlen  $> 3$  umspannt und ihre Beziehungen zu einer anderen Klasse von Zahlen, nämlich denjenigen Lückenzahlen, welche teilbar sind, bestimmt anzeigt. Es ist sofort zu erkennen, daß jede Primzahl im Quadrat eine teilbare Lückenzahl giebt, da, im Falle  $N = 0$  ist,

$$P = \sqrt{G} \quad (C)$$

wird. Freilich entspricht nicht jedem  $G$  in  $(C)$  ein  $P$ , sondern nur jedem  $P$  ein  $G$ . Aber es ist schon etwas damit gewonnen, wenn man weiß, daß es keine Primzahl  $> 3$  giebt, die nicht die Quadratwurzel aus einer Lückenzahl wäre. Dabei zeigt sich, daß die letztere ausnahmslos der Reihe I angehört, also

$$P = \sqrt{6n + 1}$$

zum Beispiel

$$\begin{array}{ll} 7 = \sqrt{6 \cdot 8 + 1} & 5 = \sqrt{6 \cdot 4 + 1} \\ 13 = \sqrt{6 \cdot 28 + 1} & 11 = \sqrt{6 \cdot 20 + 1} \\ 19 = \sqrt{6 \cdot 60 + 1} & 17 = \sqrt{6 \cdot 48 + 1} \\ 31 = \sqrt{6 \cdot 160 + 1} & 23 = \sqrt{6 \cdot 88 + 1} \\ 37 = \sqrt{6 \cdot 228 + 1} & 29 = \sqrt{6 \cdot 140 + 1} \end{array}$$

Die Quadrate aller Primzahlen  $> 3$  sind von der Form  $6n + 1$ , und zwar bilden sie zusammen mit den Quadraten der übrigen Lückenzahlen zwei Unterreihen innerhalb der Reihe I, nämlich

$$\begin{array}{ccccccc} 1^2 & 7^2 & 13^2 & 19^2 & (25^2) & 31^2 & 37^2 \\ 1 & 49 & 169 & 361 & 625 & 961 & 1369 \\ \underbrace{\quad}_{6 \cdot 8} & \underbrace{\quad}_{6 \cdot 20} & \underbrace{\quad}_{6 \cdot 32} & \underbrace{\quad}_{6 \cdot 44} & \underbrace{\quad}_{6 \cdot 56} & \underbrace{\quad}_{6 \cdot 68} & \\ & 72 & 72 & 72 & 72 & 72 & \end{array}$$

und

$$\begin{array}{ccccccc} 5^2 & 11^2 & 17^2 & 23^2 & 29^2 & (35^2) & 41^2 \\ 25 & 121 & 289 & 529 & 841 & 1225 & 1681 \\ \underbrace{\quad}_{6 \cdot 16} & \underbrace{\quad}_{6 \cdot 28} & \underbrace{\quad}_{6 \cdot 40} & \underbrace{\quad}_{6 \cdot 52} & \underbrace{\quad}_{6 \cdot 64} & \underbrace{\quad}_{6 \cdot 76} & \\ & 72 & 72 & 72 & 72 & 72 & \end{array}$$

Diese Thatsache, daß die Summe zweier benachbarter Primzahlen (von der Form  $6n + 1$  in I oder von der Form

$6n - 1$  in V) versechsfacht allemal gleich ist der Differenz ihrer Quadrate, erscheint auf den ersten Blick paradox, findet aber ihre vollständige Erklärung durch die eigentümliche akustische Entstehungsweise der Primzahlen als Lückenzahlen nur vor und hinter der 6 und deren Oktaven und Vielfachen. Wenn irgend eine positive ganze Zahl  $x$  einer anderen positiven ganzen Zahl  $y + (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots)6$  gleich ist, also wenn  $x = y + 6n$  ist, dann ist, wie sich leicht zeigen läßt, auch stets  $x^2 - y^2 = 6(x + y)n$ . Was aber für alle positiven ganzen Zahlen Geltung hat, hat notwendig auch für alle positiven Primzahlen und die übrigen Lückenzahlen  $6n \pm 1$ , deren Quadrate alle von der Form  $6n + 1$  sind, Geltung. Zwei beliebige Primzahlen  $p_1$  sind für den Modul 6 kongruent, je zwei Primzahlen  $p_v$  desgleichen.

Jeder Versuch, in dem Ausdruck  $P = \sqrt{6n + 1}$  für  $n$  eine Reihe zu finden, deren Glieder, in denselben eingesetzt, ausnahmslos eine Primzahl und keine andere Lückenzahl lieferten, scheitert an der Thatsache, daß eben die Primzahlen nur mit den teilbaren Lückenzahlen, das heißt ihren eigenen Abkömmlingen, zusammen eine (doppelte) arithmetische Reihe bilden und nur die Quadrate beider Arten von Lückenzahlen (in I) zusammen eine arithmetische Reihe zweiter Ordnung bilden können, nicht aber die Quadrate der  $P$  für sich.

Indessen ist doch insofern unter den unendlich vielen Quadratzahlen von der Form  $6n + 1$  in I eine Auswahl von vornherein möglich, als alle Primzahlen  $> 5$  nur auf 1, 3, 7 oder 9 endigen, somit deren Quadrate nur auf 1 oder 9 endigen können; also muß das Produkt  $6n$  in  $P = \sqrt{6n + 1}$  stets nur auf 0 oder 8 endigen und  $n$  selbst, da die Wurzel ganzzahlig sein muß, ebenfalls nur auf 0 oder 8, und zwar nur auf 08, 20, 28, 48, 60, 68, 88, 40, 80, 00. Dann sind alle auf 5 endigenden Lückenzahlen ausgeschlossen. Aber die Ausscheidung der durch höhere Primzahlen teilbaren Lückenzahlen läßt sich auf diesem Wege nicht erreichen. Die

sämtlichen teilbaren Lückenzahlen können für sich nicht eine arithmetische Reihe bilden, sondern müssen so viele arithmetische Reihen liefern (in I und in V), als es Primzahlen giebt. Die Differenzen  $d$  betragen in I, wie in V, für die durch 5 teilbaren Glieder 5 . 6, für die durch 7 teilbaren 7 . 6, für die durch 11 teilbaren 11 . 6, allgemein für die durch  $P$  teilbaren  $6P$ , so daß man ohne weiteres für jede beliebige Zahl angeben kann, wie viele durch eine kleinere Primzahl teilbare Lückenzahlen es unterhalb derselben giebt.

Solcher die Primzahlen und die übrigen Lückenzahlen betreffenden Eigentümlichkeiten liefert die sechsgliedrige Zahlen-tafel noch mehrere. Aber ihre Leistungen sind nach anderer Richtung von allgemeinerem Interesse.

Die Bestimmung der Anzahl der Primzahlen, welche kleiner sind, als eine gegebene Zahl  $z$ , oder in einem beliebigen Intervall der natürlichen Zahlenreihe, ist nun eine leichte Aufgabe. Denn es ist nur, nach Ermittlung der Anzahl der Glieder der beiden Reihen I und V in dem durch  $z$  geschlossenen System, die Subtraktion der Anzahl der  $G$  in beiden von jener Anzahl erforderlich, — dann bleibt die Anzahl der Primzahlen  $p_I$  und  $p_V$  übrig.

Es bezeichne  $A_I, A_V$  die Anzahl aller Glieder in I und V, also aller  $g_I, g_V$ , ferner  $t_I, t_V$  das Endglied jeder der beiden Reihen, überhaupt  $t_{II}, t_{III}, t_{IV}, t_{VI}$  das Endglied jeder der übrigen Reihen, so ist

$$A_I = (t_I - 1)/6 + 1$$

$$A_V = (t_V - 5)/6 + 1$$

$t_I, t_V$  sind durch das gegebene  $z$  mitbestimmt. Es sei z. B.  $z = 200$ , so ist  $200/6 = 33\frac{2}{3}$ , also  $t_{II} = 200$ , somit  $t_I = 199$  und  $t_V = 197$  und  $A_I = 34$ ,  $A_V = 33$ . Da nun (nach S. 22) die Anzahl der teilbaren  $g_I$  genau 12, die der teilbaren  $g_V$  genau 10 beträgt, so ist die Anzahl der nicht teilbaren, d. h. der Primzahlen, in I  $34 - 12$  und in V  $33 - 10$ , die Anzahl der  $p_I$  und  $p_V$  zusammen also 45. Die Anzahl der

Primzahlen unterhalb 200 beträgt daher, weil die Urzahlen 2 und 3 hinzuzufügen sind, 47.

Um aber ohne vorher angefertigte Verzeichnisse der  $G$  in I und V durch Rechnung allein bei noch so großem  $z$  die Anzahl der Primzahlen  $(p_1 + p_v + 2)$ , welche kleiner als  $z$  sind, zu finden, ist es nötig, die Anzahl der  $G$ , welche von  $A_1, A_v$  subtrahiert werden muß, nicht allein mit Rücksicht darauf, daß sie teilbar sind, zu bestimmen, sondern auch um die Anzahl der wiederholt vorkommenden, weil in mehr als einer Weise teilbaren, Glieder zu vermindern; z. B. ist  $385 = 5 \cdot 77 = 7 \cdot 55 = 11 \cdot 35$ , darf aber nur einmal gezählt werden.

Die Anzahl der  $G$  wird nun gefunden, indem man zunächst das höchste  $z$  nicht übersteigende  $g_1$  sucht, welches durch die der (als Teiler nicht fungierenden) 1 am nächsten stehende Primzahl in I oder V (also die 5) teilbar ist. Das kleinste durch 5 teilbare  $g_1$  ist bekannt (25), also die Anzahl der durch 5 teilbaren  $g_1$  oder  $A_5 = (t_5 - 25)/5 \cdot 6 + 1$ . Ebenso erhält man dann die Anzahl der durch 7, durch 11, durch 13 und alle folgenden  $g_1$  und  $g_v$  teilbaren  $g_1$ , wobei nur die bereits gezählten Glieder in jeder folgenden Reihe wegzulassen sind und die so erhaltenen Zahlen für die von  $A_1$  zu subtrahierenden Anzahlen der  $G$  um die Anzahl der etwa in vorhergegangenen Reihen schon mitgezählten  $G$  vermindert werden müssen. Diese werden durch Division gefunden, da von je 7 Gliedern der Reihe der durch 5 teilbaren Glieder in I allemal eins durch 7 teilbar ist, von je 11 Gliedern der 7er Reihe eins durch 11 teilbar ist u. s. w.

Entsprechend gestaltet sich die Rechnung dann für die Ermittlung der  $G$  in V. Wie einfach dieselbe in der Ausführung wird, zeigen Beispiele besser, als Worterklärungen. Man kann dazu ebensowohl die Formeln  $\alpha$ , wie  $\beta, \gamma$  verwenden. Die eine Ausrechnung kontrolliert die andere. Man hat für I:

$$\begin{array}{lll}
 \alpha & \beta & \gamma \\
 (t_5/5 - 5)/6 + 1 = (t_5 + 5)/30 & = (t_5/5 + 1)/6 \\
 (t_7/7 - 7)/6 + 1 = (t_7 - 7)/42 & = (t_7/7 - 1)/6 \\
 (t_{11}/11 - 11)/6 + 1 = (t_{11} - 55)/66 & = (t_{11}/11 - 5)/6 \\
 (t_{13}/13 - 13)/6 + 1 = (t_{13} - 91)/78 & = (t_{13}/13 - 7)/6 \\
 (t_{17}/17 - 17)/6 + 1 = (t_{17} - 187)/102 & = (t_{17}/17 - 11)/6 \quad \text{u. s. w.}
 \end{array}$$

und für V:

$$\begin{array}{lll}
 \alpha & \beta & \gamma \\
 (t_5/5 - 7)/6 + 1 = (t_5 - 5)/30 & = (t_5/5 - 1)/6 \\
 (t_7/7 - 11)/6 + 1 = (t_7 - 35)/42 & = (t_7/7 - 5)/6 \\
 (t_{11}/11 - 13)/6 + 1 = (t_{11} - 77)/66 & = (t_{11}/11 - 7)/6 \quad \text{u. s. w.}
 \end{array}$$

Beispiel. Es sei  $z = 1000$ ;  $1000/6 = 166$ , Rest 4;  
 $z = t_{IV}$ ;  $t_I = 997$ ;  $t_V = 995$ .

Reihe I.  $t_5 = 997 - 2 \cdot 6 = 985$ ;  $985/5 = 197$ ;  $197 - 5 = 192$ ;  $192/6 + 1 = 33$ .

$973/7 = 139$ ;  $139 - 7 = 132$ ;  $132/6 + 1 = 23$ ;  $23/5 = 4$ ;  $23 - 4 = 19$ .

$979/11 = 89$ ;  $(89 - 11)/6 + 1 = 14$ ;  $14/5 = 2$ ;  $14 - 2 = 12$ ;  $12/7 = 1$ ;  $12 - 1 = 11$ .

$949/13 = 73$ ;  $(73 - 13)/6 + 1 = 11$ ;  $11/5 = 2$ ;  $11 - 2 = 9$ ;  $9/7 = 1$ ;  $9 - 1 = 8$ .

$901/17 = 53$ ;  $(53 - 17)/6 + 1 = 7$ ;  $7/5 = 1$ ;  $7 - 1 = 6$ .

$817/19 = 43$ ;  $(43 - 19)/6 + 1 = 5$ ;  $5/5 = 1$ ;  $5 - 1 = 4$ .

Hier ist zu bemerken, daß zwar  $t_{19} = 931$ , aber diese Zahl durch 7 teilbar, also schon gezählt ist, daher das nächste durch 19 teilbare  $g_1$   $931 - 6 \cdot 19 = 817$  das Endglied der 19er Reihe.  $943/23 = 41$ ;  $(41 - 23)/6 + 1 = 4$ ; diese 4 Produkte von  $23 \cdot 23$  bis  $23 \cdot 41$  enthalten neben  $23 \cdot 29$  das Glied  $23 \cdot 35$ , welches durch 5 teilbar, also bereits gezählt ist; somit  $4 - 1 = 3$ .  $841/29 = 29$ ;  $(29 - 29)/6 + 1 = 1$ .  $961/31 = 31$ ;  $(31 - 31)/6 + 1 = 1$ .

Jedes weitere  $G$ -Produkt wird  $> z$ . Es sind also von der totalen Anzahl der  $g_1$ , d. h. von  $A_1 = (997 - 1)/6 + 1 = 167$  abziehen: 33 durch 5, 19 durch 7, 11 durch 11, 8 durch 13, 6 durch 17, 4 durch 19, 3 durch 23, 1 durch 29, 1 durch 31 teilbare Glieder, zusammen 86 Glieder.

Demnach beträgt die Anzahl der Primzahlen von der Form  $(6n + 1)$  unterhalb 1000 genau  $167 - 86 = 81$ .

Reihe V.  $t_5 = t_v = 995$ ;  $995/5 = 199$ ;  $(199 - 7)/6 + 1 = 33$ ;  $959/7 = 137$ ;  $(137 - 11)/6 + 1 = 22$ ;  $22/5 = 4$ ;  $22 - 4 = 18$ ;  $(869/11 - 13)/6 + 1 = 12$ ;  $12/5 = 2$ ;  $12 - 2 = 10$ ;  $10/7 = 1$ ;  $10 - 1 = 9$ ; das maximale  $t_{11}$  ist 935; da dieses aber durch 5 teilbar ist, so tritt das nächste Glied der 11er Reihe an seine Stelle  $935 - 11 \cdot 6$ .

$923/13 = 71$ ;  $(71 - 17)/6 + 1 = 10$ ;  $10/5 = 2$ ;  $10 - 2 = 8$ ;  $8/7 = 1$ ;  $8 - 1 = 7$ ;

$833/17 = 49$ ;  $(49 - 19)/6 + 1 = 6$ ;  $6/5 = 1$ ;  $6 - 1 = 5$ ;

$893/19 = 47$ ;  $(47 - 23)/6 + 1 = 5$ ;  $5/5 = 1$ ;  $5 - 1 = 4$ ;

$989/23 = 43$ ;  $(43 - 29)/6 + 1 = 3$ ;

$899/29 = 31$ ;  $(31 - 31)/6 + 1 = 1$ .

Ein  $G$  mit dem Faktor 31, außer  $31 \cdot 29$  und  $31^2$  (in I) ist unterhalb  $t_v$  nicht vorhanden. Man hat also von  $A_v = (995 - 5)/6 + 1 = 166$  zu subtrahieren  $33 + 18 + 9 + 7 + 5 + 4 + 3 + 1$  teilbare Glieder, zusammen 80; also ist die Anzahl der  $p_v = 166 - 80 = 86$ , und die totale Anzahl der Primzahlen unterhalb  $x = 1000$  beträgt  $p_1 + p_v + 2 = 81 + 86 + 2 = 169$ .

Bedenkt man, mit welchem Aufwand an Scharfsinn und Fleiß hervorragende Mathematiker, von deren Untersuchungen ich jedoch erst nach dem Abschlufs der vorliegenden Kenntnis erhielt, sich mit dieser Aufgabe beschäftigt haben, so muß die hier mit den Hilfsmitteln der niederen Arithmetik erzielte Lösung nur um so überraschender erscheinen. Vergleicht man mit meinem einfachen Verfahren z. B. das von MEISSEL, welches ROGEL (*Mathemat. Ann.*, Bd. 36) modifizierte, so springt dessen grosse Umständlichkeit sogleich in die Augen. In seinem Buche »*Elemente der Zahlentheorie*« (Leipzig, 1887, § 13) erläutert G. WERTHEIM das MEISSELSche Verfahren durch dasselbe Beispiel, wie ich hier das meinige, so daß ich nur darauf zu verweisen brauche. Das Bedürfnis



nach einer einfacheren Methode wird schon dadurch bewiesen, daß die Pariser Akademie der Wissenschaften, an RIEMANN (*Monatsberichte der Berliner Akademie* vom November 1859) anknüpfend, ihren *Grand prix des sciences mathématiques* für das Jahr 1892 auf die Lösung der Aufgabe setzte, welche sie mit den Worten »*Détermination du nombre des nombres premiers inférieurs à une quantité donnée*« definierte. Diese Aufgabe ist nunmehr der Hauptsache nach gelöst, denn man braucht nur das einfache Prinzip von K. E. HOFFMANN (*Archiv für Mathematik und Physik*, 1879, 64. Bd., S. 335) auf die Reihen I und V anzuwenden, nachdem ich gezeigt habe, daß die Quadrate aller Primzahlen  $> 3$  zu I gehören, d. h. von der Form  $6n + 1$  sind. Die Kenntnis der Primzahlen von der Form  $6n \pm 1$  (also aller Primzahlen mit Ausschluß der 2 und der 3) unterhalb  $\sqrt{z}$ , wo  $z$  eine beliebige ganze Zahl, genügt in der That vollständig, um die Anzahl der Primzahlen unterhalb  $z$  genau zu finden. Denn diese Aufgabe reduziert sich nun auf die Aufgabe, zu finden, wie viele Lückenzahlen des Intervalls  $\sqrt{z}$  bis  $z$  durch die  $P$  unterhalb  $\sqrt{z}$  nicht teilbar sind. Diese Aufgabe ist nun einer wesentlich vereinfachten Lösung fähig. Zum Beispiel findet sich bei G. WERTHEIM (»*Elemente*« u. s. w., S. 21) die Aufgabe, die Anzahl der Zahlen des Intervalls von 1 bis 1000 zu bestimmen, welche weder durch 2, noch durch 3, noch durch 5, noch durch 7 teilbar sind. Auflösung: Weder durch 2 noch durch 3 teilbar sind nur die Zahlen der Reihen I und V, also 333; weder durch 5 noch durch 7 teilbar sind von diesen 333 nur 228. Beweis:

$$1000 = t_v; t_1 = 997; (997 - 1)/6 + 1 = 167; t_v = 995; (995 - 5)/6 + 1 = 166; 167 + 166 = 333.$$

Das höchste durch 5 teilbare Glied der I ist  $997 - 2 \cdot 6 = 985$ ;  $(985 + 5)/5 \cdot 6 = 33$ , das höchste durch 7 teilbare der I  $973 = 997 - 4 \cdot 6$ ;  $(973 - 7)/6 \cdot 7 = 23$ ;  $23/5 = 4$ ;  $23 - 4 = 19$ . In V ist  $(995 - 5)/5 \cdot 6 = 33$ ;  $(959 - 35)/42$

$= 22$ ;  $22/5 = 4$ ;  $22 - 4 = 18$ . Also sind von 333 abzuziehen  $33 + 33$  durch 5 und  $19 + 18$  durch 7 teilbare Zahlen: zusammen 103; es giebt also  $333 - 103 = 230$  nicht durch 2, 3, 5, 7 teilbare Zahlen zwischen 0 und 1000, also nach Abzug der 5 und 7 selbst: 228.

Viele andere, die Primzahlen und die Teilbarkeit der Zahlen betreffende Aufgaben werden nun leichter lösbar als bisher. Zum Beispiel (S. 45): Welche Zahlen geben durch 5 dividiert 2, und durch 6 dividiert 5 zum Rest? Auflösung: Alle Zahlen in der Reihe V geben durch 6 geteilt den Rest 5. Die kleinste davon, welche, durch 5 geteilt, den Rest 2 giebt, ist  $6 \cdot 2 + 5$ , also geben alle Zahlen von der Form  $6 \cdot 2 + 5 + 5 \cdot 6n = 17 + 30n = 47, 77, 107 \dots$  durch 6 geteilt den Rest 5, durch 5 geteilt den Rest 2, und es kann aufser diesen keine anderen derartigen Zahlen geben, weil die Glieder aller anderen Reihen (I bis IV und VI) nicht von der Form  $6n + 5$  sind.

Entsprechend einfach ist das Verfahren für alle ähnlichen Aufgaben.

Auf Vereinfachungen, welche die Lehre von der Teilbarkeit großer Zahlen durch die in dieser Mitteilung begründete Ordnung aller Zahlen in sechsgliedrige Reihen erfährt, will ich nicht eingehen. Andere in der Zahlentheorie besser Bewanderte werden damit viel eher zum Ziele kommen, als einem mehr mit empirischen Fragen beschäftigten Physiologen möglich ist. Dagegen hoffe ich, die nähere Begründung der hier skizzierten Entstehung der Zahlbegriffe aus dem Tonsinn, sowie einige Folgerungen hinsichtlich der Erkenntnistheorie und Psychogenesis in nicht ferner Zeit ausarbeiten zu können.

Berlin, am 27. April 1891

# L'ophtalmométrie clinique.

Par

E. JAVAL à Paris.



Tous les oculistes sont d'accord pour reconnaître le grand service rendu à leur art par l'invention de l'ophtalmoscope. Il me paraît convenable de démontrer ici l'importance non moins grande des bienfaits attribuables à l'emploi de l'ophtalmomètre.

Chacun sait en effet que l'ophtalmoscope permet de poser à l'instant le diagnostic d'un certain nombre de maladies des membranes profondes de l'œil; mais, en somme, ces maladies réunies n'affectent qu'une petite fraction de l'humanité, et, de plus, il arrive trop souvent que la connaissance du mal ne soit guère qu'une satisfaction de dilettantisme et que la thérapeutique soit incapable de tirer profit de la précision du diagnostic.

L'ophtalmométrie, au contraire, permet de reconnaître en un instant la position et le siège de l'astigmatisme cornéen, et cette connaissance est d'autant plus précieuse que l'astigmatisme est la plus fréquente des infirmités humaines et que sa correction exacte permet d'éviter un grand nombre de maladies des yeux dont la cause première réside dans la fatigue éprouvée par l'organe visuel quand sa construction laisse à désirer.

Dans un récent volume<sup>1</sup> j'ai exposé le tableau de nos connaissances actuelles en ophtalmométrie; ce m'est un grand honneur d'en donner ici un bref résumé.

---

<sup>1</sup> JAVAL, *Mémoires d'ophtalmométrie*. G. MASSON, Paris, 1891.

Je parlerai successivement de l'instrument, des résultats physiologiques et des applications cliniques.

### *L'instrument.*

Quand il entreprit de déterminer les constantes optiques de l'œil, Mr. HELMHOLTZ eut l'heureuse idée d'ajouter à sa lunette un système de deux glaces parallèles. Cette disposition, empruntée à l'héliomètre des astronomes, présente le précieux avantage de permettre d'exécuter des mesures exactes malgré les petits mouvements inévitables de l'œil observé. Quand MEYERSTEIN lui eut livré l'instrument, l'auteur se contenta de mesurer trois yeux, et il considéra, à bon droit, sa tâche comme terminée : il laissait à autrui le soin d'introduire des modifications de détail, tout comme il avait laissé à autrui le soin d'approprier l'ophtalmoscope aux besoins de la clinique.

Sous l'empire d'une modestie exagérée, pendant vingt ans, les observateurs qui se servaient de l'ophtalmomètre n'eurent pas la pensée qu'il serait peut-être expédient d'apporter quelque transformation à l'instrument construit par MEYERSTEIN. J'avais longtemps vécu dans la même superstition jusqu'en 1880, où je fus conduit à introduire une première modification à cet appareil. Au congrès international d'ophtalmologie qui siégeait à Heidelberg en 1888, j'ai fait le récit des changements que M. SCHIÖTZ et moi avons fait subir à l'ophtalmomètre.

Dans son état actuel, l'instrument permet de travailler à la lumière du jour ; il donne d'un coup d'œil la position des méridiens de courbure principaux de la cornée et la valeur de la réfraction dans ces deux méridiens. La rapidité de manœuvre est plusieurs centaines de fois plus grande qu'avec le modèle primitif. De plus, l'appareil est transportable et son prix est d'autant plus modéré que, vu le grand nombre de commandes, on a pu fabriquer une partie des pièces par des procédés mécaniques.

Enfin une disposition simple permet de mesurer tous les points de la cornée aussi facilement que l'on mesurait jusqu'ici le sommet.

Théoriquement, notre instrument est caractérisé par les particularités suivantes:

1°. Le dédoublement est obtenu par un cristal biréfringent, ce qui évite les erreurs de mesure causées par l'astigmatisme de l'observateur.

2°. Les objets ne sont plus de simples points lumineux, ce qui affranchit des erreurs causées par les petits accidents locaux de la cornée observée.

3°. Au lieu de faire varier le dédoublement, ce qui exigeait un mécanisme délicat, nous faisons varier la grandeur de l'objet reflété sur la cornée.

4°. Par deux artifices mathématiques, en faisant varier la grandeur de l'objet suivant un arc de cercle et en choisissant convenablement le dédoublement, nous avons pu supprimer les calculs et faire lire directement la force réfringente de la cornée: on *voit* une image catoptrique et on *lit* une valeur dioptrique.

5°. Nous observons à petite distance, ce qui permet d'augmenter la précision des mesures.

Les erreurs d'observation sont du même ordre de grandeur que dans l'instrument de MEYERSTEIN. Pour nous en rendre compte, nous nous sommes procuré des sphères en acier trempé et poli de 7 à 8 mm de rayon. Avec un bon Palmer, on peut mesurer le diamètre de ces sphères sans se tromper de plus de deux centièmes de millimètre et se servir ensuite d'une de ces sphères pour régler l'ophtalmomètre. Pour un bon observateur, la précision de l'ophtalmomètre est comparable à celle du Palmer.

Chaque instrument est livré avec un petit miroir torique en métal doré, dont les deux rayons sont inscrits, et qui sert d'étalon pour contrôler l'exactitude de l'observateur. Ces

miroirs, obtenus par des procédés mécaniques, sont identiques entre eux dans les limites de la précision des observations.

Si l'on tenait à augmenter encore l'exactitude des mesures, il suffirait de diminuer la force du prisme biréfringent, dont le chromatisme est une cause d'erreur, et d'augmenter le grossissement en allongeant le foyer de l'objectif postérieur ou la force de l'oculaire; mais cette modification obligerait à ne faire de mesures sur l'œil vivant que par des temps très-clairs, ou, ce qui est facile, à remplacer les mires par des lampes à incandescence.

Tel qu'il est, l'instrument donne une précision suffisante et permet de travailler avec une éclairage ordinaire, sans avoir besoin de fixer bien rigoureusement la tête du sujet en observation.

Il est certain que nos successeurs perfectionneront encore le précieux instrument auquel le nom de HELMHOLTZ restera éternellement attaché.

\* \* \*

L'observation à courte distance, telle que nous la pratiquons, se prête mal à l'étude des images du cristallin. C'est pourquoi, dans mon laboratoire, Mr. TSCHERNING a construit, sous le nom de ophtalmophacomètre, un appareil où des lampes à incandescence glissent sur un arc de grand rayon. Il est à espérer que les procédés de Mr. TSCHERNING pourront être bientôt introduits dans la pratique courante.

#### *Résultats physiologiques.*

Je renvoie au volume des *Mémoires d'ophtalmométrie* pour le détail des observations faites depuis dix ans sur la cornée vivante par MM. LAQUEUR, SCHIÖTZ, NORDENSON, PFALZ, EISSEN, SWAN M. BURNETT, BULL, PFLÜGER etc. ne voulant signaler ici que les résultats les plus importants.



Tous les observateurs sont d'accord aujourd'hui pour attribuer à la cornée un rôle tout-à-fait prépondérant dans la production de l'astigmatisme total. Le cas, célèbre entre tous, de TH. YOUNG qui attribuait 1,75 % d'astigmatisme à son cristallin doit être rangé au moins parmi les exceptions. Mes collaborateurs TSCHERNING, BULL et SULZER vont jusqu'à révoquer en doute l'existence de l'As. cristallinien accommodatif, dont je parlerai plus loin. En tout cas, nous savons que la valeur de l'As. cristallinien n'est jamais grande; de la faiblesse de l'As. cristallinien résulte cette conséquence que la position de l'As. total ne diffère généralement guère de celle de l'As. cornéen.

Les oculistes ont pris l'habitude de désigner sous le nom de *direct* l'astigmatisme des yeux où la réfraction est plus forte dans le méridien vertical et ils nomment *inverse* celui, moins fréquent, où le méridien horizontal est plus réfringent.

On devait s'attendre à trouver l'œil normal exempt d'astigmatisme, soit cornéen, soit total. Loin de là, les statistiques de NORDENSON et de SCHIÖTZ, faites en examinant à l'ophtalmomètre un grand nombre d'écoliers en France et en Norwège, ont constaté la très-grande fréquence d'un As. cornéen direct d'environ une demidioptrie. Ce sont précisément les yeux dont la cornée est ainsi construite qui n'ont pas d'As. subjectif, fait que j'avais expliqué d'abord par l'hypothèse d'une accommodation astigmatique compensatrice.

D'après les mensurations que Mr. SULZER vient de communiquer à la *Société française d'ophtalmologie* (mai 1891), il paraît probable que cet As. cornéen central provient de la décentration de la cornée qui constitue l'angle  $\alpha$ . S'il en est ainsi, pour obtenir, par l'ophtalmomètre, un chiffre se rapprochant de celui de l'As. total, il faudrait, avant de mesurer la cornée, mesurer préalablement l'angle  $\alpha$  et faire tourner l'œil observé d'une quantité égale à cet angle pour amener le sommet de la cornée dans l'axe de la lunette.

Les mesures de Mr. SULZER nous apprennent en même temps que cette notion de l'angle  $\alpha$  est moins simple à définir que nous ne pensions, car en général dans le méridien horizontal, le rayon de courbure varie bien moins rapidement du côté nasal que du côté temporal, si bien qu'on est assez loin de la réalité quand on assimile la cornée à un ellipsoïde à trois axes inégaux: elle n'est jamais symétrique par rapport à un plan vertical passant par le sommet. Il ne s'agit pas là d'une petite irrégularité: pour s'en convaincre, il suffit de jeter un coup d'œil sur les diagrammes qui accompagnent le travail de Mr. SULZER.

Il y a là une imperfection de plus à mettre à la suite de celles que M. HELMHOLTZ a énumérées dans la célèbre boutade de la conférence qu'il a faite à Heidelberg en 1868. La forme de la cornée humaine, par des approximations de plus en plus exactes, avait été assimilée successivement à celle d'une sphère, puis d'un ellipsoïde de révolution, puis d'un ellipsoïde à trois axes inégaux; actuellement nos moyens de mesure sont assez précis pour que nous ne puissions plus nous contenter de comparer l'œil à une surface du second degré, et encore sommes-nous loin d'avoir l'étudié la forme de la cornée avec l'exactitude que permettent d'obtenir les instruments dont nous disposons actuellement.

Nous sommes bien moins avancés pour l'ophtalmométrie du cristallin. Cependant, les observations de Mr. TSCHERNING ayant montré qu'à l'état de repos le cristallin est généralement oblique, comme s'il avait tourné de plusieurs degrés autour d'un axe vertical, on pourrait être tenté de dire que l'œil normal, sans astigmatisme, présente un As. cornéen direct, par décentration du sommet cornéen, compensé par un As. cristallinien inverse.

Tout-à-fait au début de l'ophtalmométrie, on s'attendait à rencontrer des variations de courbure importantes de la cornée sous l'influence des variations de la pression intra-

oculaire. Il n'en a pas été ainsi, et l'étude de l'influence de la pression sur la forme de la cornée avait été abandonnée lorsque les observations de PFALZ et surtout celles de MARTIN, faites sur des yeux glaucomateux, révélèrent la fréquence de l'As. inverse dans cette affection et servirent de point de départ au beau travail entrepris par M. EISSEN sous les auspices de Mr. PFLÜGER, à Berne.

Les expériences de Mr. EISSEN, qui ont été faites des yeux de lapins vivants, prouvent que sous l'influence d'une augmentation de pression intraoculaire la forme de la cornée se modifie. Chez le lapin, l'As. direct disparaît pour faire place à de l'As. inverse, du moins dans un certain nombre de cas, et c'est en partie sur ces expériences que je me suis fondé pour émettre sur les réglages de l'œil, des hypothèses, pour lesquelles je renvoie au compte rendu du Congrès médical de Berlin (1890, section de physiologie).

La série des recherches physiologiques à faire au moyen de l'ophtalmomètre est loin d'être épuisée. L'une des plus intéressantes est l'étude de l'aplanétisme de l'œil, étude dont le plan est tout tracé depuis que nous sommes en mesure d'étudier la courbure de la cornée en divers points déterminés. Il sera facile de savoir dans quelle mesure la cornée s'écarte de la forme la plus convenable pour réaliser l'aplanétisme lors de la vision des objets plus ou moins voisins. On verra en même temps si la forme de cette membrane, plus favorable à la vision directe que ne serait la forme sphérique, n'est pas nuisible à la vision indirecte. En attendant les perfectionnements de l'ophtalmométrie du cristallin, on pourra, au moyen de l'expérience des quatre trous de VOLKMANN, combinée avec l'addition de ménisques, se rendre compte du rôle du cristallin dans l'aplanétisation de l'œil.

*Applications cliniques.*

Jusqu'ici la seule application clinique importante de l'ophtalmomètre est la mesure de l'astigmatisme.

Contrairement à toute attente, dès que nous avons pu faire de l'ophtalmométrie rapide, nous avons trouvé que les écarts de valeur et de position entre l'As. subjectif total et l'As. cornéen central ne sont jamais considérables, à tel point que, bien souvent, on peut se contenter de prescrire les verres résultant de la mensuration ophtalmométrique. — De plus, en général, les écarts entre l'As cornéen central et l'As subjectif suivent une loi assez régulière, si bien que, dans les *Mémoires d'ophtalmométrie* (pag. 131) j'ai pu donner la formule empirique:

$$Ast. = K + p . Asc.,$$

dans laquelle *Ast.* représente l'As. total et *Asc.* l'As. cornéen central mesuré à l'ophtalmomètre. *K* est une constante négative et *p* un coefficient un peu supérieur à l'unité. Il reste à rechercher dans quelle mesure *K* peut s'écarter du chiffre de 0,5 et *p* du chiffre 1,25 que je leur ai attribués, à voir s'il n'y a pas d'autres coefficients à introduire, et à reconnaître les cas où la formule ci-dessus s'éloigne de la réalité des faits. Pour *Asc* = 0 la formule donne un As. inverse d'environ 0,5 et pour *Ast* = 0 elle exige un As. cornéen direct d'environ 0,5, en conformité avec les résultats de SCHIÖTZ que j'ai mentionnés plus haut.

\*            \*            \*

L'introduction de l'ophtalmométrie dans la pratique quotidienne a eu pour principal résultat de rendre bien plus fréquentes les prescriptions de verres cylindriques et, par contre-coup, la correction d'un plus grand nombre d'astigmates a conduit plusieurs confrères à faire jouer un rôle important à l'As. dans la production de plusieurs maladies des yeux. Si

---

l'un ou l'autre de nous a été trop loin dans cette voie, il n'en reste pas moins acquis que la mauvaise optique de l'œil est souvent une cause de fatigue et des troubles variés, qui cèdent comme par enchantement à l'emploi des verres correcteurs.

*Conclusion.*

On peut prévoir le moment où l'ophtalmomètre jouira d'une popularité égale à celle de l'ophtalmoscope.



Die neueren Fortschritte  
in unserer Kenntnis von dem optischen Baue  
des Auges der Wirbeltiere.

Von

L. MATTHIESSEN in Rostock.





Seit fast einem Jahrhundert ist die Anatomie, Physiologie und die Mathematik bestrebt gewesen, den Bau und die Funktion des Auges, dieses wichtigsten aller dioptrischen Werkzeuge, zu erforschen. Wenngleich nun die in der Periode der Kindheit der Ophthalmologie zeitweilig auf lange Zeit unterbrochenen, in der Folgezeit beim Aufblühen der Physiologie nunmehr fast unausgesetzten Studien des Gesichtssinnes sich zu einer besonderen Wissenschaft herausgebildet haben, so ist doch ein Abschluß derselben um so weniger abzusehen, als, trotz der hohen Vollendung dieses edelsten aller Sinne, wir es mit einem organisch-physikalischen Werkzeuge zu thun haben. Infolge dieser Natur ergab sich von selbst die bei dem Wachsen der Wissenschaft fortschreitende Trennung in die Anatomie, Physiologie und Pathologie des Gesichtssinnes, von der sich in neuester Zeit noch die vergleichende Augenheilkunde der Tiere abzuzweigen beginnt. Mit diesen Fortschritten ging notwendig Hand in Hand die Verfeinerung der Technik der physiologischen Optik, sowie die Erfindung und Vervollkommnung von Apparaten, die dioptrischen Elemente und Konstanten des Auges zu bestimmen. Da aber biologische Verhältnisse, die Verschiedenheit der Altersstufen der Individuen und individuelle Ent-

wicklung den Bau des Gesichtssinnes vielfach modifizieren, so wird selbst die Feststellung eines mittleren normalen oder schematischen Auges der Einzelgattung kaum jemals zu einem definitiven Abschlusse gelangen.

Schwierigkeiten ganz anderer Art stellen sich der genaueren Erforschung der physiologischen Optik des Tierauges hemmend entgegen, da die Versuche, an lebenden Tieren zu experimentieren, völlig scheitern. Man hat einstweilen sich begnügen müssen, an frischen, toten Augen mit den zu Gebote stehenden technischen Hilfsmitteln zu beobachten und zu messen, um eine wenigstens angenäherte Einsicht in den physikalisch-optischen Bau und die Dioptrik des Auges der Tierspezies zu gewinnen. Wie weit die Ophthalmologie bis jetzt auf diesem Wege in der Kenntnis des optischen Baues und der Grundlagen der Dioptrik des Tierauges, also namentlich des Brechungsvermögens der Augenmedien, der Krümmung und der Örter der brechenden Flächen gelangte, davon soll versucht werden, in den folgenden Abschnitten eine kurze Übersicht zu geben.

Das es sich zumeist nur um die Untersuchung weniger Individuen derselben Tierspezies handelt, so wird man an den Wert der numerischen Bestimmungen noch nicht den Maßstab der Genauigkeit anlegen dürfen, welcher für das menschliche Auge als Norm gilt. Doch wird der unbefangene Leser hoffentlich die Einsicht gewinnen, daß für manche bis dahin ungelöste Fragen in der Kenntnis des physikalisch-optischen Baues selbst des menschlichen Auges eine exakte Lösung zu erwarten steht. Wir wollen die einzelnen Medien in ihrer natürlichen Ordnung betrachten und am Schlusse die gewonnenen metrischen und theoretischen Resultate anwenden auf die Dioptrik des größten Auges überhaupt, des Auges vom Blauwal (*balaenoptera Sibbaldii*).

§ 1. Die Hornhaut. Die Hornhaut mit ihren beiden gekrümmten, glatten Oberflächen, begrenzt durch die dahinter

gelegene wässrige Flüssigkeit, nimmt wesentlich Anteil an dem optischen Bau des Auges. Sie vollzieht gemeinschaftlich mit der Linse die gesamte Brechung der Lichtstrahlen zur Herstellung der Netzhautbilder äußerer Objekte, indem beide für sich mit den angrenzenden Medien Kollektivsysteme bilden. Das Hornhautsystem ist in dem Auge des Menschen, der Affen und der Vögel das stärker kollektive von beiden; umgekehrt ist dies bei den Säugetieren und Fischen der Fall. Wir stellen diese Verhältnisse in der folgenden Tabelle zusammen, worin die II. Hauptbrennweiten mit  $\varphi$  und  $\varphi_1$  bezeichnet sind.

Tabelle 1.

Auge	Hornhautsystem $\varphi$	Linsensystem $\varphi_1$	$\varphi_1 : \varphi$
	mm	mm	
Mensch .....	31,2	49,2	1,60
Meerkatze .....	27,0	41,9	1,56
Turmfalke .....	22,0	37,2	1,70
Seeadler .....	34,8	67,6	1,94
Rabe .....	25,8	36,7	1,42
Pferd .....	78,8	64,4	0,82
Maultier .....	71,6	55,0	0,77
Rind .....	60,4	40,9	0,68
Schaf .....	50,6	34,3	0,68
Elch .....	61,6	39,7	0,64
Löwe .....	59,6	35,7	0,60
Hund .....	33,8	22,9	0,60
Katze .....	31,7	25,0	0,79
Blauwal (über Wasser) .....	314,3	40,5	0,13
Finwal » » .....	269,6	37,1	0,14
Seiwal » » .....	224,9	32,8	0,15
Knöllwal » » .....	186,8	31,2	0,17
Delphin » » .....	67,5	14,0	0,21
Dorsch » » .....	53,6	11,8	0,22
Karpfen » » .....	38,0	6,6	0,17
Wels » » .....	26,0	5,6	0,21
Hecht » » .....	48,0	9,5	0,20
Barsch » » .....	54,0	12,1	0,22
Roche » » .....	78,0	16,4	0,21

Bei den vier Finwalen und dem Rochen (*raja batis*), welche einen beträchtlichen Kurvatur-Astigmatismus der Hornhaut besitzen, ist die Brennweite  $\varphi$  für den horizontalen Meridian berechnet.

Die Erzeugung scharfer Bilder durch die Hornhaut ist bei den Landtieren bedingt durch das Vorhandensein eines glättenden Apparates, nämlich der Augenlider und der Nickhäute. LEUCKART spricht sich in seiner *Organologie des Auges* (S. 272 und 277) über die Bestimmung dieser Organe folgendermaßen aus: »Der Nutzen der Augenlider besteht darin, sowohl die Augen gegen mechanische Eingriffe und Verunreinigungen, eventuell auch allzu intensives Licht zu schützen, als auch die Oberfläche derselben gleichmäßig zu befeuchten und dadurch in einem für den Durchgang der Lichtstrahlen stets gleich geeigneten Zustande zu erhalten. Die Wassertiere bedürfen derartige Einrichtungen nur in geringem Grade und können sie vielfach sogar ohne besonderen Nachteil gänzlich entbehren, wie wir das in der That auch bei der größeren Anzahl der Fische beobachten.«

Gegen die letztere Behauptung lassen sich unseres Erachtens gewichtige Einwände erheben. Allerdings ist der Schutz- und Glättungsapparat bei den Fischen unvollkommen, da ihnen die Augenlider und fast allen die Nickhäute fehlen. Daher leidet die Hornhaut, namentlich bei den Bewohnern stagnierender Gewässer, häufig an Keratokonismus. Gefährlicher für den Gesichtssinn dieser Tiere sind die Ektoparasiten, von denen sie häufig geplagt werden, und von denen die Fische wegen der Kürze der vorderen Extremitäten mit diesen die Augen nicht zu befreien vermögen. Dasselbe ist bei den großen Finwalen der Fall; ihre Vorderflossen sind zu kurz, und eine Ausnahme macht nur der Knöllwal (*megaptera boops*), der am meisten unter dieser Plage leidet, und dessen Bulben mitunter stark gerötet oder entzündet sind. Seine Unzahl von Fellparasiten, wie *coronula*, *lepas*, *cyamus* u. a. m.,

pfllegt er auch wohl an dem Ufergeröll abzuwälzen. Was nun aber die Fische anbetrifft, so entbehren auch sie des Schutzes gegen mechanische Eingriffe durchaus nicht. Es scheint unbekannt zu sein, daß sie den Bulbus nach unten um  $90^\circ$  umzustülpen vermögen, wie Verfasser dies am Karpfen beobachtet hat. Der Bulbus tritt dabei fast zur Hälfte aus der Augenhöhle heraus, und die Glättung, beziehungsweise die Reinigung wird so an dem unteren Rande der Orbita leicht vollzogen.

§ 2. Der Astigmatismus der Hornhaut und die Hypothese von WOLFSKEHL. Schon CHOSSAT (1820) glaubte gefunden zu haben, daß die Hornhautfläche des Rindes rotationsellipsoidisch sei. Die neueren Untersuchungen an verschiedenen Tieraugen, wie auch am menschlichen Auge haben ergeben, daß die Hornhaut sich sehr nahe dem Scheitel eines dreiaxigen Ellipsoides anschmiegt, dessen längste Axe mit der Augenaxe nahezu zusammenfällt.<sup>1</sup> Geht man nämlich davon aus, eine krumme Oberfläche II. Ordnung zu suchen, welche sich einem gegebenen glatten und gekrümmten Flächenstücke möglichst genau anschmiegt, so wird man zu untersuchen haben, ob diese Bedingung durch eine Kugel, ein Ellipsoid, ein Paraboloid oder ein Hyperboloid am besten erfüllt wird. Legt man die allgemeinste Gleichung der Oberflächen II. Ordnung zu Grunde mit drei Halbachsen  $a$ ,  $b$  und  $c$ , so wird man zur Kugel gelangen, wenn  $a = b = c$  ist; zu einem Ellipsoid, speziell einem Rotationsellipsoide, wenn  $a$ ,  $b$  und  $c$  verschieden oder  $b = c$ , außerdem positiv und reell sind, zu einem Paraboloid, wenn  $a$ ,  $b$  und  $c$  unendlich groß, und zu einem Hyperboloid, wenn  $a$  reell,  $b$  und  $c$  imaginär gefunden werden. Bei der menschlichen und tierischen Hornhaut ergibt sich nun, wie es scheint, durchweg der zweite Fall, und zwar  $a > b > c$ , wobei  $a$  nahezu in der Richtung

<sup>1</sup> Man vergleiche den Schlußsatz dieses Paragraphen.

der Augenaxe liegt. Dabei ereignet es sich, daß bei einigen Augen die beiden kürzeren Halbaxen  $b$  und  $c$  entweder gleich oder voneinander verschieden sind; aber immer findet sich auf der Hornhaut ein Flächenelement stärkster Krümmung, und zwar nahe dem Mittelpunkt derselben. Sind  $b$  und  $c$  verschieden, so giebt es auf einem solchen, wenigstens geometrisch diskutierbaren Flächenelemente immer zwei aufeinander senkrechte Meridiane von stärkster und schwächster Krümmung, und zwar in der Regel ein horizontaler und vertikaler. Eine solche Hornhaut ist offenbar immer astigmatisch, d. h. homozentrisch einfallende Strahlenbündel werden nicht homozentrisch gebrochen, und die Strahlenbündel besitzen eine von zwei Brennpunkten eingeschlossene Brennweite (tetraedrische Modifikation). Der Astigmatismus der Hornhaut unserer Haustiere ist wohl zuerst von KOSCHEL vor 1881 beobachtet worden. Genauere Messungen der elliptischen Krümmung sind später an frischen toten Augen angestellt von MÖNNICH und KLINGBERG. An der Messung der Hauptkrümmungsradien im Scheitel der Hornhaut haben sich außerdem noch BERLIN, WOLFSKEHL u. A. beteiligt.

Durch die Erwägung, daß spaltförmige Diaphragmen ein bekanntes Korrektionsmittel für den Astigmatismus sind, kam WOLFSKEHL<sup>1</sup> auf die Vermutung, daß die ovale Pupille mancher Tiere ähnlichen Zwecken diene, und fand dieselbe durch seine Messungen an Katzenaugen einstweilen bestätigt. WOLFSKEHL führte seine Messungen mit Hilfe eines Ophthalmometers aus. Hat man ein Ophthalmometer nach v. HELMHOLTZ zur Verfügung, so läßt sich zugleich die Elliptizität der Meridiane bestimmen. Der frisch enukleierte Bulbus wird dem Ophthalmometer gegenüber möglichst in seiner natürlichen Lage auf einem horizontal drehbaren Träger

<sup>1</sup> WOLFSKEHL, Über Astigmatismus in Tieraugen und die Bedeutung der spaltförmigen Pupille. *Zeitschr. f. vergleich. Augenheilk.* von BERLIN u. EVERS-BUSCH, I. (1882.) S. 7.

mit fester Kreisteilung und drehbarem Zeiger montiert, so daß die Hornhautbasis vertikal und senkrecht zur Ophthalmometeraxe steht. Weicht nun die elliptische Axe von der Richtung der Axe des Instrumentes um einen Winkel  $v$  ab, was z. B. bei einem Rinde nasalwärts ist (MÖNNICH), und mißt man den Krümmungsradius  $\varrho_0$ , so ist

$$\varrho_0 = \frac{a(1 - \epsilon^2)}{\sqrt{1 - \epsilon^2 \sin^2 v}}^3,$$

dreht man nun den Bulbus um den Winkel  $\varphi$  nasalwärts, so erhält man

$$\varrho_1 = \frac{a(1 - \epsilon^2)}{\sqrt{1 - \epsilon^2 \sin^2 (\varphi - v)}}^3,$$

darauf dreht man die STEINHEILSchen Platten in die genau entgegengesetzte Lage und auch den Bulbus so weit, daß die Bilder zweier zur Seite des Objektivs befindlichen Flammen wieder zur Deckung kommen. Ist nun der erforderliche Drehungswinkel von der Anfangsstellung  $\varphi_1$ , so hat man noch

$$\varrho_1 = \frac{a(1 - \epsilon^2)}{\sqrt{1 - \epsilon^2 \sin^2 (\varphi_1 + v)}}^3,$$

alsdann ist offenbar  $\varphi - v = \varphi_1 + v$  und  $v = \frac{1}{2}(\varphi - \varphi_1)$ ; die ersten beiden Gleichungen ergeben die Exzentrizität und die beiden Halbaxen der Ellipse. Den Winkel  $v$  bestimmte MÖNNICH am Rindsauge nach einer anderen Methode gleich  $20^\circ 53'$ . Wir wollen sein Verfahren beschreiben.

MÖNNICH<sup>1</sup> und später auch KLINGBERG<sup>2</sup> stellten sorgfältige negative Gipsabgüsse der Hornhaut mehrerer Haustiere her und von diesen mehrere positive, die sie in der Richtung

<sup>1</sup> MÖNNICH, Über den physikalisch-optischen Bau des Rindsauges. *Ibid.* II. (1883.) S. 11.

<sup>2</sup> KLINGBERG, Beiträge zur Dioptrik der Augen einiger Haustiere. *Programm.* Güstrow 1888. I. — Über den physikalisch-optischen Bau des Auges der Hauskatze. *Archiv d. Freunde d. Naturgesch. in Mecklenburg.* XLII. (1888). S. 119.

eines der beiden Meridiane fein durchsägen, nachdem der Scheitelpunkt annähernd festgestellt war. Von diesen sekundären Schnitten stellten sie sodann mittelst eines Skioptikons zehnfach vergrößerte Projektionen und genaue Zeichnungen derselben her, welche auf Koordinaten gemessen wurden, nachdem davon die Lage der Ellipsenaxe genau festgestellt war. Um jede etwaige Verzerrung durch die Projektion zu vermeiden, wurden die Schnitte vorher auf Glasplatten mit feinen Liniensystemen geklebt. Dabei ergaben sich nun zwei interessante Resultate, erstlich, daß die beiden Hauptmeridiane verschiedene Krümmungen, zweitens eine merkliche Elliptizität besitzen. Es wurden die Elliptizitäten bestimmt sowohl am horizontalen als am vertikalen Meridian. Die Einzelmessungen ergaben folgende Mittelwerte der Halbaxen der Ellipsen und der Krümmungsradien im Scheitel:

Tabelle 2.

Auge	$a_h$	$b_h$	$\varrho_h$	$a_v$	$b_v$	$\varrho_v$	$\varrho_h - \varrho_v$	Beobachter
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	
Rind (3 Augen) .	19,59	16,86	14,51	19,64	16,83	14,44	0,07	MÖNNICH
Pferd (4 Augen) .	39,66	25,94	17,13	26,86	21,30	16,93	0,20	KLINGBEG
Schaf (5 Augen) .	19,17	13,73	10,00	20,60	14,12	9,94	0,06	„
Schwein (3 Augen)	20,56	12,60	7,73	21,31	12,73	7,84	- 0,11	„
Katze (5 Augen) .	10,71	8,86	7,33	8,76	8,23	7,76	- 0,43	„

Von diesen Tieren besitzen die drei ersten eine längs-ovale Pupille, das vierte eine runde, das fünfte eine quer-ovale. An den einzelnen Augen des dritten und vierten wurde ein gleichsinniger Astigmatismus nicht gefunden; derselbe oder die Differenz  $\varrho_h - \varrho_v$  war teils positiv, teils negativ. Dagegen ergaben sich bei den beiden ersten Augenarten durchweg positive und bei der fünften durchweg negative Werte.

Die WOLFSKEHLSche Hypothese bestätigt sich weiter



an einer Reihe anderer Messungen des Hornhaut-Astigmatismus, die nach verschiedenen Methoden angestellt wurden.

Tabelle 3.

Auge	Pupille	$\varrho_k$	$\varrho_v$	$\varrho_k - \varrho_v$	Beobachter
		mm	mm	mm	
Mensch . . . .	rund	7,60	7,72	— 0,12	
Pferd . . . . .	längsoval	18,75	16,60	2,15	KOSCHEL <sup>1</sup>
» . . . . .	»	19,5	17,0	2,5	BERLIN <sup>2</sup>
» . . . . .	»	17,13	16,93	0,20	KLINGBERG
Maultier . . . .	»	19,25	18,25	1,00	MATTHIESSEN
Rind . . . . .	»	16,8	14,7	2,1	KOSCHEL
» . . . . .	»	14,51	14,44	0,07	MÖNNICH
Elch . . . . .	»	15,61	14,84	0,77	MATTHIESSEN
Schaf . . . . .	»	12,75	12,40	0,35	KOSCHEL
» . . . . .	»	10,00	9,94	0,06	KLINGBERG
Schwein . . . .	rund	11,0	10,6	0,4	KOSCHEL
» . . . . .	»	7,73	7,84	— 0,11	KLINGBERG
Hund . . . . .	»	9,3	9,0	0,3	KOSCHEL
Katze . . . . .	queroval	7,64	8,61	— 0,97	WOLFSKEHL
» . . . . .	»	9,5	9,2	0,3	KOSCHEL
» . . . . .	»	7,33	7,76	— 0,43	KLINGBERG
Fuchs . . . . .	»	7,46	8,36	— 0,90	»
Löwe . . . . .	rund	15,0	15,0	0,0	MATTHIESSEN
Blauwal . . . .	längsoval	62,0	37,0	25,0	»
Seiwal . . . . .	»	47,0	29,0	18,0	»
Hecht (8pfdg.)	»	12,0	10,5	1,5	»
Roche . . . . .	rund mit Fächer	19,5	9,0	10,5	»
Kabeljau . . . .	rund	36,0	36,0	0,0	»

Die Beziehungen des Astigmatismus der Hornhaut zur Gestalt der Pupille sind besonders interessant bei den Wasserbewohnern. Die Längs- und Queraxen der Pupillen sind bei dem

	$d_1$	$d_2$
Blauwal ( <i>balaenoptera sibbaldii</i> ) . .	17,0 mm	12,0 mm
Seiwal ( <i>balaenoptera borealis</i> ) . . .	16,5 »	12,0 »

<sup>1</sup> KOSCHEL, Über Form-, Lage- und Größenverhältnisse der Orbita, des Bulbus und der Krystalllinse unserer Haustiere. *Zeitschr. f. vergl. Augenheilk.* II. (1883.) S. 53.

<sup>2</sup> BERLIN, Über den physikalisch-optischen Bau des Pferdeauges. *Ibid.* I. (1882.) S. 17.

	$d_1$	$d_2$
Knöllwal (megaptera boops) . . . .	15,0 mm	8,0 mm
Hecht (esox lucius) . . . . .	9,0 »	8,0 »

Bei dem Glattrochen (*raja batis*) ist die Pupille fast kreisrund, bei dem Stachelrochen (*raja clavata*) etwas längsoval. Die Hornhaut ist verhältnismäßig groß und stark astigmatisch. Vor und über der oberen Hälfte der stark vortretenden Linse befindet sich ein Fächer von sieben breiten, fingerförmigen Strahlen, welche das Sehloch auch längsoval zu machen vermögen. Vornehmlich wird der Fächer wohl als Schirm zur Abhaltung des von oben einfallenden zu starken Lichtes dienen und steht also mit der natürlichen Lage des Körpers im Zusammenhange (LEUCKART).

HIRSCHBERG<sup>1</sup> hat gefunden, daß die Netzhautbilder des Hechtauges im Wasser sehr scharf, in Luft dagegen stark astigmatisch seien, daß bei den Fischen überhaupt die Hornhaut in ihrer Krümmung große Unregelmäßigkeiten zeige. Offenbar ist der Glättungsapparat bei den Fischen sehr unvollkommen, da ihnen die Augenlider fehlen. Die Umstülpung des Bulbus wird demnach wohl selten von diesen Tieren in Anwendung gebracht.

Es ist interessant zu bemerken, daß die Richtung der Pupillenspalte in biologischer Hinsicht von Bedeutung zu sein scheint. Mit dem Auge von einer längsovalen Pupille, wie diese bei den Huftieren durchweg vorkommt, verbinden wir die Vorstellung des Gutmütigen, mit dem Auge von einer senkrechten, querovalen Pupille, welche den schleichenden, lauernden Raubtieren eigen ist, die Vorstellung des Listigen und Tückischen. So bei den Katzen, Füchsen, Luchsen, <sup>×</sup>Eulen, Krokodilen und Haifischen. In biologischer Hinsicht kann man dazu bemerken, daß die Tiere mit längsovaler Pupille vorzugsweise ein horizontales Gesichtsfeld beherrschen,

<sup>1</sup> HIRSCHBERG, Zur Dioptrik und Ophthalmoskopie der Fisch- und Amphibienaugen. *Archiv f. Anat. u. Physiol.* (1882.) Physiol. Abtl. S 493.

wogegen den anderen Tieren für ein vertikales Gesichtsfeld die senkrechte Pupille vorwiegendes Bedürfnis ist. Die Katzen, mit Ausnahme des Löwen, der, wie der Hund, eine runde Pupille besitzt, schauen mit Vorliebe nach den in Gebüsch sitzenden Vögeln aus, die Eulen vom Baume herab auf Mäuse und dergleichen. Obgleich der Hecht biologisch und morphologisch viel Verwandtes mit dem Krokodil hat, so besitzt er dennoch eine längsovale Pupille; das Gesichtsfeld seiner Räubereien ist vorwiegend ein horizontales. Das Gleiche gilt von den großen Cetaceen, die wegen ihrer plumpen Gestalt den Kopf nicht zu wenden vermögen.

Auch der Ort, an welchem die Pupille als Blende sich befindet, ist in optischer Hinsicht der einzig rationelle. Die Bilder äußerer Objekte würden unter anderen Verhältnissen in jedem Falle an Schärfe eine Einbuße erleiden, sei es nun, daß sie hinter der Linse oder gar unmittelbar hinter der Hornhaut angebracht wäre. Der Ort derselben, unmittelbar an der vorderen Linsenfläche, scheint aber noch eine andere Bedeutung zu haben, welche mit der elliptischen Krümmung der Hornhaut im Zusammenhange steht. (Offenbar werden unter den obwaltenden Verhältnissen alle seitlich einfallenden Strahlenbündel bei peripherischem Sehen im wesentlichen nur die vordere Linsenhälfte auf der Axe passieren.) Die Ellipse hat nun die Eigenschaft, daß alle schief einfallenden Strahlenbündel, welche nach der Brechung den Fokus der Ellipse passieren, homozentrisch bleiben. Wenn sich also ergibt, daß der Fokus des betreffenden elliptischen Meridians in der vorderen Linsenhälfte liegt, so muß dieser Umstand die Schärfe der Bilder wesentlich begünstigen. Dies ist nun, soweit unsere Kenntnisse über die ellipsoidische Form der Hornhaut reichen, in der That immer der Fall, wie folgende Zusammenstellung erweist. Die erste Kolumne giebt den Ort  $d_1$  des vorderen Linsenscheitels, die zweite den Ort  $f$  des Fokus, die dritte den Ort  $d_1 + \frac{1}{2}d_2$  der Linsenmitte an.

Tabelle 4.

Auge	$d_1$	$f$	$d_1 + \frac{1}{2}d_2$
	mm	mm	mm
Mensch .....	3,6	4,87	5,4
Rind.....	5,4	9,62	11,4
Pferd .....	7,2	9,66	13,3
Schaf .....	4,1	5,79	9,1
Schwein .....	3,4	4,31	7,2
Katze (horizontal).....	4,5	4,69	8,5
» (vertikal).....	4,5	5,76	8,5

Es ist eingangs dieses Kapitels gesagt worden, daß »die Hornhaut sich sehr nahe dem Scheitel eines dreiaxigen Ellipsoides anschmiege, dessen längste Axe mit der Augenaxe nahe zusammenfalle«. Ein oberflächlicher Einblick in die numerischen Werte der Tabelle 2 belehrt uns darüber, daß jener Satz mathematisch inkorrekt ist; denn offenbar müßten die Werte der längeren horizontalen Halbaxen  $a_h$  und  $a_v$  der elliptischen Schmiegunskurven der beiden Meridiane einander gleich sein, was bei dem zweiten und fünften Auge bei weitem nicht der Fall ist. Eine korrektere Fassung des Satzes würde sein: »Die beiden Meridiane der Hornhaut schmiegen sich sehr nahe zweien Ellipsen von verschiedenen Exzentrizitäten an, deren längste Axen mit der Augenaxe nahe zusammenfallen.« Eine Abflachung nach der Hornhautbasis zu findet fast immer statt; das unterliegt keinem Zweifel. Auch sind die Abflachungen in den verschiedenen Meridianen von verschiedenem Grade; doch ist, wie aus den Werten  $\varrho_h - \varrho_v$  hervorgeht, der Astigmatismus bei weitem nicht so groß, als wie er sich aus der Hypothese eines dreiaxigen Ellipsoides ergeben würde. Die Kleinheit der Differenzen  $\varrho_h - \varrho_v$  ergibt, trotz der erheblichen Unterschiede in den Werten  $a_h$  und  $a_v$ , eine fast sphärische Beschaffenheit des Hornhautscheitels. Über die wahren Krümmungsverhältnisse der Hornhaut kann deshalb nur das Ophthalmometer zu-

verlässigen Aufschluß geben, nicht, wie eine Betrachtung der teilweise abnormen Werte von  $\varrho_k - \varrho_v$  in Tabelle 3 schließen läßt, die zuweilen angewandte Methode der Adaptation von Kreismikrometern. Indessen wird man diese Methode, namentlich auf wissenschaftlichen Reisen, in Ermangelung anderer genauerer Instrumente, nicht immer umgehen können. Bei Anwendung der Methode der Kreismikrometer mißt man immer etwas zu große Werte, sowohl für  $\varrho_k$  und  $\varrho_v$  einzeln, als auch für  $\varrho_k - \varrho_v$ . Man legt nämlich das Mikrometer so an, daß einer der Kreise durch die Enden der Hornhautbasis und den Scheitel geht; die Fehler der Messung rühren teilweise her von der Parallaxe, teils von der elliptischen Krümmung, wie sich aus folgender Betrachtung ergibt. Bezeichnet man den Krümmungshalbmesser des Ellipsenscheitels mit  $\varrho$ , den des gefundenen Mikrometerkreises mit  $r$ , so ist

$$y^2 = 2\varrho x - \frac{b^2}{a^2}x^2 = 2rx - x^2,$$

wo  $y$  die halbe Hornhautbasis,  $x$  die Höhe der Hornhaut bezeichnet. Aus der Gleichung folgt

$$r = \varrho + \frac{x}{2} \left( \frac{a^2 - b^2}{a^2} \right).$$

Mithin ist  $r > \varrho$ . Um die Abweichung an einem numerischen Beispiele zu erläutern, wählen wir die Daten für die Hornhaut des Pferdes nach KLINGBERG.

a. Horizontaler Meridian.  $a_k = 39,66$  mm,  $b_k = 25,94$  mm,  $\varrho_k = 17,13$  mm. KLINGBERG maß die koordinierten Werte,  $x = 6$ ,  $y = 13,9$ . Die Ellipsengleichung giebt den Wert  $y = 13,79$ , und wenn man diesen Wert nebst  $x = 6$  in die Kreisgleichung einsetzt, findet man  $r_k = 18,85$ , also zu groß.

b. Vertikaler Meridian.  $a_v = 26,86$  mm,  $b_v = 21,30$  mm,  $\varrho_v = 16,93$  mm. KLINGBERG maß die koordinierten Werte  $x = 5$ ,  $y = 12,5$ . Die Ellipsengleichung giebt den Wert

$y = 12,39$ , und wenn man diesen Wert nebst  $x = 5$  in die Kreisgleichung einsetzt, findet man  $r_v = 17,86$ , also ebenfalls zu groß. Die Differenz  $r_k - r_v = 0,99$ ; sie ist ebenfalls größer als  $\rho_k - \rho_v = 0,20$ . Dadurch erklären sich also die größeren Werte in Tabelle 3.

§ 3. Die Messung der Brechungsindices der Augenmedien. Das Brechungsvermögen der einzelnen Augenmedien, insbesondere der Totalindex der Krystalllinse, ist bisher in vereinzeltten Fällen ermittelt worden mit Hülfe des Mikroskops oder des Ophthalmometers. Diese Methoden beruhen darin, daß man entweder die Vereinigungsweiten von Lichtstrahlen oder auch die Bildgrößen von Objekten zu messen sucht. Teilweise ist auch schon früher zur Messung partieller Indices der Linsenschichten die WOLLASTONSche Methode der Totalreflexion und in neuerer Zeit in ziemlich umfangreichem Maße das auf demselben Prinzip beruhende Refraktometer von ABBE benutzt worden. Wir wollen die wichtigeren und bekannteren Messungen in historischer Reihenfolge aufzählen.

THOMAS YOUNG (1801) maß mit Hülfe der Fokaldistanz den Totalindex der menschlichen Linse und mittelst der WOLLASTONSchen Methode, die er für zuverlässiger hielt, den Index des Linsenkernelnes.

CHOSSAT (1818) hat die Indices verschiedener Linsenschichten und der flüssigen Medien im menschlichen Auge und in verschiedenen Tieraugen gemessen. Seine Messungen sind vorzüglich, jedoch nie genug gewürdigt worden.

BREWSTER (1819) maß die Brechungsindices der flüssigen Augenmedien und einiger Schichten der menschlichen Linse.

SENN (1838) ermittelte die Indices verschiedener Schichten, sowie auch den Totalindex der Linse des Ochsenauges; den letzteren einmal direkt und außerdem noch durch Berechnung des Strahlendurchganges.

W. KRAUSE (1855) maß die Brechungsindices ver-

schiedener Linsenschichten der Hornhaut und der flüssigen Medien im menschlichen Auge.

v. HELMHOLTZ (1856) bestimmte die Totalindices zweier menschlicher Linsen, sowie der flüssigen Augenmedien.

CYON (1869) hat die Brechungsindices der flüssigen Augenmedien und ihre Dispersionen im Farbenspektrum gemessen bei Rindern und Kaninchen.

FLEISCHER (1872) und HIRSCHBERG (1874) benutzten das ABBESche Refraktometer zur Messung der Indices der flüssigen Medien des menschlichen Auges.

WOINOW (1874) bestimmte die Indices mehrerer Schichten von vier menschlichen Linsen, sowie die Totalindices von dreien derselben.

PESCHEL (1879) hat mikroskopisch die Brennweiten der Linsen vom Rind und Schwein gemessen und daraus die Totalindices derselben berechnet.

VALENTIN (1879) maß mit Hülfe des ABBESchen Refraktometers partielle Indices des menschlichen und mehrerer tierischer Augen.

Wirft man einen Rückblick auf diese Errungenschaften auf dem Gebiete der Ophthalmometrie, so muß man gestehen, daß die Ausbeute bis dahin eine äußerst geringe war, und daß für die vergleichende Ophthalmologie nur die Untersuchungen von CHOSSAT und SENFF einige gute und brauchbare Resultate geliefert hatten bis zur Erfindung des ABBESchen Totalrefraktometers. Man ersieht aus allem, daß die ältere Methode, die Brechungsindices aus den Vereinigungsweiten oder aus den mikrometrisch eruierten Vergrößerungszahlen für diese Zwecke zu berechnen, sich als völlig unzulänglich erwiesen hat. So viel steht doch wohl fest, »berechnet« muß der Totalindex einer Linse immer werden, gleichviel, ob man die älteren oder neueren Methoden anwendet. Deshalb ist die Äußerung HIRSCHBERGS (l. c. S. 506), Verfasser habe eine Konstante, nämlich den totalen Brechungs-

index der Linse berechnet und nicht beobachtet, gewiss manchem unverständlich.

Einiger Bemerkungen zu den oben aufgezählten Messungen können wir uns nicht enthalten. Die Angaben von CHOSSAT und BREWSTER sind seit der Prüfung durch das Totalreflektometer besser, als man erwarten sollte. V. ZEHENDER sagt dazu in seiner *»Anleitung zum Studium der Dioptrik des menschlichen Auges«* im Jahre 1856 (S. 121): »Seit 35 Jahren hatte man sich mit den Messungen BREWSTERS und CHOSSATS begnügen müssen. W. KRAUSE teilt uns nun seine an zehn Paaren menschlicher Augen gewonnenen Messungsergebnisse mit, wodurch eine wesentliche Lücke in unserer Kenntnis der optischen Prämissen ergänzt wird.« Seit diesem Ausspruch sind abermals 35 Jahre verflossen, und man kann über jene Resultate, auf welche die Ophthalmologen noch immer zurückgreifen, nur das Urteil fällen, daß durch ihre Veröffentlichung eine große Lücke in die optischen Grundlagen gerissen wurde; sie haben den Fortschritt in der Dioptrik des Auges eher gehindert, als gefördert; sie sind geradezu unmöglich. Wir wollen hierfür den Beweis an einigen Beispielen aus der Tabelle XII (l. c. S. 161) erbringen. KRAUSE fand den Index des Linsenkerneln in vier Augen über 1,4700, in vier anderen sogar über 1,4800 und als Mittel von allen Augen 1,4564. Die ersten Verhältnisse findet man nur in den Linsen der grossen Finwale und der Fische; ja selbst der kleinste von KRAUSE gefundene Wert 1,4272 existiert nicht mehr in einer gesunden, normalen menschlichen Linse. In einem harten, trockenen Kernstar von fast hornartiger Beschaffenheit fanden V. ZEHENDER und Verfasser noch den Wert 1,4383 bis 1,4436, und schlimmer können die Brechungsverhältnisse in kranken Linsen kaum werden. Derselbe Einwand muß gegen die von WOINOW für den Linsenkernel gefundenen Werte 1,4281, 1,4315 und 1,4387 erhoben werden.

Demgegenüber wollen wir nun eine Tabelle der physi-



kalischen Konstanten aufstellen, wie sie in einem gesunden, normalen menschlichen Auge mit dem Totalreflektometer gefunden wurden. Das Instrument ergab für den Index des destillierten Wassers den Wert  $D_n = 1,3330$  bei  $15^0$  C.

Tabelle 5.

Person	Auge	Hornhaut	Linsen-Kapsel	Äusserste Corticalis	Mittlere Schicht	Linsen-kern	Glas-körper
50jähriger Mann .	I	—	1,3455	1,3953	1,4087	1,4119	—
» » .	II	1,3770	1,3660	1,3854	1,4067	—	1,3348
45jährige Frau...	I	—	—	—	1,4044	1,4112	—
» » ...	II	—	—	—	1,4044	1,4094	—
26jährige Frau...	I	—	1,3600	1,3867	1,4056	1,4154	—
Mann ..	I	1,3772	—	1,3902	1,4062	1,4077	1,3342
? ? ..	I	—	—	—	1,4076	1,4091	—
» » ..	II	—	—	—	—	1,4096	—
45jährige Frau...	I	—	—	1,3930	1,4018	1,4101	—
» » ...	II	—	—	1,3811	1,4073	1,4107	—
60jährige Frau...	I	—	—	—	—	1,4106	—
» » ...	II	—	1,3692	1,3857	1,4069	1,4122	—
40jährige Frau...	I	—	1,3586	—	—	1,4097	1,3351
» » ...	II	—	—	—	—	1,4110	—
Mittel:		1,3771	1,3599	1,3880	1,4060	1,4107	1,3347

Hier kommen Werte zum Vorschein, wie sie nahezu auch von CHOSSAT (1,420) und BREWSTER (1,3990) gefunden sind. LISTING nahm bekanntlich zur Berechnung der Kardinalpunkte des schematischen Auges für die Krystalllinse den Totalindex gleich 1,4545 an. Seine Beweggründe, diesen zu hohen Wert anzunehmen, sind unbekannt und um so unbegreiflicher, wenn man folgende Äußerung<sup>1</sup> von ihm erwägt: »Müssen wir auch der Linse wegen ihres Schichtenbaues, falls wir sie als ein homogenes Medium betrachten wollen, einen höheren Brechungsindex beilegen, als den grössten von CHOSSAT für den Kern derselben gefundenen, so bleibt doch der erforderliche relative

<sup>1</sup> Beitrag zur physiologischen Optik. Göttingen 1845. S 20.

Index der Krystalllinse noch unter der Zahl  $^{14}/_{13}$  (1,077), während beim Übergange des Lichtes aus der Atmosphäre in die die Linse umgebenden Substanzen dieses Verhältnis gröfser als  $^{4}/_{3}$  (etwa  $^{103}/_{77} = 1,3376$ ) gesetzt werden mufs. Darnach würde also der erforderliche Index weniger als 1,4400 betragen. Dessenungeachtet setzte LISTING ihn höher, und andere sind ihm lange Zeit hindurch darin gefolgt. Später fand v. HELMHOLTZ durch Messung an zwei Linsen die Werte 1,4519 und 1,4414. NAGEL bemerkt in seinen *Anomalien der Refraktion etc.*, v. HELMHOLTZ habe schon vermutet, dafs der Brechwert der Linse noch zu hoch angenommen sei, und habe ihn (1874) auf 1,4371 herabgesetzt. v. HELMHOLTZ selbst äufsert sich in der neuen Auflage seiner *Physiologischen Optik* (S. 140) dahin, dafs seine neuere Berechnung des schematischen Auges gewonnen sei unter Anwendung von Mittelwerten, wie sie durch die ophthalmometrischen Messungen bisher gefunden wurden. Die Veröffentlichung des neueren v. HELMHOLTZschen Schemas geschah bereits durch seinen Schüler REICH;<sup>1</sup> dann erst durch NAGEL und STAMMESHAUS (1877); noch später auf Grund dieser ersten Veröffentlichungen durch Verfasser.<sup>2</sup> Aus einer Marginalnote von v. HELMHOLTZ scheint hervorzugehen, dafs die Veröffentlichung von REICH ohne Mitwissen des Autors geschah. NAGEL hat die Berechnung von REICH mit ihren Fehlern nur wiederholt. STAMMESHAUS und Verfasser haben dann die Berechnung aufs neue durchgeführt. Der vom Verfasser 1879 publizierte Berechnung ist eine andere für drei verschiedene Accommodationszustände gegenübergestellt, welche aus den von ihm gemessenen partiellen Indices der Linsenschichten mit Hülfe der dioptrischen Integrale hergeleitet ist. Die dabei angewendeten Integrale führen auf den Totalindex der Linse gleich 1,4370, welcher dem von v. HELMHOLTZ adoptierten Werte 1,4371 fast genau

<sup>1</sup> *Archiv f. Ophthalm.* XX. (1874.)

<sup>2</sup> PFLÜGERS *Archiv f. d. ges. Physiologie.* XIX. (1879). S. 543.

gleichkommt, so daß dieser in der That als Norm gelten kann. Derselbe Wert findet seine Bestätigung in Messungen, welche WOINOW (1874)<sup>1</sup> nach der v. HELMHOLTZschen Methode mit dem Ophthalmometer gefunden hat.

	Totalindex
Linse eines 2- bis 3jährigen Kindes I .....	1,4311
» » » » » II .....	1,4303
» einer 16jährigen Person .....	1,4362
» » 47jährigen » .....	1,4411

Das Mittel aus der Vereinigung dieser mit den beiden Messungen von v. HELMHOLTZ liefert den Wert 1,4386.

Ein Übelstand darf hier nicht unerwähnt bleiben, nämlich die Ungleichheit der Lichtfarbe, welche den Messungen zu Grunde gelegt wird, und die der Temperaturen, bei welchen sie angestellt wurden. Dieser Umstand erschwert die Vergleichung der Resultate der verschiedenen Beobachter, besonders dann, wenn die Normalindices von ihnen selbst nicht bestimmt worden sind. Das Totalreflektometer gewährt den nicht zu unterschätzenden Vorteil, daß es sich genau auf die FRAUNHOFERSche Linie *D* für destilliertes Wasser von einer bestimmten Normaltemperatur einrichten läßt. Es liegen nun genaue Beobachtungsreihen über die Dispersion des Wassers vor, und zwar zwei von FRAUNHOFER, zwölf von VAN DER WILLIGEN. Darnach ist

	$D_n$	$E_n$
16° C. ....	1,33337	1,33562
Differenz f. 1° C. ....	0,00010	0,00010

Von ganz außerordentlicher Wichtigkeit für die Ophthalmometrie ist nun der Umstand, daß nach den von etwa zehn verschiedenen Beobachtern an gegen vierzig verschiedenen Thieraugen angestellten Messungen in den brechenden Medien aller Augen gewisse Indices einen gleichen Wert behalten, also konstant sind. Was sonst noch bei allen Augen ver-

<sup>1</sup> *Kln. Monatsblätter f. d. ges. Augenheilk.* XII. (1874.) S. 408.

schieden bleibt, das ist der Index des Linsenzentrums. Wir werden später zeigen, daß seine Kenntnis völlig ausreicht, um aus ihm, den konstanten Indices und den Krümmungen der brechenden Flächen, die Kardinalpunkte jedes Auges zu berechnen. Die zahlreichen Messungen der Konstanten sind in der folgenden Tabelle (s. nebenstehend) niedergelegt; die Mittelwerte können für die Dioptrik der Augen wohl als Normen gelten.

Zu den aus vorstehender Übersicht gezogenen Mittelwerten fügen wir einige Bemerkungen über dieselben hinzu.

1. Der Wert  $n = 1,3763$  kann für den Durchschnitt der Indices sämtlicher Hornhautschichten gelten; genauer genommen, nimmt er von außen und innen gegen die mittlere Membran etwas zu. An der Hornhaut des Rindes fand ich die aufeinanderfolgenden Werte 1,3737, 1,3785 und 1,3722.

2. Der Brechungsindex der Linsenkapsel ist im ganzen kleiner als der der Hornhaut; er ändert sich aber beim Übergange zur äußersten Corticalschicht (0,1 mm dick) entschieden sprunghaft, und der Übergang von dieser Schicht zu den tieferen ist ein kontinuierlicher.

3. Den Index der Netzhaut fand VALENTIN an sieben verschiedenen Augen im Durchschnitt gleich 1,3460; ich kann die Richtigkeit nur bestätigen; für die Dioptrik ist er von keiner Bedeutung.

4. Der Brechungsindex des Kammerwassers ist um 0,0003 größer als der des Glaskörpers.

5. Der für die äußerste, unmittelbar unter der Linsenkapsel liegende Corticalis von der Dicke 0,1 mm gefundene Wert 1,3860 ist möglicherweise noch ein wenig zu groß, da es sehr schwer ist, eine so dünne Schicht abzunehmen. Man thut gut, kleine Proben von der Innenfläche der abgestreiften Linsenkapsel abzuschaben.

Tabelle 6.

Tabelle der konstanten Brechungsindices aller Linsenaugen.

Auge	Beobachter	Horn- haut	Kammer- wasser	Linsen- kapsel	Äußerste Cortical.	Glas- körper	Destill. Wasser	Tem- perat. o C.
Mensch .....	V. HELMHOLTZ	—	1,3365	—	—	1,3382	1,3351	—
» .....	FLEISCHER	—	1,3373	—	—	1,3367	1,3340	15,0
» .....	HIRSCHBERG	—	1,3375	—	—	1,3367	—	—
» .....	MATTHIESSEN	1,3771	—	1,3598	1,3880	1,3347	1,3330	17,0
Kind (2 T. alt)	»	1,3721	1,3338	1,3669	—	1,3340	1,3326	12,5
» .....	VALENTIN	1,3751	1,3384	—	—	1,3395	1,3343	16,0
Rind .....	CYON	—	1,3353	—	—	1,3359	—	—
» .....	MATTHIESSEN	1,3785	1,3351	1,3792	1,3841	1,3348	1,3326	12,5
» .....	MÖNNICH	1,3757	1,3363	1,3805	1,3853	1,3359	1,3340	15,0
Schaf .....	FLEISCHER	—	1,3365	—	—	1,3362	1,3340	15,0
» .....	MATTHIESSEN	—	—	1,3665	—	1,3347	—	—
» .....	KLINGBERG	1,3755	1,3352	1,3659	1,3780	1,3349	1,3336	16,0
Pferd .....	FLEISCHER	—	1,3364	—	—	1,3363	1,3340	15,0
» .....	MATTHIESSEN	—	—	1,3784	1,3870	—	—	—
» .....	BECKER	—	1,3364	—	1,3865	1,3361	—	—
» .....	KLINGBERG	1,3786	1,3362	1,3796	1,3917	1,3356	1,3336	16,0
Maultier .....	MATTHIESSEN	—	—	1,3681	1,3875	1,3355	1,3332	21,0
Elch .....	»	—	—	1,3710	1,3797	—	1,3333	18,0
Löwe .....	»	—	—	1,3720	1,3858	1,3363	1,3336	17,0
Hund .....	»	—	—	—	1,3750	1,3358	1,3338	10,0
» .....	VALENTIN	1,3739	1,3379	1,3689	—	1,3372	1,3343	16,0
Katze .....	»	1,3795	1,3364	—	—	1,3371	—	—
» .....	KLINGBERG	1,3784	1,3355	1,3773	1,3868	1,3350	1,3334	17,0
Ziege .....	VALENTIN	1,3709	1,3363	—	—	1,3354	—	—
Kaninchen ...	»	1,3778	1,3371	1,3803	—	1,3358	1,3343	16,0
» ...	CYON	—	—	—	—	1,3347	—	—
» ...	KARNATZ	1,3748	1,3358	—	1,3855	1,3357	1,3334	14,4
Seeadler .....	»	—	1,3361	—	—	—	—	—
Eule .....	MATTHIESSEN	1,3777	—	—	1,3900	—	—	—
Huhn .....	VALENTIN	1,3676	1,3380	1,3680	—	1,3364	—	—
Schnäpel ....	»	1,3805	1,3365	—	—	1,3353	1,3343	16,0
Karpfen .....	MATTHIESSEN	—	—	1,3658	1,3862	—	—	—
Barsch .....	»	1,3815	—	—	1,3878	1,3352	—	—
Hecht .....	»	—	1,3351	1,3566	1,3878	1,3350	1,3324	15,5
Dorsch .....	»	1,3770	—	—	1,3852	1,3353	1,3330	—
Roche .....	»	—	1,3380	—	—	1,3414	1,3341	16,0
Delphin .....	»	—	—	1,3698	—	1,3361	1,3333	19,0
Seiwal .....	»	1,3762	1,3366	1,3875	1,3885	1,3363	1,3341	16,0
Knöllwal ....	»	—	—	1,3623	1,3950	1,3360	1,3341	16,0
Mittel:		1,3763	1,3364	1,3712	1,3860	1,3361	1,3336	15,8

Bei allen Tierlinsen mannigfach wechselnd ist der Brechungsindex des Kernzentrums. Unter Kernzentrum ist hier zu begreifen die kleinste, innerste Kugelschale, deren Durchmesser immer noch kleiner ist, als 0,5 mm. Der Kernindex ist also streng zu unterscheiden von dem mittleren Index der inneren, festeren Linsensubstanz im Gegensatz zu den weicheren äußeren Schichten. Er erfordert immer die größtmögliche Genauigkeit der Messung und bietet nur einige Schwierigkeit bei den Fischlinsen.

Bezeichnet  $N_1$  den Index der Corticalis,  $N_m$  den Kernindex, und setzt man  $N_m = N_1(1 + \zeta)$ , so heißt  $\zeta$  das Inkrement. Dasselbe ist gegen die Einheit immer verhältnismäßig klein und übersteigt nur bei den Fischen noch um etwas den Wert 0,1. Dieser Umstand ist von Bedeutung für die Entwicklung der dioptrischen Integrale, indem er die Entwicklung in stark konvergente Reihen zuläßt und man selten über  $\zeta^2$  zu gehen braucht. Die folgende Tabelle (s. nebenstehend) enthält die Kernindices, die Inkremente und die hieraus sich ergebenden Totalindices der Linsen, welche bisher gemessen worden sind.

§ 4. Das Gesetz der Zunahme des Brechungsindex im Innern der Linse. Die bisherigen Messungen der partiellen Indices der inneren Linsenschichten in den Augen der Säugetiere und Fische haben zu einem einfachen und allgemein gültigen Gesetze geführt, von dem aber die Linsen der Vögel wegen ihrer etwas abweichenden histologischen Beschaffenheit ausgeschlossen sind. Wenn die Indices von Schicht zu Schicht oder in mehreren genau bestimmten Punkten auf einer durch das Kernzentrum gehenden Axe gemessen werden, so liegen sie in graphischer Darstellung auf einer flachen konvexen und symmetrischen Kurve, die ihr Maximum im Kernzentrum hat. Sehr sorgfältige Messungen an verschiedenen Augen und andere auf jenes Gesetz der Indexzunahme gerichtete Untersuchungen haben ergeben, daß



Tabelle 7.

Brechungsindices des Kernzentrums und Totalindices der Linsen.  
 $N_1 = 1,3850$ .

Auge	Beobachter	Kernzentrum $N_m$	Inkrement $\zeta$	Berechnete Totalindices
Mensch (13 Linsen)	MATTHIESSEN	1,4107	0,0186	1,4367
Meerkatze .....	„	1,4047	0,0142	1,4245
Rind .....	„	1,4714	0,0624	} 1,5553
„ .....	MÖNNCH.	1,4655	0,0581	
Schaf .....	MATTHIESSEN	1,4595	0,0538	} 1,5358
„ .....	KLINGBERG	1,4575	0,0523	
Ziege .....	VALENTIN	1,4317	0,0337	1,4780
Pferd .....	MATTHIESSEN	1,4458	0,0439	} 1,5040
„ .....	BECKER	1,4341	0,0355	
„ .....	KLINGBERG	1,4512	0,0478	
Maultier .....	MATTHIESSEN	1,4475	0,0451	1,5116
Elch .....	„	1,4554	0,0508	1,5326
Löwe .....	„	1,4701	0,0614	1,5583
Hund .....	„	1,4482	0,0456	} 1,5091
„ .....	VALENTIN	1,4438	0,0424	
Fuchs .....	MATTHIESSEN	1,4560	0,0513	1,5345
Katze .....	„	1,4402	0,0399	} 1,5247
„ .....	VALENTIN	1,4614	0,0552	
„ .....	KLINGBERG	1,4589	0,0534	
Schwein .....	„	1,4400	0,0397	} 1,4858
„ .....	MATTHIESSEN	1,4293	0,0320	
Kaninchen .....	VALENTIN	1,4484	0,0458	} 1,5122
„ .....	KARNATZ	1,4463	0,0443	
Seeadler .....	„	1,4013	0,0118	—
Eule .....	MATTHIESSEN	1,4082	0,0168	—
Turmfalke .....	„	1,4030	0,0130	—
Rabe .....	„	1,4066	0,0156	—
Schnäpel .....	VALENTIN	1,4842	0,0717	1,5930
Karpfen .....	MATTHIESSEN	1,5089	0,0895	1,6476
Barsch .....	„	1,5106	0,0907	1,6515
Hecht .....	„	1,5054	0,0870	1,6400
Dorsch .....	„	1,5134	0,0927	1,6575
Roche .....	„	1,5117	0,0915	1,6540
Wels .....	„	1,5396	0,1116	1,7183
Delphin .....	„	1,5030	0,0852	1,6323
Seiwal .....	„	1,4751	0,0650	1,5706
Knöllwal .....	„	1,4751	0,0650	1,5700

die sogenannte Indicialkurve einen Parabelscheitel<sup>1</sup> darstellt von der Gleichung

$$n = N_1 \left( 1 + \zeta \frac{b^2 - y^2}{b^2} \right),$$

worin  $N_1$  den Index der äußersten Corticalschicht,  $b$  ihren Abstand vom Kernzentrum,  $y$  den Abstand einer Schicht auf der untersuchten Axe vom Zentrum und  $\zeta$  eine Konstante bedeutet, welche das Inkrement heißt und die Relation der Indices der Corticalis  $N_1$  und des Kernzentrums  $N_m$  ausdrückt, nämlich

$$N_m = N_1(1 + \zeta).$$

Zu dem wichtigen Satze, daß die Gleichung der Indicialkurve von der angegebenen Form ist, kann man auf mindestens fünf verschiedenen Wegen<sup>2</sup> gelangen, und zwar:

1. durch direkte Messungen mit Hülfe des Totalreflektometers;

2. durch die Beobachtung einer gleichen optischen Beschaffenheit quellbarer Substanzen;

3. durch den analytischen Beweis, daß bei Annahme dieses Gesetzes die Linse der Fische in den flüssigen Augenmedien trotz ihrer Kugelgestalt und weiten Pupillenöffnung vollkommen aplanatisch ist;

4. durch die Betrachtung, daß die natürliche Lage der Retina im Verhältnis zu den geometrischen und physikalischen Konstanten eines jeden Auges dieses Gesetz fordert, und endlich

5. durch die Vergleichung des gemessenen mittleren Index der gemischten Linsensubstanz mit seinem aus jenem Gesetze berechneten Werte.

<sup>1</sup> V. GRÄFES *Archiv d. Ophthalm.* XXII. (1876.) S. 131.

*Grundriss der Dioptrik geschichteter Linsensysteme. Math. Einl. in die Dioptrik des menschlichen Auges.* Leipzig (1877). S. 180.

<sup>2</sup> Beiträge zur Dioptrik der Krystalllinse. III. *Zeitschr. f. vergleich. Augenheilk.* von BEKLIN und EVERSUSCH. V. (1887.) S. 126.



Wir wollen diese Sätze teils mit Beispielen belegen, teils aber nur auf die zahlreiche Litteratur dieser Untersuchungen hinweisen.

ad 1. Die sorgfältigsten Messungen sind von MÖNNICH<sup>1</sup> ausgeführt worden an Linsen von Rindern; andere noch von KLINGBERG<sup>2</sup> an Linsen vom Pferde und Schaf. Von den ersteren mögen hier einige Tabellen mitgeteilt werden, zu der ich eigene Messungen an Linsen vom Delphin und Wels<sup>3</sup> hinzufüge. MÖNNICH hat zunächst auf dem Querdurchmesser von vier Linsen in Abständen von  $\frac{1}{12}$  zu  $\frac{1}{12}$  desselben folgende Mittelwerte gefunden und die aus der Gleichung der Indicialkurve

$$n = 1,3872 \left( 1 + 0,0568 \frac{b^2 - y^2}{b^2} \right)$$

berechneten zur Vergleichung hinzugefügt. Die Differenzen  $\Delta_n$  beziehen sich auf die aufeinanderfolgenden Indices.

Tabelle 8.

$\frac{y}{b}$	$\frac{0}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{6}$
$n$ beob.	1,4660	1,4632	1,4563	1,4456	1,4324	1,4101	1,3872
$n$ ber.	1,4660	1,4638	1,4573	1,4463	1,4310	1,4113	1,3872
$\Delta_n$ beob.	—	0,0028	0,0069	0,0107	0,0132	0,0223	0,0229

Aus der Differenzenreihe erkennt man sofort, dafs die Indicialkurve konvex verläuft. Die Diskussion dieser Messungen erfolgt weiter unten (§ 5). Die folgende Tabelle stellt den Verlauf der Indices in der Linsenaxe dar, und zwar von einer und

<sup>1</sup> MÖNNICH, Über den physikalisch-optischen Bau des Rindsauges. *Zeitschr. f. vergl. Augenheilk.* II. 1883. S. 21.

— Neue Untersuchungen über das Lichtbrechungsvermögen der geschichteten Krystalllinse der Vertebraten. PFLÜGERS *Arch. f. d. ges. Physiol.* XL. (1887.)

<sup>2</sup> KLINGBERG, Beiträge zur Dioptrik der Augen einiger Haustiere. *Progr. Güstrow* (1889). II. S. 28.

<sup>3</sup> MATTHIESSEN, Beiträge zur Dioptrik der Krystalllinse. *Zeitschr. f. vergl. Augenheilk.* V. (1887.) S. 115.

derselben Linse, wobei die Axenhälfte in je vier gleiche Teile geteilt war. Nur von den Teilungspunkten wurden die Proben entnommen. Die abgeleiteten Gleichungen sind für

$$\text{die vordere Axenhälfte } n = 1,3856(1 + 0,0582 \frac{\delta^2 - y^2}{\delta^2}),$$

$$\text{die hintere Axenhälfte } n = 1,3875(1 + 0,0572 \frac{\delta^2 - y^2}{\delta^2}).$$

Tabelle 9.

$\frac{y}{\delta}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{0}{4}$
$n$ beob.	1,3862	1,4199	1,4459	1,4609	1,4670	1,4626	1,4449	1,4249	1,3875
$n$ ber.	1,3856	1,4208	1,4460	1,4612	1,4662	1,4668	1,4472	1,4226	1,3875
$\Delta n$ beob.		0,0337	0,0260	0,0150	0,0061	0,0044	0,0177	0,0200	0,0374

Die folgende Tabelle enthält Messungen an der Linse vom Delphin. Die berechneten Werte sind nach der Formel

$$n = 1,3860(1 + 0,0852 \frac{\delta^2 - y^2}{\delta^2})$$

gefunden, worin die Linsenaxe  $2\delta = 9,25$  mm beträgt. Die Messungen wurden an elf korrespondierenden Stellen vorgenommen.

Tabelle 10.

$y$	0,0 mm	2,5 mm	3,0 mm	3,5 mm	4,0 mm	4,625 mm
$n$ beob.	1,5030	1,4760	1,4527	1,4377	1,4146	1,3860
$n$ ber.	1,5030	1,4685	1,4533	1,4355	1,4148	1,3860

Die nun folgende Tabelle enthält Messungen an der Linse vom Wels. Die nach der Formel

$$n = 1,3850(1 + 0,11166 \frac{\delta^2 - y^2}{\delta^2})$$

berechneten Werte sind hinzugefügt. Die Linsenaxe  $2\delta$  betrug 5,0 mm und wurde an sieben verschiedenen Teilungspunkten gemessen.

Tabelle 11.

$y$	0,5 mm	0,75 mm	1,0 mm	1,25 mm	1,5 mm	1,75 mm	2,25 mm
$n$ beob.	1,5319	(1,5132)	1,5170	1,5005	1,4892	1,4717	1,4125
$n$ ber.	1,5334	1,5257	1,5149	1,5009	1,4840	1,4639	1,4144

Obgleich diese Messungen bei weitem nicht mit der von MÖNNICH angewendeten Sorgfalt angestellt sind, zeigen doch die beobachteten mit den berechneten Werten eine genügende Übereinstimmung.

ad 2. Die betreffenden Untersuchungen sind vom Verfasser<sup>1</sup> und A. SCHWARZ<sup>2</sup> ausgeführt worden an gequollenen Gelatinecylindern und Kugeln.

ad 3. Die hierauf bezüglichen analytischen Untersuchungen sind vom Verfasser<sup>3</sup> an verschiedenen Stellen veröffentlicht.

ad 4. Wenn man einstweilen annimmt, daß in einem accommodationsfreien oder im toten Auge das Bild eines sehr entfernten Objektes auf der Retina oder in ihrer unmittelbaren Nähe liegen müsse, so führen die geometrischen und physikalischen Konstanten des speziellen Auges noch auf einem anderen Wege zur Bestimmung der erforderlichen Funktion der Indicialkurve.<sup>4</sup> Ist nämlich  $h$  der Ort des mittleren Hauptpunktes der Linse,  $a$  die Länge der inneren Augenaxe oder der Ort  $S_1R$  der Retina,  $\varphi_0$  die II. Brennweite der Linse in den flüssigen Augenmedien,  $\varphi_1$  die II. Hauptbrennweite der

<sup>1</sup> v. GRÄFES *Archiv f. Ophthalm.* XXXI. (1885.) S. 34.

<sup>2</sup> SCHWARZ, A., Über das Gesetz der Quellung von Leincylindern. *EXNERS Repert. d. Physik.* XXI. (1885.) S. 702.

<sup>3</sup> Untersuchungen über den Aplanatismus und die Periskopie der Krystalllinsen in den Augen der Fische. PFLÜGERS *Arch. f. d. ges. Physiol.* XXI. (1880.) S. 287.

Zur Integration der Differenzialgleichungen in der Dioptrik der kontinuierlich geschichteten kugelförmigen Krystalllinse der Fische. SCHLÖMILCHS *Zeitschr. f. Math. u. Phys.* XXVI. (1881.) S. 179.

<sup>4</sup> v. GRÄFES *Archiv f. Ophthalm.* XXII. (1876.) S. 133.

Hornhaut,  $n_1$  der relative Totalindex der Linse bezüglich der flüssigen Medien,  $d_2$  die Linsenaxe,  $r_1$  und  $r_2$  die Krümmungsradien der Linsenscheitel, so ist

$$\frac{1}{q_0} = \frac{q_1 - a}{(q_1 - h)(a - h)} = (n_1 - 1) \frac{(r_1 + r_2) - \frac{n_1 - 1}{n_1} d_2}{r_1 r_2},$$

mithin

$$n_1 = 1 + \frac{r_1 r_2}{(r_1 + r_2) - \frac{n_1 - 1}{n_1} d_2} \times \frac{q_1 - a}{(q_1 - h)(a - h)} = 1 + T.$$

Substituiert man nun

$$\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \times \frac{q_1 - a}{(q_1 - h)(a - h)} = u, \quad \frac{d_2}{r_1 + r_2} = q,$$

und entwickelt  $n_1$  in eine Reihe, so wird mit einer Genauigkeit bis zur vierten Dezimale

$$n_1 = 1 + u + qu^2 + (2q^2 - q)u^3, \\ T = u + qu^2 + (2q^2 - q)u^3.$$

Der Wert  $T$  überschreitet selten 0,25, und der erforderliche absolute Totalindex würde sein

$$N = N_0 n = N_0 (1 + T),$$

wo  $N_0$  den Index der flüssigen Medien bezeichnet, welcher nach Tabelle 6 1,3363 beträgt. Nimmt man nun allgemein an, die Indicialkurve der geschichteten Linse sei eine parabolische Kurve der  $m$ ten Ordnung von der Form

$$n = N_1 \left( 1 + \zeta \frac{b^m - y^m}{b^m} \right),$$

so ergibt sich mittelst Integration der dioptrischen Differenzialgleichungen andererseits<sup>1</sup>

$$n_1 = \frac{N_1}{N_0} \left( 1 + \frac{m}{m-1} \zeta + \frac{m^2}{(2m-1)(m-1)^2} \zeta^2 \frac{d_2}{r_1 + r_2} \right),$$

und wenn man  $N_1 : N_0 = n_0$  setzt, in Verbindung mit der vorigen Gleichung

<sup>1</sup> Beiträge zur Dioptrik der Krystalllinse. III. *Zeitschr. f. vergl. Augenheilk.* V. (1887). S. 123.

$$\frac{m}{m-1}n_0\zeta\left[1+\frac{m}{(2m-1)(m-1)}\zeta\frac{d_2}{r_1+r_2}\right]+n_0-1=T,$$

woraus sich der unbekannte Grad der Funktion berechnen läßt, wenn  $n_0$ ,  $\zeta$  und  $T$  durch Messung gefunden sind. In der That findet man nun immer nahezu  $m=2$ , welchen Wert man noch in das zweite, gegen 1 sehr kleine Glied einsetzen kann. Man erhält so einfacher

$$\frac{m}{m-1}n_0\zeta\left(1+\frac{2}{3}\zeta\frac{d_2}{r_1+r_2}\right)+n_0-1=T=u+qu^2+(2q^2-q)u^3,$$

nach welcher Formel die folgende Tabelle berechnet ist. Für die Augen der Fische, welche eine kugelförmige Linse haben, mit deren Zentrum ihre Hauptpunkte zusammenfallen, wird die Relation einfacher. Bedeutet  $R$  den Abstand der Retina vom Zentrum,  $r$  den Krümmungsradius der Linse, so ist

$$\frac{m}{m-1}n_0\zeta\left(1+\frac{2}{3}\zeta\right)+n_0-1=T=\frac{r}{2R-r}.$$

Die Werte von  $\zeta$  sind in der Tabelle 7 für die Brechungsindices des Kernzentrums etwas anders, weil sie dort sämtlich auf  $N_1=1,3850$  bezogen sind, hier aber auf die an jedem speziellen Auge gemessenen, etwas variierenden Werte von  $N_1$  und  $N_0$ .

Tabelle 12.

Auge	$\zeta$	$T$	$m$	Auge	$\zeta$	$T$	$m$
Mensch . . . . .	0,0200	0,0764	2,00	Blauwal . . . . .	0,0635	0,1729	2,01
Rind . . . . .	0,0609	0,1586	2,07	Seiwal . . . . .	0,0635	0,1736	2,00
Schaf . . . . .	0,0538	0,1540	1,94	Delphin . . . . .	0,0852	0,2121	2,14
Pferd . . . . .	0,0412	0,1232	1,96	Karpfen . . . . .	0,0903	0,2516	1,96
Maultier . . . . .	0,0451	0,1216	2,24	Barsch . . . . .	0,0962	0,2631	1,93
Elch . . . . .	0,0523	0,1449	1,99	Hecht . . . . .	0,0885	0,2557	2,02
Löwe . . . . .	0,0608	0,1734	1,88	Dorsch . . . . .	0,0897	0,2420	2,04
Hund . . . . .	0,0472	0,1248	2,22	Roche . . . . .	0,0915	0,2294	1,95
Katze . . . . .	0,0499	0,1667	1,70	Wels . . . . .	0,1116	0,2941	1,94
Schwein . . . . .	0,0394	0,1140	2,05	Brachsen . . . . .	0,0810	0,2313	2,05
Kaninchen . . . . .	0,0439	0,1346	1,91	Stör . . . . .	0,0864	0,2871	1,80
Mittel: 2,00				Mittel: 1,99			

Das Gesamtmittel aus allen 21 Linsenarten ergibt den Wert  $m=2$ , und führt also auf diesem Wege zu der zum Sehen erforderlichen Funktion

$$n = N_1 \left( 1 + \zeta \frac{b^2 - y^2}{b^2} \right).$$

ad. 5. Völlig verschieden von dieser Methode ist die der Messung des Index der gemischten Linsensubstanz und die Vergleichung seines Wertes mit dem nach der Formel von LANDOLT berechneten Werte.<sup>1</sup> Es ist nämlich

$$N_\mu = \frac{\Sigma(nv)}{\Sigma(v)} = \frac{\int_0^b n dv}{\int_0^b dv} = N_1 (1 + \frac{2}{3} \zeta).$$

Die Resultate der Beobachtungen waren folgende:

Tabelle 13.

	$N_\mu$ beob.	ber.	$\zeta$
MATTHIESSEN.....	1,4192	1,4204	0,0639
MÖNNICH .....	1,4157	1,4179	0,0579

Man könnte sogar  $m$  hieraus bestimmen, indem allgemein

$$N_\mu = N_1 \left( 1 + \frac{m}{m+3} \zeta \right)$$

ist. Für die erste Reihe ist  $N_1 = 1,3830$ ,  $\zeta = 0,0639$ , woraus sich  $m = 2,08$  ergibt.

§ 5. Diskussion der Messungen der Indices von MÖNNICH. In weitester Ausdehnung an einer und derselben Linse sind die Brechungsindices innerhalb der Krystalllinse von MÖNNICH gemessen worden, und zwar zunächst auf den Querdurchmessern von vier Rindslinsen. Die

<sup>1</sup> MATTHIESSEN, Grundriss der Dioptrik S. 181 u. 219 (1877); v. GRÄFES *Archiv f. Ophthalm.* XXII. S. 136. (1876); BERLIN u. EVERSUSCH *Zeitschr. f. vergl. Augenheilk.* V. S. 125 (1887).

MÖNNICH, PFLÜGERS *Archiv.* XL. (1887).

Linsendurchmesser wurden in einer geraden, durch das Kernzentrum gehenden Richtung genau in 12 gleiche Teile geteilt und die Indices in den Teilpunkten mit dem ABBESchen Refraktometer gemessen. Die folgende Tabelle enthält die Mittelwerte korrespondierender Teilpunkte, von welchen in einer danebenstehenden Kolumne die Gesamtmittel aufgeführt sind.

Tabelle 14.

$\frac{y}{b}$	Linse I. <i>n</i>	Linse II. <i>n</i>	Linse III. <i>n</i>	Linse IV. <i>n</i>	Mittel <i>n</i>	Diff.
$\frac{0}{6}$	1,4660	1,4654	1,4657	1,4669	1,4660	0,0028
$\frac{1}{6}$	1,4635	1,4630	1,4628	1,4637	1,4632	0,0069
$\frac{2}{6}$	1,4585	1,4557	1,4550	1,4560	1,4563	0,0107
$\frac{3}{6}$	1,4468	1,4449	1,4452	1,4455	1,4456	0,0132
$\frac{4}{6}$	1,4345	1,4294	1,4319	1,4337	1,4324	0,0223
$\frac{5}{6}$	1,4101	1,4089	1,4090	1,4125	1,4101	0,0229
$\frac{6}{6}$	1,3850	1,3892	1,3879	1,3865	1,3872	

Betrachten wir die Kolumne der Mittelwerte für sich, so würde es sich offenbar darum handeln, die graphische Kurve dieser Reihe zu suchen. Um dem Probleme näher zu treten, so wollen wir diejenige Kurve zweiter Ordnung suchen, deren Punkte sich der gemessenen graphischen Kurve möglichst genau anschmiegen. Es wird dies ein Problem der Wahrscheinlichkeitsrechnung, welches durch die GAUSSsche Methode der kleinsten Quadrate gelöst wird. Wir setzen also ganz allgemein

$$\frac{y^2}{b^2} = a + b\left(\frac{n}{N_1}\right) + c\left(\frac{n}{N_1}\right)^2,$$

wo  $\frac{y}{b}$  zwischen den Werten  $\frac{0}{6}$  und  $\frac{6}{6}$ ,  $n$  zwischen den Werten  $N_1 = 1,3872$  und  $N_m = 1,4660$  schwankt. Die Zahlenreihe giebt nun sieben lineare Gleichungen für  $a$ ,  $b$  und  $c$ ; die Methode der kleinsten Quadrate führt dann zu folgenden drei Bestimmungsgleichungen der wahrscheinlichsten Werte der drei Koeffizienten:

$$\begin{aligned} 7a + 7,2526b + 7,5170c &= 2,5278, \\ 7,2526a + 7,5170b + 7,7938c &= 2,5713, \\ 7,5170a + 7,7938b + 8,0836c &= 2,6163. \end{aligned}$$

Die Auflösung dieser drei Gleichungen liefert die Werte

$$a = 7,3393, \quad b = 4,3898, \quad c = -10,7336.$$

Folglich ist die Gleichung der gesuchten Kurve

$$\frac{y^2}{b^2} = 7,3393 + 4,3898\left(\frac{n}{N_1}\right) - 10,7336\left(\frac{n}{N_1}\right)^2.$$

Wir verrücken nun die  $y$ -Koordinatenaxe in den Scheitelpunkt der Kurve, indem wir setzen

$$\frac{n}{N_1} + \frac{n'}{N_1} = 1 + \alpha.$$

Dann verschwindet das konstante Glied, wenn  $\alpha = 0,0563$  gesetzt wird, und die Scheitelgleichung der Kurve wird

$$\frac{y^2}{b^2} = 18,2864\left(\frac{n'}{N_1}\right) - 10,7336\left(\frac{n'}{N_1}\right)^2.$$

Dies ist die Gleichung einer Ellipse von den Halbaxen  $a = 0,852$  und  $b = 2,791$ , wo  $a$  der  $n$ -Axe,  $b$  der  $y$ -Axe parallel ist. Da nun  $\frac{y}{b}$  im Bereiche der Messungen zwischen den Grenzen 0 und 1 schwankt,  $\frac{n'}{N_1}$  aber nur zwischen den Grenzen 0 und 0,0563, während die  $n$ -Axe die Länge  $2a = 1,704$  hat, als die 30fache von dem Maximum von  $\frac{n'}{N_1}$ , so ist das in Betracht kommende Segment der Ellipse verhältnismäßig sehr klein und kann deshalb nach geometrischen Prinzipien als der Scheitel einer Parabel betrachtet werden.

Um ihre Gleichung zu bestimmen, verschieben wir die  $n$ -Koordinate soweit wieder zurück, bis  $\frac{y}{b} = 1$  wird. Die Verschiebung sei  $\zeta$ , so hat man

$$1 = 18,2864\zeta - 10,7336\zeta^2.$$



Der Wert ist  $\zeta = 0,0565$ . Die Gleichung in  $n$  wird dabei

$$1 = 7,3393 + 4,3898 \frac{n}{N_1} - 10,7336 \left( \frac{n}{N_1} \right)^2$$

und ergibt den Wurzelwert  $\frac{n}{N_1} = 0,999735$ . Da  $N_1 = 1,3872$  ist, so ist  $n = 1,3868$  für  $y : b = 1$  und gleich  $1,3868(1 + \zeta) = 1,4652$  für  $y : b = 0$ . Die Indicialkurve ist demgemäß

$$n = 1,3868 \left( 1 + 0,0565 \frac{b^2 - y^2}{b^2} \right)$$

oder allgemein

$$n = N_1 \left( 1 + \zeta \frac{b^2 - y^2}{b^2} \right).$$

MÖNNICH stellt die berechneten Werte mit den Mittelwerten der Beobachtung zusammen, indem er den höchsten Wert 1,4660 und den kleinsten 1,3872 für die vorliegenden Fälle als fest annimmt und daraus die Konstanten der Parabelgleichung bestimmt. Seine Gleichung wird dann

$$n = 1,3872 \left( 1 + 0,0568 \frac{b^2 - y^2}{b^2} \right),$$

welche von der unsrigen unmerklich abweicht.

MÖNNICH hat nun auch noch die parabolischen Indicialkurven für die vordere und hintere Halbaxe von vier Linsen gemessen. Durch die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate fand er die beiden Gleichungen:

Vordere Halbaxe:	Hintere Halbaxe:
$n = 1,3870 \left( 1 + 0,0570 \frac{b_1^2 - y^2}{b_1^2} \right)$	$n = 1,3867 \left( 1 + 0,0572 \frac{b_2^2 - y^2}{b_2^2} \right).$

Die Konstanten stimmen fast genau mit denen der Gleichung für den Querdurchmesser überein. Um nun aber jedem Zweifel an der Richtigkeit des Theorems zu begegnen, wollen wir auch aus diesen Messungen durch die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate ganz allgemein diejenige Kurve zweiter Ordnung ableiten, welche sich der Reihe am

besten anschmiegt. Die Linsenaxe wurde vom Kernzentrum aus nach beiden Polen in genau vier gleiche Teile geteilt und die Indices in den Teilpunkten gemessen. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt und die Differenzenreihe zwischen die Mittelwerte gesetzt.

Tabelle 15.

$\frac{y}{b}$	Vordere Linsenhälfte					Hintere Linsenhälfte			
	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$		$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$
Linse:	$n_4$	$n_3$	$n_2$	$n_1$	$n_0$	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$
I	1,3860	1,4222	1,4440	1,4625	1,4655	1,4594	1,4430	1,4186	1,3855
II	1,3862	1,4199	1,4459	1,4609	1,4670	1,4626	1,4449	1,4249	1,3875
III	1,3873	1,4238	1,4483	1,4604	1,4665	1,4609	1,4478	1,4239	1,3865
IV	1,3881	1,4209	1,4449	1,4593	1,4673	1,4621	1,4450	1,4208	1,3873
Mittel:	1,3869	1,4217	1,4458	1,4608	1,4666	1,4612	1,4452	1,4220	1,3867
$\Delta$		0,0348	241	150	58	54	160	232	353

Betrachtet man nur oberflächlich die Differenzenreihe, indem man sie durch 51 verkleinert, so erhält man die Reihe

$$6,8 \quad 4,7 \quad 2,9 \quad 1,1 \quad 1,1 \quad 3,1 \quad 4,6 \quad 6,9.$$

Sie verläuft symmetrisch und ihre Werte verhalten sich sehr nahe wie die ungeraden Zahlen

$$7 \quad 5 \quad 3 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 5 \quad 7.$$

Hieraus folgt schon ohne weiteres, daß die Indicialkurve sich einer Apollonischen Parabel anschmiegen muß. Dessenungeachtet wollen wir streng analytisch verfahren und diejenige Kurve zweiter Ordnung bestimmen, welche sich sämtlichen neun Ordinatenpunkten am besten anschmiegt. Es sei also

$$\left(\frac{y}{b}\right)^2 = a + b\left(\frac{n}{N_1}\right) + c\left(\frac{n}{N_1}\right)^2.$$

Setzen wir der Kürze wegen  $y$  statt  $\frac{y}{b}$ ,  $n$  statt  $\frac{n}{N_1}$ , und

$$f = a + bn + cn^2 - y^2,$$

dann erhalten wir folgende Bestimmungsgleichungen für  $a$ ,  $b$  und  $c$ :

$$\frac{d(f^2)}{da} = 9a + (n_0 + n_1 + \dots)b + (n_0^2 + n_1^2 + \dots)c - (y_0^2 + y_1^2 + \dots) = 0,$$

$$\frac{d(f^2)}{db} = (n_0 + n_1 + \dots)a + (n_0^2 + n_1^2 + \dots)b + (n_0^2 + n_1^2 + \dots)c - (n_0 y_0^2 + n_1 y_1^2 + \dots) = 0,$$

$$\frac{d(f^2)}{dc} = (n_0^2 + n_1^2 + \dots)a + (n_0^2 + n_1^2 + \dots)b + (n_0^4 + n_1^4 + \dots)c - (n_0^2 y_0^2 + n_1^2 y_1^2 + \dots) = 0.$$

Die Rechnung ergibt

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & 9a + 9,2997b + 9,6132c - 3,7500 = 0, \\ \text{II} \quad & 9,2997a + 9,6132b + 9,9415c - 3,8063 = 0, \\ \text{III} \quad & 9,6132a + 9,9415b + 10,2847c - 3,8645 = 0. \end{aligned}$$

Die Wurzeln dieser Gleichungen sind

$$a = 12,2519, \quad b = -5,3917, \quad c = -5,8644.$$

Die Gleichung der Kurve ist demnach

$$\left(\frac{y}{b}\right)^2 = 12,2519 - 5,3917\left(\frac{n}{N_1}\right) - 5,8644\left(\frac{n}{N_1}\right)^2.$$

Wir verrücken nun die  $y$ -Axe in den Scheitelpunkt der Kurve indem wir substituieren

$$\frac{n}{N_1} + \frac{n'}{N_1} = 1 + \alpha.$$

Dann verschwindet das konstante Glied, wenn  $\alpha = 0,0570$  gesetzt wird und die Scheitelgleichung wird

$$\left(\frac{y}{b}\right)^2 = 17,7896\left(\frac{n'}{N_1}\right) - 5,2644\left(\frac{n'}{N_1}\right)^2.$$

Dies ist die Gleichung einer Ellipse von den Halbaxen  $a = 1,5167$  und  $b = 3,6730$ . Da nun  $\frac{y}{b}$  im Bereiche der Messungen zwischen den Grenzen 0 und 1 schwankt,  $\frac{n'}{N_1}$  aber nur zwischen den Grenzen 0 und 0,0570, während die  $n$ -Axe die Länge  $2a = 3,0334$  hat, das ist das 53fache von dem Maximum von  $\frac{n'}{N_1}$ , so ist das überhaupt nur in Betracht kommende Scheitelsegment der Ellipse verhältnismäßig sehr klein und kann immer als der Scheitel einer Parabel betrachtet

werden. Um ihre Gleichung zu bestimmen, verrücken wir die  $n$ -Koordinaten soweit wieder zurück, bis  $\frac{y}{b} = 1$  wird. Die Verschiebung sei  $\zeta$ , so daß man hat

$$1 = 17,7896\zeta - 5,8644\zeta^2.$$

Der Wurzelwert ist  $\zeta = 0,0573$ . Die Gleichung in  $n$  wird dabei

$$1 = 12,2519 - 5,3917\left(\frac{n}{N_1}\right) - 5,8644\left(\frac{n}{N_1}\right)^2.$$

und liefert den Wurzelwert  $\frac{n}{N_1} = 0,999744$ . Da  $N_1 = 1,3868$  ist, so ist  $n = 1,38645$  für  $y:b = 1$  und gleich  $1,38645(1 + \zeta) = 1,4659$  für  $y:b = 0$ . Die gesuchte Indicialkurve ist demnach

$$n = 1,3865\left(1 + 0,0573\frac{b^2 - y^2}{b^2}\right)$$

oder allgemein

$$n = N_1\left(1 + \zeta\frac{b^2 - y^2}{b^2}\right).$$

Stellen wir die daraus berechneten Werte mit den gemessenen zusammen, so ergibt sich:

Tabelle 16.

$\frac{y}{b}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$
	$n_4$	$n_3$	$n_2$	$n_1$	$n_0$	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$
beob.	1,3869	1,4217	1,4458	1,4608	1,4666	1,4612	1,4452	1,4220	1,3867
ber.	1,3865	1,4212	1,4461	1,4609	1,4659	1,4609	1,4461	1,4212	1,3865
Diff.	+0,0004	+0,0005	-0,0003	-0,0001	+0,0007	+0,0003	-0,0009	+0,0008	+0,0002

Da die beobachteten von den berechneten Werten nur innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler voneinander abweichen, so wird man in allen Fällen den direkten Weg einschlagen können, ohne auf dem weiten, mühevollen Wege der Methode der kleinsten Quadrate zu fast derselben Gleichung der Parabel zu gelangen. Da aus der Tabelle der konstanten Brechungsindices hervorgeht, daß der Mittelwert des kleinsten

Index der Linsenschichten  $N_1 = 1,3860$  ist, so kommt es also wesentlich nur darauf an, daß man den höchsten Index, nämlich den des Kernzentrums  $N_m$ , möglichst genau mißt, um daraus das Inkrement  $\zeta$  zu berechnen.

Würde man nun auf einem Axenschnitte durch das Kernzentrum in der Richtung eines anderen Radius  $b_3$  messen, so würde man offenbar ebenso finden

$$n = N_1 \left( 1 + \zeta \frac{b_3^2 - y^2}{b_3^2} \right);$$

und wenn diese Gleichung mit einer der anderen, z. B.

$$n = N_1 \left( 1 + \zeta \frac{b^2 - y^2}{b^2} \right)$$

zusammengestellt wird, so wird man die Niveauflächen gleicher Indices erhalten, wenn man  $n$  gleich setzt. Daraus ergibt sich nämlich

$$\eta : b_3 = y : b,$$

d. h. die Niveauflächen sind ähnlich und homothetisch um das Kernzentrum gelegen. Diese Niveauflächen bestimmen aber auch die Krümmungen der inneren brechenden Flächen, und es kommt gar nicht darauf an, zu untersuchen, ob die eigentlichen Schichtflächen Niveauflächen sind. Dieser Satz ist für die Theorie der Dioptrik der Krystalllinse von der größten Wichtigkeit.

Das in Rede stehende Gesetz der Änderung der Brechungsindices von Schicht zu Schicht ist keine bloße Hypothese mehr, wie man es mit Unrecht bezeichnet hat, sondern ein allgemeines, physikalisches Gesetz, welches auf Prinzipien der mechanischen Naturlehre beruht. Es tritt nicht bloß in den Augenlinsen auf, sondern überall bei ähnlichen stationären Zuständen, wie bei kugelförmigen oder cylindrischen quellbaren Substanzen, bei Zuständen der Spannung in hartgekühlten Gläsern von gleicher symmetrischer Form, bei

Druckverhältnissen anderer Art, wie z. B. am Zentrum einer freischwebenden Wasserkugel, deren Moleküle nach dem NEWTONschen Gesetze gegeneinander gravitieren, bei stationären Zuständen der geleiteten Wärme vom Zentrum nach der Peripherie, möglicherweise auch noch in pflanzlichen Organen u. s. w. Das für die Augenlinse gültige Gesetz eröffnet offenbar eine weite Aussicht, die vergleichende Ophthalmologie in dioptrischer Hinsicht beliebig auszubauen, was bis dahin unüberwindliche Schwierigkeiten zu bieten schien.

§ 6. Die Form und Gröfse der Krystalllinse. Während die Augen der Fische und der Batrachier mit einer fast vollkommen kugelförmigen Linse ausgestattet sind, findet man bei den Säugetieren des Landes sowohl als des Wassers und bei den Vögeln die Linse mehr oder weniger abgeplattet. Wo die Form der Linse von der Kugel abweicht, sind in der Regel die beiden Flächen verschieden gekrümmt, und zwar gewöhnlich derart, dafs die Wölbung der Vorderfläche geringer ist als die der Hinterfläche. Nur bei einigen nächtlichen Raubtieren und namentlich den Katzen findet das Gegenteil statt (LEUCKART). Es würde zu weit führen, die bis jetzt gefundenen Mafse der Krümmungen aufzuzählen; doch mögen hier die erwähnten Ausnahmefälle Platz finden.

Tabelle 17.

Auge	$r_1$	$r_2$	$r_1 : r_2$	Beobachter
Katze .....	6,5	8,4	0,78	WOLFSKEHL
» .....	6,7	7,4	0,90	KOSCHEL
» .....	6,0	6,0	1,00	MATTHIESSEN
» .....	5,50	6,42	0,86	KLINGBERG
Iuchs .....	8,0	10,0	0,80	SÖMMERING
Fuchs .....	5,2	6,3	0,83	MATTHIESSEN
» .....	5,99	6,20	0,97	KLINGBERG
Löwe .....	11,0	11,0	1,00	MATTHIESSEN

Bei den Tagtieren dieser Ordnung ist das Verhältnis  $r_1 : r_2 > 1$ ; beim Wolf 1,06 (SÖMM.), beim Hunde 1,12 (KO. u. M.).

Bei den von der Kugelgestalt abweichenden Linsen bietet ihre geometrische Gestalt im Ganzen das Ansehen eines um ihre Axe symmetrisch gelegenen Rotationskörpers dar, selbst bei denjenigen Augen, deren Bulben in transversaler Richtung sehr ungleiche Dimensionen haben, wie z. B. bei den Walen. Der Bulbus des Blauwals hat die Gestalt eines dreiaxigen Ellipsoides; sein horizontaler Durchmesser beträgt 145 mm, der vertikale 129 mm und der sagittale 107 mm. An der Linse war jedoch eine Verschiedenheit ihres Höhen- und Querdurchmessers nicht bemerkbar. Dagegen hat KOSCHEL bei fünf verschiedenen Haustieren gefunden, daß der vertikale Durchmesser um ungefähr  $\frac{1}{20}$  hinter dem horizontalen zurücksteht.

Von Interesse ist noch die absolute Gröfse der Linsen und ihr Verhältnis zu anderen Dimensionen des Auges. Zur Vergleichung des Volumens der Linsen mit dem aphakischen Innenraume einzelner Augen möge folgende Tabelle dienen:

Tabelle 18.

Auge	Volumen der Linse	Volumen des Innenraums	Verhältnis	Beobachter
	ccm	ccm		
Blauwal (Bal. Sibbaldii) . . . .	5,01	123	24,6	MATTHIESSEN
Finwal (Bal. musculus) . . . .	4,05	101	25,0	„
Seiwal (Bal. borealis) . . . . .	3,30	87	26,4	„
Knöllwal (Megaptera boops) .	2,20	54	24,5	„
Rothfisch (Sebastes norweg.)	2,57	22	8,6	„
Kabeljau (Gadus morrhua) . .	1,77	16	9,0	„
Pferd . . . . .	3,29	40	12,1	„
„ . . . . .	2,8	34	12,1	EMMERT <sup>1</sup>

<sup>1</sup> EMMERT, Größen- und Gewichtsverhältnisse des Augapfels unserer Haustiere. BERLIN u. EVERSBUCHS *Zeitschr. f. d. vergleich. Augenheilk.* IV. (1886.) S. 40. Das Volumen der menschlichen Linse wird verschieden angegeben. v. ZEHENDER (*Klin. Monatsbl.* 1877. S. 314) fand das Gewicht der normalen Linse einer 26jährigen Frau gleich 0,1606 gr, als das Volumen 0,15 ccm.

Das Gewicht von zwei Rindslinsen fand ich jedes gleich 3,0 gr und die Volumina gleich 2,75 ccm; daraus ergibt sich das spezifische Gewicht gleich 1,10.

Auge	Volumen der Linse	Volumen des Innenraums	Verhältnis	Beobachter
	ccm	ccm		
Elch .....	2,36	25	10,6	MATTHIESSEN
Rind .....	2,75	—	—	„
„ .....	2,1	24,4	11,6	EMMERT
Schaf .....	1,03	—	—	MATTHIESSEN
„ .....	0,9	8,7	9,7	EMMERT
Schwein .....	0,48	—	—	MATTHIESSEN
„ .....	0,8	6,8	8,5	EMMERT
Löwe .....	1,51	13,9	9,2	MATTHIESSEN
Hund .....	0,49	—	—	„
„ .....	0,5	4,1	8,2	EMMERT
Katze .....	0,32	—	—	MATTHIESSEN
„ .....	0,5	3,9	7,8	EMMERT
Fuchs .....	0,35	2,6	7,4	MATTHIESSEN
Kaninchen .....	0,47	—	—	„
„ .....	0,25	2,5	10,0	EMMERT
Mensch .....	0,15	—	—	MATTHIESSEN
„ .....	0,25 <sup>1</sup>	4,5	18,0	EMMERT

§ 7. Die Gestalt und Lagerung der Schichtflächen der Linse. In den meisten Fällen nimmt man an den Axenschnittflächen der Linsen eine ähnliche und homothetische Lagerung um das Kernzentrum wahr. Bei den Fischlinsen sind es lauter konzentrische Kugelflächen. Genaue Messungen sind von MÖNNICH an zwei Rindslinsen angestellt, indem er auf der Schnittfläche der in Alkohol gehärteten Linsen vom Zentrum aus Strahlen *a*, *b*, *c*, *d* zur selben Schicht zog, welche um je 45° voneinander abstanden; *a* bedeutet den Axenstrahl und *d* den des Durchmessers. Für eine der Linsen ergaben sich folgende Resultate, wobei die Halbaxe in 6 gleiche Abschnitte geteilt war.

Tabelle 19.

Schicht	$\frac{a}{b}$	$\frac{a}{c}$	$\frac{a}{d}$
Peripherisch 1	0,888	0,888	0,784
2	0,885	0,871	0,761
3	0,868	0,868	0,733
4	0,869	0,860	0,714
Central 5	0,851	0,851	0,713



Hieraus geht hervor, daß die Schichtung das Ähnlichkeitsprinzip annähernd befolgt, daß jedoch für die Axenrichtung in der Nähe des Zentrums eine etwas stärkere Krümmung vorhanden ist, als in den peripherischen Schichten. Ob aber diese Niveauflächen zugleich überall Niveauflächen gleicher Indices sind, kann wohl nur durch die Anwendung des Refraktometers entschieden werden. Diese ergibt nur für die Randzone des Durchmessers eine kleine Abweichung, wie es auch ihrer histologischen Beschaffenheit zu entsprechen scheint.

§ 8. Die dioptrischen Differenzialgleichungen und ihre Integrale. Nachdem die Linse des Auges als ein optisch heterogener oder anisotroper Körper mit einem bestimmten Gesetze der kontinuierlich variablen Dichtigkeit erkannt war, ergab sich von selbst die Anforderung, die Dioptrik solcher Systeme analytisch zu entwickeln. Da die ältere, nur für diskontinuierliche Systeme brechender sphärischer Flächen geeignete GAUSSsche Theorie auf kontinuierlich differenzierte Systeme unanwendbar erscheinen mußte, so vernotwendigte sich die Ausbildung eines ganz neuen Zweiges der mathematischen Optik, gegründet auf die aus der GAUSSschen Theorie hergeleiteten dioptrischen Differenzialgleichungen. Da die bezüglichen Theorien in verschiedenen Abhandlungen<sup>1</sup> niedergelegt sind, so kann ich mich darauf beschränken, die bei der Berechnung der Kardinalpunkte, Brennweiten und Totalindices kontinuierlich geschichteter, zentrierter Linsensysteme in Betracht kommenden Integrale aufzuführen, um ihre Anwendung auf einen konkreten Fall demonstrieren zu können. Die Brennweiten der Linse bei Immersion in Corticalsubstanz sind

<sup>1</sup> PFLÜGERS *Archiv*. XIX. S. 480 (1879); XXXVI. S. 79 (1885).  
 SCHLÖMILCHs *Zeitschr.* XXIV. (1879); XXVI. (1881); XXVIII. (1883).  
 EXNERS *Repert.* XXII. S. 333 (1886); XXIV. S. 401 (1888); XXV.  
 S. 663 (1889).  
 BERLIN und EVERBUSCHs *Zeitschr.* IV. S. 13 (1887).  
 NAGELS *Anomalien der Refraction und Accommodation des Auges*, S. 460.

$$-f = q = \frac{r_1 r_2}{2\zeta(r_1 + r_2)} \left( 1 + \frac{1}{3}\zeta \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2} \right);$$

die Hauptpunktsdistanzen von der Vorder- und Hinterfläche

$$\begin{aligned} -\alpha_{1,1} &= \frac{1}{2}b_1 \left( 1 - \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{6}\zeta^2 \frac{b_1}{r_1} \right) + \frac{1}{2}r_1 \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2} \left( 1 - \frac{5}{6}\zeta + \frac{5}{6}\zeta^2 \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2} + \frac{1}{6}\zeta^3 \frac{b_1}{r_1} \right), \\ \alpha_{2,1} &= \frac{1}{2}b_2 \left( 1 - \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{6}\zeta^2 \frac{b_2}{r_2} \right) + \frac{1}{2}r_2 \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2} \left( 1 - \frac{5}{6}\zeta + \frac{5}{6}\zeta^2 \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2} + \frac{1}{6}\zeta^3 \frac{b_2}{r_2} \right), \end{aligned}$$

das Hauptpunktsinterstitium

$$\epsilon = \frac{2}{3}\zeta(b_1 + b_2) \left( 1 - \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2} \right),$$

und der Totalindex

$$N = N_1 \left( 1 + 2\zeta + \frac{1}{3}\zeta^2 \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2} \right).$$

Betrachtet man die Linse als homogen mit dem Totalindex  $N$ , so werden die Formeln zwar einfacher, aber auch ungenauer. So ist z. B. das Interstitium in diesem Falle

$$\epsilon = 2\zeta(b_1 + b_2) \left( 1 - \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2} \right).$$

Besonders einfach werden die Gleichungen für die kugelförmige Linse der Fische, indem  $r_1 = r_2 = b_1 = b_2$  wird.

Die Anwendung vorstehender Gleichungen setzt also voraus, daß die Linse zunächst von einer Substanz umgeben sei, die das Brechungsvermögen der äußersten Corticalschicht besitzt. Dies optische System wird dann mit dem Systeme der flüssigen Augenmedien kombiniert durch folgende bekannte Relationen:

$$\begin{aligned} f &= \frac{f_1 f_2}{f_2 - q_1 + D}, & q &= \frac{-q_1 q_2}{f_2 - q_1 + D}, \\ -\alpha_{1,2} &= \frac{f_1 D}{f_2 - q_1 + D}, & \alpha_{2,1} &= \frac{-q_2 D}{f_2 - q_1 + D}. \end{aligned}$$

Die oben angeführten dioptrischen Integrale beweisen nun direkt die Richtigkeit zweier wichtiger von v. HELMHOLTZ<sup>1</sup> induktiv bewiesenen Sätze.

<sup>1</sup> *Physiolog. Optik.* II. Aufl. § 10. S. 94.

1. Die Brennweiten der Krystalllinse sind kleiner als sie sein würden, wenn ihre ganze Masse das Brechungsvermögen ihres Kernes hätte. Die Brechungsindices der ganzen Linse und ihres Kernzentrums sind resp.

$$N = N_1(1 + 2\zeta), \quad N_m = N_1(1 + \zeta);$$

mithin wird die brechende Kraft der Linse durch die Schichtung und die Zunahme des Brechungsvermögens von aussen nach innen auf das Doppelte erhöht, mit anderen Worten: Der Totalindex übertrifft den Index des Kernes um ebenso viel, wie dieser den der Corticalis.

2. Die Entfernung der Hauptpunkte voneinander ist in der Krystalllinse kleiner als in einer Linse, welche dieselbe Form und das Brechungsvermögen des Kernes haben würde.

Die beiden Gleichungen für  $\varepsilon$  zeigen, dafs für die Immersion die homogene Linse ein dreifach gröfseres Interstitium hat. Was in den beiden Sätzen für die Immersion gilt, mufs auch für die Immersion der Linse in den flüssigen Augenmedien gelten.

Die dioptrischen Integrale sind bisher von mehreren Autoren auf eine grofse Anzahl von Wirbeltieraugen mit Erfolg angewendet worden. Um nun nicht bereits Bekanntes auf diesem Gebiete zu wiederholen, will ich dieselben auf die Berechnung der Kardinalpunkte des gröfsten aller Tieraugen überhaupt anwenden, und zwar des Auges vom Blauwal (*Balaenoptera Sibbaldii*). Der Blauwal ist der gröfste der fünf norwegischen Finwale und der Wale überhaupt. Seine Länge beträgt 27—30 m, und sein Auge hat nicht nur den gröfsten Bulbus, sondern auch der Innenraum und die Linse übertreffen die gröfsten aller bisher bekannten Dimensionen. Dieses Auge erscheint somit als ein besonders geeignetes Objekt zur Prüfung der Theorien. Die erforderlichen Messungen wurden von mir im Juli 1890 auf der Walfangstation Swartnaes bei Vardoe angestellt.

§ 9. Der physikalisch-optische Bau des Auges vom Blauwal. Die Dimensionen und Krümmungen des Auges und seiner brechenden Flächen wurden mit Hilfe feingeteilter Maßstäbe und Glasmikrometer mit konzentrischen Kreisen, die Brechungsindices mit dem ABBESchen Refraktometer gemessen, und zwar an mehreren Bulben, so daß die Zahlen die Verhältnisse eines mittleren Auges der Spezies darstellen.

Tabelle 20.

Geometrische und physikalische Konstanten		mm
Horizontaler Durchmesser des Bulbus .....		145
Vertikaler „ „ „ .....		129
Axialer oder sagittaler „ „ .....		107
Horizontaler Krümmungsradius des Bulbus vorne .....		80
Vertikaler „ „ „ „ .....		70
Horizontaler Durchmesser der Hornhautbasis .....		42
Vertikaler „ „ „ .....		30
Horizontaler „ „ inneren Hornhautfläche .....		25
Vertikaler „ „ „ „ .....		20
Höhe der Hornhaut über ihrer horizontalen Basis .....		4
Dicke „ „ in ihrer Mitte .....	$d_0$	2,0
Dicke am Rande ihrer inneren Vertiefung .....		4
Horizontaler Krümmungsradius des vorderen Hornhautscheitels $S_1$ .....	$r_{0,k}$	62
Vertikaler „ „ „ „ „ .....	$r_{0,v}$	37
Horizontaler „ „ hinteren „ .....	$\varrho_{0,k}$	24
Vertikaler „ „ „ „ „ .....	$\varrho_{0,v}$	21
Horizontaler Durchmesser der Pupille .....		17
Vertikaler „ „ „ .....		12
Ort des vorderen Linsenscheitels $S_2$ .....	$d_1$	4,0
Querdurchmesser der Linse .....		22,5
Axe „ „ .....	$d_2$	17,0
Ort des Kernzentrums $M$ der Linse ..	$d_1 + b_1$	12,5
Ort des hinteren Linsenscheitels $S_3$ .....	$d_1 + d_2$	21,0
Höhe des hinteren Segmentes der Linse .....		10,0
Krümmungsradius der vorderen Linsenfläche $S_2$ .....	$r_1$	14,0
„ „ hinteren „ „ $S_3$ .....	$r_2$	11,5
Ort der Retina $R$ .....	$S_1 R$	53,0
Krümmungsradius der sphärischen Retina in den Meridianen ..		41,25
Abstand der Retina $R$ vom Kernzentrum $M$ der Linse .....	$MR$	40,5
Horizontaler Querdurchmesser des Innenraumes .....		78,0

Geometrische und physikalische Konstanten		mm
Vertikaler Querdurchmesser des Innenraumes .....		73,0
Kubikinhalt des aphakischen Innenraumes .....	ccm	123,0
»    der Krystalllinse .....	»	5,0
Brechungsindex des destillierten Wassers bei 16° C. ....	$n_D$	1,3341
»    »    Meerwassers .....		1,3391
»    der Hornhaut .....	$N_k$	1,3834
»    des Kammerwassers .....	$N_0$	1,3366
»    »    Glaskörpers .....	$N_g$	1,3363
»    der äußersten Corticalschicht .....	$N_1$	1,3871
»    des Kernzentrums $M$ der Linse .....	$N_m$	1,4751

Der innere Bau des Auges der Wale ist dem der Fische sehr ähnlich in Anbetracht der Nähe der Linse an der Hornhaut, der mit ihrem Kerne fast konzentrischen und sphärischen Retina, sowie der starken Abplattung der vorderen Hälfte des Innenraumes. Dagegen ist sowohl das Brechungsvermögen der Linse geringer, als auch die Linse etwas abgeplattet, wie bei den Landsäugetieren, und zwar mit einer schwächeren Krümmung der Vorderfläche. Der Blauwal besitzt unter allen lebenden Tieren das größte Auge überhaupt, nicht bloß nach den äußeren Dimensionen der Sklera, sondern auch nach dem Kubikinhalt des Innenraumes und der Linse. Der Innenraum beträgt, die Linse eingeschlossen, 123 ccm und ist dreimal so groß als der des Pferdes (40 ccm), welches nach SÖMMERING unter allen Landtieren die größten Augen hat. Sieht man sich noch die beigegeführten Zeichnungen der Querschnitte des Bulbus vom Blauwal an, so wird man nicht wohl behaupten können, daß die Wale so sehr kleine Augen besitzen.

I. Die Berechnung der Kardinalpunkte des Walauges unter Wasser. Da die Hornhaut unter Wasser als dioptrisch unwirksam betrachtet werden kann, so reduziert sich das System auf die Linse in den flüssigen Augenmedien. Wir betrachten zunächst die geschichtete Linse bei Immersion in die äußerste Corticalschicht ( $N_1 = 1,3871$ ) und kombinieren

sie dann mit den flüssigen Augenmedien. Ist  $\zeta$  das Inkrement des Brechungsindex des Kernzentrums, so ist

$$\zeta = \frac{N_m - N_1}{N_1} = 0,0635$$

und der Totalindex der Linse

$$N = N_1 \left( 1 + 2\zeta + \frac{1}{2}\zeta^2 \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2} \right) = 1,5685.$$

Derselbe übertrifft den Wert für das Auge des Rindes und des Löwen, bleibt jedoch hinter dem der Fische (1,6570) noch beträchtlich zurück. Bei der Berechnung der Kardinalpunkte der Linse wollen wir die genauere Methode befolgen, also nicht eine homogene Linse mit dem Totalindex voraussetzen, sondern die Integrale benutzen, welche aus der natürlichen Beschaffenheit der geschichteten Linse hergeleitet werden. Denn voraussichtlich werden bei einer so enormen Linse die Interstitien der Hauptpunkte nicht unbeträchtlich sein. In einer hypothetisch homogenen Linse würden sie sich bekanntlich auf das Dreifache steigern.

a. Die Linse bei Immersion in Corticalsubstanz oder die Kernlinse. Gemessen sind  $r_1 = 14,0$  mm,  $r_2 = 11,5$  mm,  $b_1 = b_2 = 8,5$  mm, also  $d_2 = 17,0$  mm; ferner  $N_1 = 1,3871$  und  $\zeta = 0,0635$ . Die Rechnung ergibt für die Brennweiten

$$-f = q = 52,520,$$

für die Hauptpunktsdistanzen

$$S_2 H_1 = -\alpha_{1,1} = 8,787, \quad H_2 S_3 = \alpha_{2,1} = 7,973$$

und das Interstitium

$$H_1 H_2 = \epsilon = 0,240.$$

b. Die Kombination der Kernlinse mit dem Kammerwasser. Der relative Index der äußersten Corticalschicht ist  $n_2 = N_1 : N_0 = 1,3871 : 1,3366 = 1,0380$ , die dioptrischen Elemente sind

$$f_1 = \frac{-r_1}{n_2 - 1} = -368,42, \quad q_1 = \frac{n_2 r_1}{n_2 - 1} = 382,42, \quad -f_2 = q_2 = 52,520,$$

und das sekundäre Hauptpunktsinterstitium

$$D = -\alpha_{1,1} = 8,787.$$

Daraus berechnet man die Brennweiten und Hauptpunktsdistanzen dieser Kombination, nämlich

$$f = -45,405, \quad q = 47,130, \quad \alpha_{1,2} = -7,596, \quad \alpha_{2,2} = 1,083.$$

Sind nun  $H_{1,1}$ ,  $H_{2,1}$  die Hauptpunkte dieses Systems, so ist weiter

$$H_{1,1}S_2 = \alpha_{1,2} = -7,596, \quad H_{2,1}S_2 = \alpha_{2,1} + \alpha_{2,2} = 9,056$$

und das Interstitium

$$H_{1,1}H_{2,1} = \epsilon = 0,347.$$

c. Die Kombination mit dem Glaskörper. Die dioptrischen Elemente sind  $n_3 = 1,3871 : 1,3363 = 1,0380$  und

$$f_1 = -45,405, \quad q_1 = 47,130, \quad f_2 = \frac{-n_3 r_2}{n_3 - 1} = -314,13, \quad q_2 = \frac{r_2}{n_3 - 1} = 302,63,$$

$$D = H_{2,1}S_3 = 9,056.$$

Daraus ergeben sich die Hauptbrennweiten und Hauptpunktsdistanzen der ganzen Krystalllinse in den flüssigen Augenmedien:

$$-f = q = 40,496, \quad \alpha_1 = -1,167, \quad \alpha_2 = 7,778.$$

Sind dann  $H\alpha$ ,  $H\beta$  die Hauptpunkte selbst, so ist nunmehr

$$H\alpha S_2 = \alpha'_1 = \alpha_{1,2} + \alpha_1 = -8,763, \quad H\beta S_3 = \alpha'_2 = \alpha_2 = 7,778,$$

$$H\alpha H\beta = \epsilon = 0,458.$$

Die Brennweite ist also ebenso groß, wie der Abstand der Retina vom Kernzentrum der Linse und etwas kleiner als der Krümmungsradius der Retina. Wir erhalten nun folgende Zusammenstellung für die Örter der Kardinalpunkte bezüglich des Hornhautscheitels  $S_1$ :

Ort des I. Hauptbrennpunktes	$S_1 F$	$= -27,733$	mm,
„ „ I. Hauptpunkts	$S_1 H\alpha$	$= 12,763$	„
„ „ II. „	$S_1 H\beta$	$= 13,222$	„
„ „ I. Knotenpunktes	$S_1 K\alpha$	$= 12,763$	„
„ „ II. „	$S_1 K\beta$	$= 13,222$	„
„ „ II. Hauptbrennpunktes	$S_1 \Phi$	$= 53,717$	„
Ort der Retina	$S_1 R$	$= 53,0$	„

Der Fehler der Einstellung des toten, frisch enukleierten Auges besteht also, wie es gewöhnlich der Fall ist, in einer kleinen Hypermetropie, die durch eine geringe Accommodation leicht zu korrigieren ist. Bezeichnet man die Ametropie des toten Auges mit  $\xi_1$ , so ist dieselbe

$$D = \frac{\xi_1 \cdot 1000}{f\eta} = + 0,44 \text{ Dioptrien.}$$

Wir wollen noch die relativen Örter der Kardinalpunkte des Blauwalauges mit denen anderer Cetaceen und der Fische vergleichen. Bedeuten  $H$  und  $K$  die Örter des mittleren Haupt- und Knotenpunkts,  $M$  das Linsenzentrum,  $R$  seinen Abstand von der Retina und  $r$  den mittleren Krümmungsradius der Linse, so erhält man folgende Zusammenstellung, in welcher alle Örter auf den Ort von  $M$  bezogen sind:

Tabelle 21.

Augen	$S_1S_2$	$S_1H$	$S_1M$	$S_1K$	$S_1S_2$	$S_1R$	$R:r$
Fische (7 Arten).....	0,19	1,00	1,00	1,00	1,81	3,08	2,52
Delphin ( <i>Delphinus communis</i> )..	0,18	1,00	1,00	1,00	1,82	3,73	2,86
Knöllwal ( <i>Megaptera boops</i> )...	0,32	1,01	1,00	1,01	1,68	4,21	3 13
Seiwal ( <i>Balaenoptera borealis</i> ) <sup>1</sup> .	0,30	1,01	1,00	1,01	1,71	4,20	3,20
Finwal ( <i>Balaenoptera musculus</i> )..	0,32	1,02	1,00	1,02	1,67	3,95	3,19
Blauwal ( <i>Balaenoptera Sibbaldii</i> )	0,32	1,04	1,00	1,04	1,68	4,24	3,18

Man ersieht hieraus, dafs die Augen der Wale sowohl unter sich, als auch denen der Fische dioptrisch ähnlich gebaut sind. Eine Zusammenstellung mit den Landsäugetieren ergibt durchaus davon abweichende Resultate.

II. Die Berechnung der Kardinalpunkte des Wal-  
auges über Wasser. Die sehr von einander abweichenden Krümmungen der Hornhaut in den beiden Hauptmeridional-schnitten läfst auf einen beträchtlichen Astigmatismus und ihre nach aufsen konvexe Krümmung auf eine excessive Myopie

<sup>1</sup> PFLÜGERS *Archiv f. Physiol.* XLII. (1891.)



des Walauges über dem Meeresniveau schliessen. Wir berechnen deshalb noch die Brennweiten des ganzen Auges sowohl für den horizontalen, als den vertikalen Meridian, um daraus ein Urteil über den Grad der Sehschärfe über Wasser zu gewinnen. Da die horizontale oder I. Hauptbrennlinie den vertikalen Strahlenfächern, die vertikale oder II. Hauptbrennlinie den horizontalen Strahlenfächern des durch das Linsenbild der Pupille begrenzten astigmatischen Strahlenkonoides angehört, so beginnen wir mit dem vertikalen Meridian.

1. a. Das Hornhautsystem im vertikalen Meridian. Da die Hornhaut an ihrer inneren Seite eine stärkere Krümmung besitzt, so würde sie, an beiden Seiten von Luft begrenzt, eine Dispersivlinse sein; deshalb wirkt sie in situ als eine schwächer brechende Kollektivlinse gegen die gewöhnlichen Fälle. Die gemessenen Konstanten sind nun

$$r_{0,v} = 37 \text{ mm}, \quad \varrho_{0,v} = 21 \text{ mm}, \quad d_0 = 2,0 \text{ mm}, \\ N_k = 1,3834, \quad N_0 = 1,3366, \quad n_1 = N_k : N_0 = 1,0350.$$

Die dioptrischen Elemente der Vorder- und Hinterfläche sind demgemäß

$$f_1 = -96,50, \quad \varphi_1 = +133,50, \quad f_2 = +621,0, \quad \varphi_2 = -600,0, \\ D = d_0 = 2,0.$$

Daraus ergibt sich für das Hornhautsystem

$$f = -122,42, \quad \varphi = 163,63, \quad \alpha_{1,0} = 0,394, \quad \alpha_{2,0} = 2,451.$$

Sind  $H_{1,0}$ ,  $H_{2,0}$  die Hauptpunkte, so liegen beide vor der Hornhaut und der zweite Hauptpunkt vor dem ersten. Dabei ist

$$S_1 H_{1,0} = -\alpha_{1,0} = -0,394, \quad S_1 H_{2,0} = -\alpha_{2,0} + d_0 = -0,451, \\ H_{1,0} H_{2,0} = s = -0,057.$$

b. Das ganze Auge. Seine dioptrischen Elemente sind

$$\tilde{f}_1 = -122,42, \quad \varphi_1 = 163,63, \quad -f_2 = \varphi_2 = 40,496, \\ D = 0,451 + 12,763 = 13,214.$$

Demnach sind die ersten Hauptbrennweiten und Hauptpunktsdistanzen des astigmatischen Auges

$$f = -25,968, \quad q = 34,709, \quad a_1 = -8,473, \quad a_2 = 2,803.$$

Sind  $H_{a,1}$ ,  $H_{b,1}$  die Hauptpunkte des ganzen Auges für den vertikalen Meridian, so ist

$$\begin{aligned} S_1 H_{a,1} &= -a_1 - \alpha_{1,0} = 8,079, & H_{b,1} S_3 &= H\beta S_3 + a_2 = 10,581, \\ S_1 H_{b,1} &= d_1 + d_2 - H_{b,1} S_3 = 10,419, & H_{a,1} H_{b,1} &= \epsilon = 2,340. \end{aligned}$$

2. a. Das Hornhautsystem im horizontalen Meridian. Die gemessenen Konstanten sind

$$\begin{aligned} r_{0,h} &= 62 \text{ mm}, & \varrho_{0,h} &= 24 \text{ mm}, & d_0 &= 2,0 \text{ mm}, \\ \Lambda_h &= 1,3834, & \Lambda_0 &= 1,3366, & n_1 &= 1,0350. \end{aligned}$$

Die dioptrischen Elemente der Vorder- und Hinterfläche sind jetzt

$$\begin{aligned} f_1 &= -161,71, & q_1 &= +223,71, & f_2 &= +709,7, & q_2 &= -685,7, \\ & & D &= d_0 = 2,0. \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich

$$f = -235,18, \quad q = 314,34, \quad \alpha_{1,0} = 0,663, \quad \alpha_{2,0} = 2,810.$$

Sind  $H_{1,0}$ ,  $H_{2,0}$  die Hauptpunkte, so liegen auch hier beide vor der Hornhaut und ebenfalls der zweite Hauptpunkt vor dem ersten. Dabei ist

$$\begin{aligned} S_1 H_{1,0} &= -\alpha_{1,0} = -0,663, & S_1 H_{2,0} &= -\alpha_{2,0} + d_0 = -0,810, \\ & & H_{1,0} H_{2,0} &= \epsilon = -0,147. \end{aligned}$$

b. Das ganze Auge. Die dioptrischen Elemente sind

$$\begin{aligned} f_1 &= -235,18, & q_1 &= 314,34, & -f_2 &= q_2 = 40,496, \\ & & D &= 0,810 + 12,763 = 13,573 \end{aligned}$$

Demnach sind die zweiten Hauptbrennweiten und Hauptpunktsdistanzen des astigmatischen Auges

$$f = -27,908, \quad q = 37,302, \quad a_1 = -9,354, \quad a_2 = 1,611.$$

Sind  $H_{a,2}$ ,  $H_{b,2}$  die Hauptpunkte des ganzen Auges für den horizontalen Meridian, so ist

$$\begin{aligned} S_1 H_{a,2} &= -a_1 - \alpha_{1,0} = 8,691, & H_{b,2} S_3 &= H\beta S_3 + a_2 = 9,389, \\ S_1 H_{b,2} &= d_1 + d_2 - H_{b,2} S_3 = 11,611, & H_{a,2} H_{b,2} &= t = 2,920. \end{aligned}$$

Die Örter der Kardinalpunkte des vorne von Luft begrenzten astigmatischen Walauges sind darnach folgende:

Tabelle 22.

Orter der Kardinalpunkte	Vertikalmeridian		Horizontalmeridian		unter Wasser	
Ort d. vorderen Brennpunktes . . . . .	$S_1 F_1$	— 17,889	$S_1 F_2$	— 19,271	$S_1 F$	— 27,733
» » I. Hauptpunktes	$S_1 H_{a,1}$	8,079	$S_1 H_{a,2}$	8,691	$S_1 H_a$	12,763
» » II. »	$S_1 H_{b,1}$	10,419	$S_1 H_{b,2}$	11,611	$S_1 H_\beta$	13,222
» » I. Knotenpunktes	$S_1 K_{a,1}$	16,820	$S_1 K_{a,2}$	18,085	$S_1 K_a$	12,763
» » II. »	$S_1 K_{b,1}$	19,160	$S_1 K_{b,2}$	21 005	$S_1 K_\beta$	13,222
» » hinteren Brennpunktes . . . . .	$S_1 \Phi_1$	45,128	$S_1 \Phi_2$	48,913	$S_1 \Phi$	53,717
» der Retina . . . . .	$S_1 R$	53,0	$S_1 R$	53,0	$S_1 R$	53,0
Die Ametropie . . . . .	$\Phi_1 R$	— 7,872	$\Phi_2 R$	— 4,087	$\Phi R$	— 0,717

III. Die Güte der Bilder äußerer Objekte auf der Retina rücksichtlich der Hornhaut-Asymmetrie. Wir gewinnen eine Vorstellung von der Güte der Bilder, wenn wir von einem entfernten Objekte dieselben auf die Retina projizieren und dazu die beiden Halbaxen der Zerstreuungsellipse berechnen, welche die Bilder mit einem Saume umrändert. Die Bildprojektion erhalten wir aus dem Orte des mittleren II. Knotenpunktes  $K$  des astigmatischen Auges, der Entfernung und Gröfse des Objektes. Das fixierte Objekt sei ein vertikaler Kreis von 1 m Durchmesser in 10 m Entfernung vom Auge; der Ort des mittleren II. Knotenpunktes  $K$  ist  $S_1 K = 20,0$  mm und sein Abstand  $L$  von der Retina 33,0 mm. Daraus ergibt sich der Durchmesser des Netzhautbildes  $b = L \cdot 0,1 = 3,3$  mm. Um die Zerstreuungsellipse zu finden, berechnen wir die Längen der Brennnlinien des durch das Linsenbild der Pupille begrenzten Strahlenkonoides eines Objektpunktes. Das Linsenbild liegt 2,0 mm vor  $S_2$ ; die Brennstrecke  $\Phi_1 \Phi_2$  ist 3,8 mm, der Abstand der vorderen

horizontalen Brennnlinie  $l_1$  von dem Pupillenbilde  $x_1 = 43$  mm, der der hinteren vertikalen Brennnlinie  $l_2$  ist  $x_2 = 47$  mm. Der horizontale Durchmesser der Pupille war 17 mm, der vertikale gleich 12 mm, woraus sich mit Hülfe der Formel

$$d = Y_0 \frac{q}{q + \alpha_1},$$

die Durchmesser der entsprechenden Linsenbilder der Pupille  $d_1 = 21,7$  mm und  $d_2 = 15,3$  mm ergeben. Die Längen der Brennnlinien sind

$$l_1 = d_1 \frac{x_2 - x_1}{x_2} = 1,79 \text{ mm}, \quad l_2 = d_2 \frac{x_2 - x_1}{x_1} = 1,34 \text{ mm}.$$

Bezeichnen wir nun den horizontalen Durchmesser der Zerstreuungsellipse mit  $D_1$ , den vertikalen mit  $D_2$  und berücksichtigen, daß der Abstand der Retina von der hinteren Brennnlinie 4,1 mm, der von der vorderen 7,9 mm beträgt, so ist

$$D_1 = 4,1 \frac{d_1}{x_2} = 1,92 \text{ mm}, \quad D_2 = 7,9 \frac{d_2}{x_1} = 2,79 \text{ mm}.$$

Die Halbaxen sind also resp. gleich 0,96 und 1,39 mm, ein Mittel 1,18 mm. Demnach wird das Retinabild bei der Accommodation für die Ferne, mit einem Durchmesser von 3,3 mm noch unverändert von einem Zerstreuungsringe von 1,2 mm Breite. Es kann also der Wal über dem Wasser die Konturen und Bewegungen entfernter Objekte noch genügend erkennen, um sich einer ihm von außen her drohenden Gefahr rechtzeitig zu entziehen, besonders dann, wenn diese Objekte groß sind, wenn ihm auch die Schätzung der Entfernungen etwas erschwert ist. Die Waldampfer haben eine Länge von 20 m, eine Breite von 5 m und die Schußweite der Harpunenkanone beträgt höchstens 30 m. Da der Schuß in der Regel über Styr- oder Backbord geschieht, so würde im Abstände der größten Gefahr für den Wal der Durchmesser des Retinabildes eines Walbootes  $b = \frac{2}{3}L = 22,0$  mm

betragen, mit einem Zerstreuungsringe von höchstens 1,2 mm Breite, was noch äußerst günstig erscheint, wenn auch die Schärfe der Details eine Einbuße erleidet. Die Waljäger behaupten zwar, daß der Wal kurzsichtig sei; jedenfalls ist sein Mangel an Sehschärfe und der Schätzung der Entfernungen über Wasser teils durch die Myopie, teils durch die Astigmatie bedingt.

Wir wollen nicht unterlassen, noch einen Umstand zu erwähnen, der möglicherweise geeignet erscheint, jene Refraktionsanomalien des Walauges zu vermindern, wenn nicht ganz aufzuheben. Wenn man nämlich zwecks Auslösung des Bulbus aus der Augenhöhle die beiden am horizontalen Durchmesser befestigten, sehr festen Muskelsehnen durchschneidet, so kollabiert sofort die zuvor, auch noch 24 Stunden post mortem ganz pralle Hornhaut. Bei den Bulben der Landsäugetiere ist dies niemals der Fall. Es gelingt dann nur durch einen sehr starken Druck auf das rete mirabile die Hornhaut wieder in die frühere Lage zu bringen. Man ist deswegen genötigt, die Krümmungen der Hornhaut am Bulbus in situ zu messen. Es ist deshalb denkbar, daß bei den Walaugen andere Umstände mitwirken können, um die Krümmung der Hornhaut willkürlich innerhalb gewisser Grenzen zu verändern, kurz zu accommodieren, sei es durch Muskelthätigkeit oder einen von dem massigen, gefälsreichen rete mirabile ausgeübten Druck. Noch wahrscheinlicher ist, daß selbst die Retina durch die hinter der metallglänzenden membrana Ruysiana polsterartig ausgebreiteten Choroidea accommodiert werden kann.

Was im übrigen eine alleinige Korrektur der Astigmatie anbetrifft, so würde diese den Walen kaum einen erheblichen Vorteil gewähren, weil durch einen entgegenwirkenden Astigmatismus eines Hilfsapparates im Auge die Myopie nicht bloß nicht aufgehoben, sondern sogar vermehrt werden würde. Es ist aber nicht ausgeschlossen, daß bei dem fortwährenden, sich meist in Pausen von  $\frac{1}{2}$  Minute wiederholenden Auf-

tauchen zum Athmen das astigmatische Sehen sich noch störender geltend macht, als die Myopie. Wenn dies der Fall ist, so liegt es sehr nahe, anzunehmen, daß der Wal imstande ist, die Brennstrecke durch partielle Accommodation der Linse aufzuheben. Eine solche partielle Thätigkeit des Ciliarmuskels, die Linse in einem Meridian stärker zu krümmen, als in einem anderen, ist wohl zuerst von v. ZEHENDER<sup>1</sup> an seinen eigenen Augen beobachtet und von ihm accommodativer Astigmatismus genannt worden. Er machte die Wahrnehmung, daß durch das Tragen schrägstehender Brillen das Auge astigmatisch werden kann. BERLIN<sup>2</sup> äußert sich darüber folgendermaßen: »Der Ciliarmuskel kontrahiert sich nicht immer gleichmäßig in seiner ganzen Ausdehnung, sondern ist zu lokaldifferenten Kontraktionen befähigt — innerhalb der präformierten anatomischen und physiologischen Grenzen — welche er nach Bedürfnis, d. h. im Interesse der Erzeugung möglichst scharfer Netzhautbilder, ausübt.« Das Experiment selbst läßt aber offenbar noch eine andere Hypothese zu. Der durch Schrägstellung einer Glaslinse hervorgerufene Astigmatismus läßt sich durch um 90° abweichende drehende Schrägstellung einer anderen Linse korrigieren. Der Astigmatismus der Hornhaut des Wales ist äquivalent derjenigen einer Kollektivlinse, welche etwas um eine horizontale Axe gedreht ist; er würde sich also korrigieren lassen durch eine Drehung der Krystalllinse um eine vertikale Axe ohne eine accommodative Krümmungsänderung. Es würde dies freilich die Möglichkeit einer seitwärts ausgeübten Thätigkeit des Ciliarmuskels oder auch die eines lokaldifferenten intraokularen Druckes voraussetzen. In jedem Falle würde aber doch die Myopie des Auges verstärkt werden.

<sup>1</sup> *Klin. Monatsbl. f. Ophth.* 1888. S. 393.

<sup>2</sup> BERLIN, *Über ablenkenden Linsenastigmatismus und seinen Einfluß auf das Empfinden von Bewegungen.* Wiesbaden 1887.

IV. Der numerische Ausdruck für die Gröfse des Hornhaut-Astigmatismus. Wir können den Grad des Astigmatismus der Hornhaut oder des ganzen Auges ausdrücken durch die Brennweite oder die Dioptrien einer sehr dünnen kollektiven cylindrischen Glaslinse, welche, im I. Hauptpunkte des horizontalen Hornhautsystems stehend, die Hornhaut oder das ganze horizontale Augensystem korrigiert oder dem vertikalen äquivalent macht. Auf beiden Wegen lassen sich die Dioptrien des Korrektionsglases ermitteln.

a. Die Korrektion der Hornhaut. Sind  $q_1$  die Brennweite der Korrektionslinse,  $f_2$  und  $q_2$  die Brennweiten des horizontalen Hornhautmeridians,  $q$  die des vertikalen, so ist

$$q = \frac{-q_1 q_2}{f_2 - q_1 + D}, \quad \frac{1}{q_1} = \frac{q_2 - q}{-q(f_2 + D)}, \quad D = 0.$$

Wir fanden früher  $f_2 = -235,18$ ,  $q_2 = 314,34$ ,  $q = 163,63$ ; folglich ist

$$\frac{1000}{q_1} = \frac{150,71 \cdot 1000}{163,63 \cdot 235,18} = +3,92 \text{ Dioptrien.}$$

b. Die Korrektion des ganzen Auges. Sind  $q_1$  die Brennweite des Glases,  $f'_2$  und  $q'_2$  die Brennweiten des horizontalen Systems,  $q'$  die des vertikalen,  $D$  das sekundäre Interstitium der Hauptpunkte der Kombination, so ist

$$\frac{1}{q_1} = \frac{q'_2 - q'}{-q'(f'_2 + D)}, \quad D = H_{1,0} H_{a,2}.$$

Wir fanden nun früher  $f'_2 = -27,908$ ,  $q'_2 = 37,302$ ,  $q' = 34,709$  und  $D = 0,663 + 8,691 = 9,354$ ; folglich ist

$$\frac{1000}{q_1} = \frac{1000 \cdot 2,593}{34,709 \cdot 18,554} = +4,03 \text{ Dioptrien.}$$

Eine völlige Übereinstimmung beider Dioptrien ergibt sich nur entweder in dem Falle, wenn die Hauptpunkte des horizontalen Hornhautsystems mit den entsprechenden des vertikalen koinzidieren, z. B. dann, wenn sich das Hornhaut-

system auf eine einzige brechende Fläche reduziert, oder wenn das Korrektionsglas so gestellt wird, daß, indem  $D_1$  seine Verschiebung bezeichnet,

$$\frac{1}{q_1} = \frac{q_2 - q}{-q(f_2 + D_1)} = \frac{q'_2 - q}{-q'(f'_2 + D + D_1)}$$

d. h., wenn

$$D_1 = \frac{-q'(q_2 - q)(f'_2 + D) + q(q'_2 - q)f_2}{q'(q_2 - q) - q(q'_2 - q)}$$

Für unseren Fall wird  $D_1 = -0,568$ ; das Korrektionsglas muß also nahe an die Hornhaut gestellt werden, und zwar  $0,663 - 0,568 = 0,095$  mm vor dieselbe; dann wird der numerische Wert der Asymmetrie  $+ 3,90 D$ .

Da nach der Korrektion der Meridian-Asymmetrie das Walaugc noch excessiv myopisch ist, so ist auch diese Korrektion auszudrücken, und zwar entweder dadurch, daß man in dem vorderen Brennpunkte des korrigierten Auges, oder auch unmittelbar vor der Hornhaut eine Zerstreuungslinse anbringt von sphärischer Form. Im ersten Falle normiert die Gleichung  $\xi_0 \xi_1 = f_2 q_2$ , und da bei dem Blauwalaugc

$$f_2 = -25,968, \quad q_2 = 34,709, \quad \Phi_1 R = 7,872 = \xi_1$$

ist, so wird

$$\frac{1000}{q_1} = \frac{1000}{\xi_0} = \frac{-1000 \cdot 7,872}{25,968 \cdot 34,709} = -8,734 \text{ Dioptrien.}$$

Im zweiten Falle, wo die Linse unmittelbar vor die Hornhaut gestellt wird, ist

$$S_1 H_{b,1} - \alpha_2 + q = S_1 R$$

und in unserem Falle

$$10,419 + \frac{q_2(D - q_1)}{f_2 - q_1 + D} = 53,0.$$

Hierin ist zu setzen  $f_2 = -25,968$ ,  $q_2 = 34,709$ ,  $D = S_1 H_{a,1} = 8,079$ ; daraus ergibt sich

$$\frac{1000}{q_1} = -7,55 \text{ Dioptrien.}$$



Da die Astigmatie beim Blauwal  $+3,90 D$ . beträgt, so besitzt der vertikale Meridian eine Myopie von  $-7,55 D$ ., der horizontale  $-3,65 D$ ., wodurch die Ametropien vollständig bestimmt sind. Zum Vergleiche stelle ich diese für die vier von mir untersuchten Finwale zusammen.

Tabelle 23.

Auge	horiz. Merid.	vertik. Merid.	Astigmatie
Blauwal .....	$-3,65D$	$-7,55D$	$+3,90D$
Finwal .....	$-4,08 \text{ »}$	$-8,31 \text{ »}$	$+4,23 \text{ »}$
Seiwal .....	$-5,57 \text{ »}$	$-10,03 \text{ »}$	$+4,46 \text{ »}$
Knöllwal .....	$-5,74 \text{ »}$	$-10,17 \text{ »}$	$+4,43 \text{ »}$
Mittel:	$-4,76D$	$-9,01D$	$+4,25D$

V. Das Verhältnis der Hornhaut-Asymmetrie zur spaltförmigen Pupille. Da spaltförmige Diaphragmen ein bekanntes Korrektionsmittel für astigmatische Augen sind, so wollen wir, mit Rücksicht auf die WOLFSKEHLsche Hypothese, noch die Wirkung derselben am Walaugue untersuchen. Die Form der Pupille ist bei diesen Augen elliptisch geformt. Nehmen wir an, daß die spaltförmige Pupille durch eine andere vollkommen kreisförmige von gleicher area ersetzt werde, so müßte der Durchmesser ihres Linsenbildes gleich  $\sqrt{21,7 \cdot 15,3} = 18,22 \text{ mm}$  sein. Dann wäre  $d_1 = d_2$  und

$$D_1 = 1,59 \text{ mm}, \quad D_2 = 3,35 \text{ mm}.$$

Der Wert von  $D_1$  würde verkleinert, dagegen  $D_2$  noch mehr vergrößert sein. Die Halbaxen der Zerstreuungsellipse würden sein resp.  $0,80$  und  $1,67 \text{ mm}$ . Eine Gleichmäßigkeit der Umränderung der Bilder würde eintreten bei dem Durchmesser der Linsenbilder der Pupille  $d_1 = 23,2$  und  $d_2 = 11,1 \text{ mm}$ , wenn also die Pupille halb so hoch, wie lang ist. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß die Pupille beim lebenden Tier, wenn es zu Tage kommt, sich stärker von oben nach unten verengt.

Die Verhältnisse sind bei den anderen Finwalen ganz ähnlicher Art, wie aus folgender Zusammenstellung ersichtlich ist.

Tabelle 24.

Auge	$d_1$	$d_2$	beobachtet	
			$d_1$	$d_2$
Blauwal . . . . .	22,3	11,1	21,7	15,3
Finwal . . . . .	24,0	11,8	22,0	15,5
Seiwal . . . . .	22,6	12,5	21,1	15,4
Knöllwal . . . . .	18,9	10,1	18,9	10,1
Mittel:	22,2	11,4	21,5	14,1

Die Zerstreuungsellipsen werden demnach Kreise, wenn das Verhältnis der Längsaxe der Pupille zur Queraxe 2 : 1 wird. Es findet also zu gunsten der WOLFSKEHLschen Hypothese auch beim Walauge eine teilweise Korrektur statt. Da das Gesichtsfeld des Walauges über Wasser sich fast auf die horizontale Ebene oder das Niveau des Meeres beschränkt, so ist ihm die längsovale Pupille vorwiegendes Bedürfnis. Die Ungleichheit der Axen der bei nicht astigmatischer Hornhaut auftretenden Zerstreuungsellipsen würde nur durch einen hinzutretenden Hornhautastigmatismus aufgehoben werden können. Man darf also wohl mit demselben Rechte den WOLFSKEHLschen Satz umkehren und sagen: Bei den Walen dient die Hornhaut-Asymmetrie zur Korrektur der Wirkung der ovalen Pupille. Es muß hinzugefügt werden, daß an dem horizontalen Durchmesser des Bulbus durch äußerst starke und weiter als die anderen nach vorne befestigten Muskelsehnen bei weitem überwiegender Hebel zur Drehung angesetzt sind, als in der darauf senkrechten Richtung. Die Drehung wird vorwiegend eine horizontale sein, wie dies auch an den Augenbewegungen der Fische beobachtet wird, deren Gesichtsfeld wesentlich horizontal ist. Der Umstand, daß die Fische imstande sind, den Augapfel um 90° nach unten umzustülpen, dient wesentlich anderen Zwecken, nämlich

dem, den Mangel der Augenlider als glättender und schützender Apparate zu ersetzen.

§ 10. Vergleichung der relativen Lage der Kardinalpunkte der Augen. Eine Zusammenstellung der numerischen Werte der Örter der Kardinalpunkte aller bis jetzt untersuchten Augen ergibt, daß mit den verwandtschaftlichen und biologischen Verhältnissen auch konstante Verhältnisse der Örter gleicher Kardinalpunkte und brechenden Flächen zusammenzuhängen scheinen. Setzen wir an die Stelle der Haupt- und Knotenpunktpaare ihre mittleren Punkte  $H$  und  $K$ , den Ort des Kernzentrums  $M$  der Linse gleich der Einheit der Dimensionen und das Verhältnis der Tiefe  $S_3R$  des hinteren Raumes zu  $S_1S_2$  der Tiefe der vorderen Augenkammer, also  $S_3R:S_1S_2 = t_2:t_1$ , so erhält man die folgende nach  $t_2:t_1$  geordnete Tabelle:

Tabelle 25.

Auge	$S_1S_2$	$S_1H$	$S_1M$	$S_1K$	$S_1S_3$	$S_1R$	$t_2:t_1$
Mensch .....	0,69	0,37	1,00	1,37	1,38	4,48	4,3
Pferd .....	0,56	0,59	1,00	1,43	1,70	3,84	3,6
Maultier .....	0,52	0,54	1,00	1,19	1,49	3,20	3,3
Rind .....	0,51	0,63	1,00	1,30	1,69	3,40	3,3
Kaninchen .....	0,38	0,60	1,00	1,25	1,79	3,06	3,3
Schwein .....	0,49	0,51	1,00	1,14	1,55	3,10	3,2
Schaf .....	0,50	0,60	1,00	1,25	1,66	3,10	2,9
Elentier .....	0,50	0,57	1,00	1,16	1,52	2,90	2,8
Hund .....	0,55	0,55	1,00	1,03	1,48	2,58	2,1
Katze .....	0,50	0,50	1,00	1,03	1,50	2,46	1,9
Fuchs .....	0,50	0,52	1,00	1,02	1,50	2,31	1,6
Löwe .....	0,67	0,56	1,00	1,00	1,33	2,28	1,4
Huftiere .....	0,51	0,57	1,00	1,25	1,60	3,26	3,19
Raubtiere .....	0,55	0,52	1,00	1,02	1,46	2,42	1,80

Eine Vergleichung für die Augen der im Wasser lebenden Tiere ist bereits in Tabelle 21 erfolgt. Wir fügen an dieser Stelle hinzu die Tabelle für Vogelaugen.

Tabelle 26.

Auge	$S_1S_2$	$S_1H$	$S_1M$	$S_1K$	$S_1S_3$	$S_1R$	$t_2 : t_1$
Rabe .....	0,50	0,36	1,00	1,19	1,50	3,70	4,40
Seeadler.....	0,59	0,29	1,00	1,16	1,41	3,82	4,03
Turmfalke .....	0,45	0,32	1,00	1,16	1,56	3,61	4,62
Habicht .....	0,49	0,33	1,00	1,06	1,51	3,14	3,31
Mittel:	0,51	0,33	1,00	1,14	1,49	3,57	4,09

§ 11. Von der Gröfse der Retinabilder äufserer Objekte. Die Gröfse der Retinabilder bei der Accomodation in die Ferne ist bei konstanter Objektgröfse wesentlich abhängig von der Distanz der Retina vom II. Knotenpunkte des Auges, und zwar direkt proportional derselben. Im allgemeinen kommt dabei selbstverständlich die Gröfse des Auges überhaupt in Betracht, so dafs mit dem Orte der Retina  $S_1R$  oder der inneren Augenaxe auch die Gröfse der Bilder wächst. Man wird zu unterscheiden haben diese Verhältnisse an Tieren, welche in der Luft, und solchen, welche im Wasser leben.

Tabelle 27.

Auge	$K_2R$	$S_1R$	$S_1R : K_2R$	Beobachter
	mm	mm		
Mensch .....	15,50	22,82	1,47	V. HELMHOLTZ
» .....	16,10	23,30	1,45	MATTHIESSEN
Rind .....	20,01	34,0	1,70	»
» .....	21,58	35,29	1,64	MÖNNICH
Schaf .....	15,60	27,5	1,76	MATTHIESSEN
» .....	15,32	25,75	1,68	KLINGBERG
Pferd .....	28,46	44,75	1,57	MATTHIESSEN
» .....	25,32	43,5	1,72	BERLIN
» .....	26,25	43,3	1,65	KLINGBERG
Maultier....	26,38	43,25	1,64	MATTHIESSEN
Elch .....	20,33	34,8	1,71	»
Löwe .....	18,95	34,25	1,81	»
Hund .....	12,61	21,25	1,70	»
Fuchs .....	9,42	17,12	1,82	»
Katze .....	11,80	20,5	1,74	KLINGBERG
Schwein .....	13,63	22,5	1,65	MATTHIESSEN

Auge	$K_{\delta}R$	$S_1R$	$S_1R : K_{\delta}R$	Beobachter
	mm	mm		
Schwein.....	13,57	21,5	1,59	KLINGBERG
Kaninchen.....	9,19	15,0	1,63	MATTHIESSEN
Seeadler.....	18,74	27,1	1,45	»
Turmfalke.....	10,90	16,25	1,49	»
Rabe.....	12,43	18,5	1,49	»
Habicht.....	14,01	20,75	1,48	»
Karpfen.....	6,00	9,5	1,58	»
Dorsch.....	12,00	18,0	1,50	»
Roche.....	16,75	24,5	1,46	»
Wels.....	5,50	9,0	1,64	»
Delphin.....	14,84	20,5	1,39	»
Blauwal (unter Wasser)	39,78	53,0	1,33	»
» (über » )	32,92	53,0	1,61	»
Finwal (unter » )	36,24	49,0	1,35	»
» (über » )	30,17	49,0	1,62	»
Seiwal (unter » )	32,48	43,0	1,32	»
» (über » )	27,04	43,0	1,59	»
Knöllwal (unter » )	30,23	40,0	1,32	»
» (über » )	25,21	40,0	1,59	»

Nach dieser Übersicht sind die Bilder auf der Netzhaut des Blauwalauges am größten, und zwar linear 2,57mal so groß, quadratisch 6,6mal so groß als auf der menschlichen Netzhaut. Ebenso ist das Verhältnis der Bildgrößen zu den Dimensionen des Auges bei den Cetaceen am größten unter allen Tieren.



Untersuchungen über das Sehen-Lernen  
eines siebenjährigen blindgeborenen und mit  
Erfolg operierten Knaben.

Von

W. UHTHOFF in Marburg.





Die folgenden Mitteilungen enthalten Beobachtungsreihen über das Sehen-Lernen eines siebenjährigen Knaben, der mit angeborener doppelseitiger Katarakt und ringförmigen hinteren Synechien behaftet war und Ende vorigen Jahres von mir mit Erfolg operiert wurde.

Der Knabe Fr. K. aus E. war im übrigen zur Zeit gesund, soll aber früher viel kränklich gewesen sein. Ungefähr drei Wochen nach der Geburt bemerkten die Eltern zuerst, daß er »weiße Flecke« auf den Augen habe; vorher war dies nicht gesehen worden, weil das Kind eigentlich fortwährend die Augen geschlossen hielt und viel schlief. Im Alter von einhalb bis dreiviertel Jahren sollen sodann die Augen noch viel entzündet und rot gewesen sein. Später öffnete das Kind die Augen; es wurde bemerkt, daß dieselben fortwährend hin und her zitterten. Die Eltern haben nie konstatieren können, daß das Kind nach einem Gegenstande hinsehe oder danach greife; auch ist niemals bis jetzt konstatiert worden, daß der Knabe Farben erkannt hätte. Es wird dies ausdrücklich bei dem eingehenden Examen vom Vater versichert, er konnte lediglich hell und dunkel unterscheiden (die Lampe, das helle Fenster, den Sonnenschein u. s. w.). Der Vater war den ganzen Tag über auf Arbeit, die Mutter mußte oft ebenfalls arbeiten gehen, und so war der blinde Knabe sich viel allein überlassen. Er verhielt sich im ganzen sehr ruhig, eigentliches Spielzeug besaß er nicht, nur einmal erhielt er eine

kleine Trompete, auf der er blies, und die ihm viel Freude machte; er liebte ferner sehr mit Papier zu spielen und freute sich über das Geräusch, wenn er es zusammendrückte. Mit seinen Händen machte er oft schnelle Hin- und Herbewegungen vor seinen Augen und ergötzte sich offenbar an dem hellen Lichtschein, den er von denselben erhielt. Ferner machte er oft eigentümliche Hin- und Herbewegungen seines Körpers und seines Kopfes, indem er längere Zeit auf einem Platze verharrte, und die man vielleicht, ähnlich wie ALBERTOTTI das in seinem Falle thut, am passendsten mit »bärenartigen« Bewegungen bezeichnet. Auch später, nach den Operationen, hatten wir noch vielfach Gelegenheit, diese eigentümlichen Bewegungen zu beobachten; es ist mir nie gelungen, den Zweck derselben zu ergründen. Patient ist das älteste von drei Geschwistern; die beiden jüngeren sollen ganz gesunde Augen haben. Auch in hereditärer Hinsicht ist nichts zu ermitteln.

In geistiger Beziehung ist der Knabe hinter seinen normal sehenden Altersgenossen entschieden etwas zurück, jedoch ist er in keiner Weise idiotisch zu nennen; seine übrigen Sinne, mit Ausnahme des Sehens, zeigen keinen Defekt. Er ist in seiner geistigen Ausbildung bisher hochgradig vernachlässigt worden, wie das auch die vom Vater erhobene Anamnese ergab, und wie auch manche Thatfachen bei den nachherigen Sehprüfungen bewiesen. Er orientierte sich zu Hause in den bekannten Räumen nach dem Gefühl und fand sich leidlich zurecht, während er an fremden Orten sich nicht zurechtfinden konnte und lediglich nach dem Gefühl sich vorwärts bewegte. Sprechen lernte der Knabe später als andere Kinder.

#### *Status praesens.*

Es besteht beiderseits mäfsiger, aber deutlicher Mikrophthalmus. Die Iris zeigt Merkmale der Atrophie, ist jedoch an keiner Stelle durchscheinend oder auch nur stark verdünnt;

der horizontale Durchmesser der Cornea beträgt beiderseits ca. 8-9 mm. Die Pupillen sind stecknadelkopfgroß und ausgefüllt durch eine intensiv weiße, kroidige *Cataracta congenita*, welche ringförmig fest mit dem Sphincterrande der Iris verwachsen ist. Es ist bei dieser Sachlage zunächst gar nicht zu entscheiden, ob die Linse ganz getrübt ist, oder ob es sich nur um eine partielle kongenitale Trübung der Linse handelt, da das Pupillargebiet sehr klein und völlig gedeckt ist durch die intensiv weiße, ganz undurchsichtige kataraktöse Masse, welche so komplet mit dem Sphincterrande verwachsen, daß nirgends auch nur die kleinste Lücke zu erkennen gewesen wäre. Eine Pupillarreaktion auf Licht ist nicht nachweisbar, Atropin hat gar keinen Einfluß auf das Verhalten der Pupillen.

Es besteht hochgradiger Nystagmus, und zwar in der Weise, daß beide Bulbi fortwährend zuckende und umherirrende Bewegungen, zum Teil von großer Extensität, ausführen. Gewöhnlich erfolgen die Bewegungen in seitlicher Richtung, und zwar durchweg, soweit sich das bei der großen Unruhe der Augen mit Sicherheit feststellen läßt, im assoziierten Sinne; die Weite und die Schnelligkeit dieser Bewegungen sind sehr verschieden und bei allen Stellungen der Augen vorhanden. Der Nystagmus verhält sich ziemlich in derselben Weise, wenn man den Patienten auffordert, eine vorgehaltene Lampe anzusehen, als wenn man seine Aufmerksamkeit nicht erregt, so daß man bei ihm den Eindruck eines eigentlichen Fixierens auch bei heller vorgehaltener Lampe gar nicht bekommt; nur zuweilen scheint es, als ob er bei sehr dringlicher Aufforderung seine fortwährend umherirrenden Augen in die Richtung der Lichtquelle bringt, aber in der Regel auch nur für Augenblicke, indem bald die Hin- und Herbewegungen wieder in alter Weise Platz greifen. Unterbrochen wird dies seitliche Hin- und Herrollen der Augen zeitweise durch Bewegungen im Sinne eines Nystagmus rotatorius, wobei

dann die seitlichen Bewegungen vorübergehend sistieren können.

Es besteht ferner eine ausgesprochene konvergente Schielstellung der Augen, welche alterniert und an Intensität sehr wechselt; häufig kann man auch ausgesprochene Höhenablenkungen beobachten. Patient hat sehr die Neigung, die Augen bei der Besichtigung in extreme Endstellungen zu rollen, so namentlich nach oben und nach links, und dabei die Lider fast zu schließen, indem er den Kopf hintenüberneigt. Willkürliche Augenbewegungen nach Aufforderung in einer bestimmten Richtung führt er eigentlich gar nicht aus, höchstens macht er gelegentlich Versuche, den Augen eine bestimmte Richtung zu geben, wenn man die Richtung durch Geräusche besonders intensiv markiert, aber in der Regel bleiben auch hier ausgesprochene willkürliche, zweckmäßige Bewegungen der lebhaft hin- und herzuckenden Augen aus. Es ist zu Zeiten kaum möglich, mit Sicherheit zu konstatieren, daß Patient seine Augen in die Richtung eines hellen Lichtes vor ihm dirigiert; immerhin gewinnt man doch bei längerer Untersuchung zuletzt die Überzeugung, daß er eine Lichtempfindung haben muß. Sicher herauszubringen, ob er den Lichtschein einer Lampe auch im Gesichtsfeld richtig projizieren kann, ist bei den ganz unzureichenden Angaben des Knaben nicht möglich. Farben, auch in größeren Flächen, sowie auch sonst irgend etwas Gegenständliches scheinen selbst aus größter Nähe nicht gesehen zu werden, wenigstens werden absolut keine Angaben darüber gemacht, sogar bei eindringlichstem Befragen. Ich glaube somit, daß hier ein so hoher Grad von angeborener Sehstörung vorliegt, wie kaum in einem anderen der bisher beschriebenen Fälle von kongenitaler Kataraktbildung, die später zur Operation kamen, vielleicht den WADROPSchen Fall (*Philos. Transact. for 1826. Part. III. p. 529*) abgerechnet, wo bei der 46 jährigen Patientin das rechte Auge ganz phthisisch war, das linke ebenfalls eine

Cataracta secundaria und Pupillarverschluss zeigte, so daß auch diese Patientin keine Gegenstände und keine Farben vor der Operation wahrnehmen konnte, sondern nur hell und dunkel unterschied.

Bei dieser Sachlage der Dinge hielt ich zuerst das operative Eingreifen für etwas zweifelhaft in seinem Erfolge und sprach mich auch dem begleitenden Vater gegenüber in diesem Sinne aus. Es erfolgte die Aufnahme des Kranken am 6. Dezember 1890. Nachdem Patient noch einige Tage beobachtet worden, wobei sich jedoch nichts wesentlich Neues ermitteln liefs, wurde zuerst am 9. Dezember 1890 auf dem rechten Auge nach oben eine Iridektomie ausgeführt und am 16. Dezember ebenso auf dem linken; die Heilung erfolgte unter Druckverband beide Male ganz glatt und reaktionslos. Rechts bekommt man nach dieser ersten Iridektomie beim Augenspiegeln noch keinen roten Reflex an der Stelle des Koloboms, links dagegen kann man deutlich durch den obersten Teil der Pupille einen leicht rötlichen Reflex aus dem Augenhintergrunde erhalten. Sehprüfungen werden in der Heilperiode dieser beiden ersten Eingriffe noch nicht viel angestellt; er verhält sich im wesentlichen noch wie vor den Operationen, nur scheint doch die Lichtwahrnehmung etwas besser geworden zu sein, er bemerkt jetzt ein kleines Nachtlcht, welches im sonst dunklen Zimmer in ca. 4 m Entfernung brennt; früher hatte er es nicht gesehen. Ebenso verrät er am Weihnachtsabend deutlich ein staunendes Interesse an dem brennenden Christbaume, indem er lange still vor demselben steht und seine fortwährend hin- und herrollenden Augen auf den Lichterglanz richtet, was ihm jedoch nur für kurze Zeit gelingt, indem die Augen immer bald in eine Stellung nach abwärts unter fortwährendem Nystagmus treten. Genauere Angaben über irgend welches Sehen sind um diese Zeit noch nicht von ihm zu erhalten. In den letzten Tagen des Dezember läfst sich konstatieren, daß er Handbewegungen sicher wahrnimmt,

ebenso Fingerbewegungen; auch macht er sich oft das Vergnügen, seine eigenen Handbewegungen zu verfolgen.

Am 5. Januar 1891 links Iridektomie nach unten, wodurch hier peripher nach unten eine freie Lücke entsteht, durch welche man klaren roten Reflex aus dem Augenhintergrunde bekommt und ganz undeutlich später auch die Papille sehen kann. Jetzt erst übersieht man die Form und die Lokalisation der kataraktösen Trübung in der linken Linse genauer. Die Linse ist stark verkleinert, ihre peripheren Teile sind noch durchscheinend; in ihren ganzen Kernpartien jedoch, bis an die vordere Oberfläche heran, dieselbe noch in den zentralen vordern Polpartien einnehmend, liegt die gesättigt weisse, zum Teil mit einem leichten Stich ins Gelbliche versehene, kataraktöse Trübung der Linse, welche völlig opak und undurchsichtig ist und bei den früheren ringförmigen hinteren Synechien das Pupillargebiet völlig gedeckt hatte.

Bald darauf wurde auch rechts die Iridektomie nach unten ausgeführt und hier nun gleichzeitig versucht, mit einer Kapsel-Pincette die Katarakt zu entfernen. Es gelang dies hier vollkommen, so daß eine ca. 2 mm im Durchmesser haltende, vollkommen freie, durchsichtige Lücke im Zentrum der reduzierten Linsensubstanz entstand. Die Kataraktbildung war auf dem rechten Auge offenbar ganz analog aufzufassen, wie auf dem linken.

Von dieser Zeit an (Ende Januar), als beide Augen auch nach diesen letzten Eingriffen völlig reizlos geworden sind, datieren die fortlaufenden, regelmässig angestellten Beobachtungsreihen über das Sehen und Sehenlernen bei dem Patienten, die sich auf die nächsten drei bis vier Monate erstrecken, während welcher Zeit Patient noch unter stetiger Beobachtung und Kontrolle in der Klinik verbleiben konnte. Auch während der Heilung nach den verschiedenen operativen Eingriffen wurde er genau überwacht, jedoch wurden absichtlich, um den Heilverlauf nicht zu stören, sehr eingehende Prüfungen unter-

lassen. Es ist meine Überzeugung, daß in dieser ersten Zeit in Bezug auf die Entwicklung des Sehens nichts Wesentliches unbeachtet geblieben ist, zumal Patient sich anfangs gegen seinen allmählich sich erschließenden neuen Sinn sehr apathisch verhielt und aus eigener Initiative in Bezug auf das Sehenlernen eigentlich gar nichts unternahm.

Da es nicht thunlich erscheint, die umfangreichen, durch Monate fortgeführten Protokolle über den Patienten hier in extenso wiederzugeben, so will ich dieselben nur auszugsweise mitteilen, und zwar der besseren Übersicht wegen nach bestimmten Gesichtspunkten geordnet.

#### I. Daten über das Erkennen von Objekten, Personen, Tieren u. s. w.

Es läßt sich zunächst konstatieren, daß Patient keinen einzigen Gegenstand durch das Gesicht allein erkennt, den er vorher nicht schon durch den Tastsinn oder einen anderen Sinn gleichzeitig mit der Betrachtung desselben kennen gelernt hatte. Er mußte, indem er sich gewöhnlich durch Betasten, zuweilen durch das Gehör, zuweilen durch den Geruch und den Geschmack über das betreffende Objekt orientierte und den so gewonnenen Eindruck mit dem durch seine Augen empfangenen verglich, die Kenntnis von jedem einzelnen Objekt erst sammeln. Derartige Untersuchungen wurden mit den verschiedenartigsten Gegenständen, Tieren u. s. w. vorgenommen (Hut, Messer, Tuch, Schale, Gabel, Kartoffel, Streichholz, Streichholzschachtel, Stecknadel, Ei, Zwiebel, Stuhl, Katze, Kaninchen, Hund u. v. a.). Es kam kaum vor, daß er nach einem einmaligen Sehen des Gegenstandes und gleichzeitigem Betasten denselben beim zweitenmal schon gleich durch das Gesicht allein richtig wiedererkannte, wenn eine längere Pause zwischen der ersten und zweiten Besichtigung lag. In der Regel behielt Patient die Gegenstände richtig und erkannte sie auch durch das Gesicht

allein wieder, wenn er drei- bis sechsmal Gelegenheit gehabt hatte, das Objekt zu sehen und sich gleichzeitig durch einen seiner anderen Sinne über dasselbe zu orientieren, oder, wenn ihm gesagt worden war, was der gesehene Gegenstand vorstelle. Oft aber mußte auch noch eine viel häufigere Belehrung vorgenommen werden, bevor Patient den Gegenstand sicher seinem optischen Gedächtnisse einverleibt hatte und ihn richtig wiedererkannte. Nicht selten wurde auch ein Gegenstand, den er schon zu wiederholten Malen ganz richtig erkannt hatte, wieder vergessen, namentlich, wenn ein längerer Zeitraum seit der letzten Prüfung vergangen war und Patient inzwischen den Gegenstand nicht gesehen hatte.

Dafür, daß Patient einen Gegenstand, den er zum ersten Male sah, nicht kannte, auch wenn er ihm sonst aus der Erfahrung seiner anderen Sinne schon bekannt sein mußte, konnten auch bis in die letzte Beobachtungszeit, nachdem Patient schon monatelang seinen Gesichtssinn übte, immer von neuem Belege beigebracht werden. Man konnte ihm einen beliebigen Gegenstand (Zwirnrolle, Kleiderbürste u. a.), den er vorher noch nicht gesehen hatte, zeigen und durfte sicher sein, daß er denselben nach dem Gesichtseindruck nicht erkannte, wohl aber lernte er gewöhnlich dann relativ schnell auch durch den Gesichtssinn allein den Gegenstand erkennen. Einige Male wurde man bei den Untersuchungen überrascht durch den Umstand, daß er ein Objekt sofort durch das Gesicht erkannte, welches ihm bis dahin nicht gezeigt worden war, so z. B. am 2. Februar 1891 einen Apfel. Die Nachforschung ergab jedoch in den betreffenden Fällen, daß er auf der Krankenstation schon die Bekanntheit der Gegenstände durch Vermittelung eines seiner Mitkranken gemacht hatte, trotzdem diesen streng untersagt war, dem Knaben etwas zu zeigen und ihn zu belehren.

Man konnte ferner oft bemerken, wie leicht die durch den Gesichtssinn erworbene Kenntnis gewisser Objekte wieder



verloren gehen konnte, wenn nur die Demonstrationsbedingungen sich änderten. So wurde der Knabe schon im Anfang der Übungszeit mit einer schwedischen Streichholzschachtel bekannt gemacht, und zwar so, daß ihm die mit der Aufschrift versehene Vorderseite der Schachtel gezeigt wurde; er erkannte nach mehrmaliger Demonstration die Schachtel stets sicher wieder, sobald sie ihm in derselben Weise gezeigt wurde. Erst nach Wochen, Ende Februar, wurde ihm die Schachtel zum ersten Male mit der dunkelblauen, nicht beklebten Rückfläche hingehalten, er erkannte sie nicht, ebenso nicht, wenn sie ihm von der Seitenfläche präsentiert wurde. Er hatte diese Schachtel inzwischen sehr häufig gesehen und stets erkannt, jedoch nur von der Vorderseite; auch war dafür gesorgt, daß er selbst inzwischen nicht Gelegenheit fand, auf eigene Hand die Schachtel zu untersuchen. Nachdem aber Patient nur ein einziges Mal Gelegenheit gehabt hatte, sich durch das Tastgefühl über die Streichholzschachtel in ihrer neuen Lage zu orientieren, erkannte er sie stets richtig wieder. — Eine analoge Beobachtung konnte man mit einem schwedischen roten Streichholz mit gelbem Kopf machen, er erkannte es sicher stets wieder; als man ihm nach längerer Zeit ein weißes schwedisches Zündholz mit schwarzem Kopf zeigte, wußte er nicht, was das sei, behielt es aber sofort, nachdem man ihn einmal darüber belehrt hatte.

Hielt man ferner ihm sehr wohl schon aus der Erfahrung bekannte Gegenstände (z. B. Ei, Kartoffel, Stückzucker), die er nach dem Gesichtssinn allein sicher erkannte und oft gesehen hatte, in die farbigen Strahlen eines Sonnenspektrums, so kannte er die Objekte nicht; wurden sie dann aber vor seinen Augen aus der farbigen Beleuchtung entfernt, so daß sie nicht farbig beleuchtet waren, so erkannte er sie sofort wieder richtig; nach ein- bis zweimaligen ferneren Versuchen beurteilte er dann auch die Objekte in dem farbigen Licht des Spektrums richtig.

Einen weißen Bogen Papier erkannte er richtig als solchen; drückte man ihn jedoch, ohne daß er es merkte, zu einem Klumpen zusammen, so erkannte er ihn nicht mehr.

Auch eine anderweitige Abänderung der Demonstrationsbedingungen bei Objekten, die ihm sonst schon durch den Gesichtssinn sehr wohl bekannt waren, macht zuweilen beim ersten Male das Erkennen unmöglich oder erschwert es wenigstens wesentlich. Wenn ich ihm z. B. ein Stück weißen Zuckers in der Hand vorhielt oder auf den Tisch vor ihn hinlegte, so wurde es prompt erkannt; band ich es dann an einen dünnen schwarzen Faden und liefs es nun an diesem vor seinen Augen herunterhängen, so erkannte er es zuerst nicht, wohl aber nach einmaliger Orientierung und dann auch für die späteren Male richtig. Gewöhnlich verursachte ein derartiges Schwebenlassen der Objekte in der Luft, wenn sie ihm vorher nur auf einer Unterlage ruhend oder mit der Hand gezeigt worden waren, nur eine Verlangsamung des Erkennens beim ersten Male, dasselbe wurde aber durchweg nicht ganz unmöglich.

Auch analoge Gegenstände, die sich ihm unter anderer Farbe und Form präsentierten, wurden oft nicht richtig gedeutet. So erkannte er z. B. einen Rohr- oder Holzstuhl längst nach dem Gesicht; als ich ihn nach Wochen, 5. April 1891, in eine ganz neue Umgebung brachte und ihm zum ersten Male einen dunkelbraunen, mit Leder überzogenen Stuhl zeigte, wußte er nicht, was das sei; sofort aber, nachdem er den Lederstuhl befühlte, war er orientiert und erkannte denselben auch später wieder.

Eine blanke, glänzende Stecknadel erkennt er fast jedesmal sofort richtig wieder, sie ist ihm im Laufe der Beobachtung oft gezeigt. Es wird ihm vier Wochen nach Beginn der Seprüfungen zum ersten Male eine schwarze Nadel mit etwas größerem schwarzen Kopf vorgehalten, er erkennt sie nicht, sondern nennt sie eine »Kugel« (wohl nach dem Kopfe der

Nadel). Aber schon am folgenden Tage erkennt er auch die schwarze Stecknadel richtig wieder.

Kartoffeln, auch in ganz verschiedener Gröfse, erkennt er stets sicher wieder, sowohl wenn sie ihm einzeln gezeigt werden, als auch, wenn sie zu mehreren, durch einen Zwischenraum getrennt, vor ihm auf den Tisch gelegt werden. Werden jedoch zum ersten Male zwei oder drei Kartoffeln, sich unmittelbar berührend, vor ihm in einer Reihe auf den Tisch gelegt, so ist dem Patienten dadurch offenbar das Erkennen wesentlich erschwert für die ersten Male, er giebt erst nach längerem Zögern richtig an, später macht es keinen wesentlichen Unterschied.

Ein menschliches Gesicht mit seinen einzelnen Teilen (Nase, Augen, Ohren, Haare, Mund u. s. w.) erkennt er nach einiger Zeit und vermag auch die einzelnen Teile zu zeigen. Es scheint auch, als ob er einzelne Gesichter, die er oft gesehen, wiedererkennt. So gab er stets richtig an, wenn ich ihm z. B. mein Gesicht zeigte, auch ohne dafs er wissen konnte, ob ich anwesend war, er zeigt auch richtig die einzelnen Teile meines Gesichtes. Am 22. April 1891 (also ca. zwei Monate nach Beginn der Sehprüfungen) wurde ihm zum ersten Male mein Gesicht gezeigt, während ich mich in horizontaler Seitenlage befand; er behauptete auch jetzt auf die Frage eines Dritten richtig, dafs es mein Gesicht sei. Auf Aufforderung hin, jetzt die einzelnen Teile meines Gesichtes zu berühren, berührt er zuerst richtig das Haar; auch die Nase findet er noch richtig nach genauem Zusehen, dann aber wird er ganz unsicher und bringt es trotz dringlicher Aufforderung nicht fertig, die einzelnen übrigen Teile des Gesichtes richtig zu berühren. Im ganzen habe ich den Eindruck, dafs Patient Gesichter von ihm bekannten Personen, die er oft sich angesehen hat, auch wieder richtig erkennt, während er nicht im stande ist, Gesichter von ihm weniger bekannten Personen, die er vielleicht nur einige Male sich genau angesehen hat, sicher richtig zu unterscheiden.

Am 28. März 1891 (also ca. zwei Monate nach Beginn der Sehprüfungen) werden ihm zuerst Blumen gezeigt; er erkennt nur die Farben, weiß aber nicht, was sie sonst bedeuten. Vom nächsten Tage ab jedoch erkennt er sie richtig wieder, nachdem er am Tage vorher belehrt worden ist.

Als ihm am 29. April zum ersten Male eine helle Rauchwolke einer Cigarette an den Augen vorbeigeblasen wurde, jedoch ohne daß er direkt davon getroffen ward, sagte er, es sei »Licht« und fügte hinzu, »es brennt nicht«. Er scheint den Begriff des Rauches nach dem Gesicht noch nicht zu kennen, nachdem man ihn nur einmal angeblasen und ihn belehrt, ist er für die Zukunft völlig orientiert.

Ebenfalls gegen Ende April (also ca. zwei Monate nach Beginn der Sehprüfungen) wird ihm ein horizontal ausgestreckter Fuß, der auf einem Stuhl ruht, gezeigt, er erkennt denselben nicht, auch wenn er auf Aufforderung hin sodann den Verlauf des Beines mit den Augen verfolgte, es bedurfte erst der Betastung des Beines in seiner ganzen Länge bis zum Körper und einer langen Orientierung des Patienten, bis er den gesehenen Fuß richtig beurteilte. (Er verhielt sich also ähnlich, wie der erste RAEHLMANNsche Patient, bei dem gleichen Versuch.)

Die Verwechselungen, welche Patient, namentlich in der ersten Periode seiner Sehstudien, beim Erkennen von Gegenständen macht, sind natürlich sehr mannigfach und zum Teil sehr sonderbar; man kann dabei die Beobachtung machen, daß er für die Deutung eines neuen, bisher nicht gesehenen Objektes seine schon gemachten Erfahrungen mit heranzieht, namentlich solche, die er kurz zuvor erworben hat. So nennt er eine Lampe mit weißer Kuppel eine »Schale«, eine Flasche ein »Glas«, ein Ei einen »Gummiball«, ein in hockender Stellung sitzendes Kaninchen mit angelegten Ohren einen »Kasten«, als er es berührt eine »Katze«, die letztere kannte er schon, und einen größeren Kasten hatte er kurz zuvor

kennen gelernt. Später unterschied er Katze, Kaninchen und einen kleinen Hund voneinander. Derartige Beispiele ließen sich noch in größerer Anzahl anführen, ich unterlasse jedoch die weiteren Mitteilungen, da dieselben nur zeigen, was ja ganz natürlich, daß Patient seine schon auf dem Gebiete des Sehens gemachten Erfahrungen für die Erkennung von neuen Objekten zu verwerten sucht. Hatte er nicht derartige frühere, ähnliche Erfahrungen schon zur Hand, was zuerst gewöhnlich der Fall war, so schwieg er ganz beharrlich und nannte keinen Namen.

Am 21. April 1891 (sieben Wochen nach Beginn der Sehprüfungen) wurden zum erstenmal Untersuchungen über die Schnelligkeit des Erkennens von seiten des Patienten bei ihm schon bekannten Objekten angestellt. Es wurde z. B. eine vor ihm liegende Kartoffel, ein Stück Zucker, ein gelbes kleines Taschentintenfafs u. a. mit einem Schirm verdeckt gehalten, und nun wurde derselbe, während Patient in der Richtung des Objektes sah, vorübergehend entfernt; erst beim Freibleiben des Objektes, ca. zwei Sekunden lang, erkannte er richtig; bei ihm weniger bekannten Objekten waren oft auch drei Sekunden nötig, bei ihm sehr geläufigen Objekten etwas weniger. Gelegentlich wurde, wenn man den Schirm sehr schnell wieder vorlegte, nur die Farbe des Objektes angegeben, so z. B. bei dem kleinen gelben Taschentintenfafs, auf die Frage: was war das? »gelb«, und liefs man es ca. zwei Sekunden unbedeckt »Tintenfafs«.

Um das Sehenlernen unseres siebenjährigen Knaben mit dem eines normal entwickelten Kindes von  $1\frac{1}{2}$  Jahren zu vergleichen, wurden von Mitte April 1891 ab folgende Versuchsreihen angestellt. Es wurden vier etwas ungewöhnliche Gegenstände ausgewählt, welche weder der Patient noch das  $1\frac{1}{2}$  jährige Kind bis dahin gesehen hatten und infolge dessen nicht kannten (ein Perkussionshammer »Hammer«, ein Stethoskop »Röhre«, ein kleines gelbes Taschentintenfafs »Tinten-

fafs« und ein Gehörn vom Rehbock »Horn vom Bock«.) Am 15. April werden beiden diese neuen Objekte gezeigt, es wird natürlich von beiden nichts erkannt. Es werden nun von den vorgehaltenen Gegenständen die Namen wiederholt genannt und ihnen der Gegenstand dabei jedesmal einzeln gezeigt, in zweiter Linie aber wird ihnen auch zu wiederholten Malen gleichzeitig klar gemacht, wozu die Dinge dienen, und was man mit ihnen macht. Das Tintenfaß wird vor ihren Augen geöffnet und wieder geschlossen, das Stethoskop (»Röhre«) wird ans Ohr gelegt und ihnen selbst ans Ohr gehalten, mit dem Hammer wird vor ihren Augen auf den Tisch geklopft und läßt man sie auch selbst damit klopfen, und mit dem Rehgehörn macht man eine stoßende Bewegung auf sie los, so daß das Gehörn sie berührt, und sagt, daß es stößt. Bei allen diesen Manipulationen wird wiederholt der Name des betreffenden Gegenstandes genannt.

Der 7jährige blindgeborene Knabe	Das 11/2jährige normale Kind	
<p>Er erkennt nach dem Gesicht das Tintenfaß richtig wieder.</p> <p>Den Hammer nennt er »Löffel«, nennt ihn aber gleich darauf nach Gefühl richtig.</p> <p>Das Stethoskop (»Röhre«) erkennt er weder nach dem Gesicht, noch nach dem Gefühl, er weiß auch nicht, was man damit macht.</p> <p>Das Gehörn erkennt er auch nicht wieder, auch nach dem Gefühl nicht, weiß auch nicht, daß es stößt.</p>	<p>Es kann keinen der vier Gegenstände benennen, hat aber behalten, daß man mit dem Hammer klopft, das Tintenfaß öffnet.</p> <p>Die Anwendung von Hörrohr und Rehgehörn muß ihm noch einmal demonstriert werden, es hat dieselbe vergessen.</p>	Am 16. April 1891 (folgender Tag)
Es werden die Gegenstände wiederholt den beiden genannt und ebenso ihr Zweck einige Male ihnen vor Augen demonstriert.		
<p>Das Tintenfaß und den Hammer benennt richtig, weiß auch, was man damit macht, das Rehgehörn und das Hörrohr kann er nicht benennen, auch nach dem Gefühl nicht, weiß aber auch hier, was man damit macht.</p>	<p>Es weiß von allen Gegenständen, was man damit vornimmt, und thut es selbst, es kann aber noch keinen Gegenstand richtig benennen.</p>	18. April 1891.

Wiederum wiederholte Belehrung beider.

Der 7jährige blindgeborene Knabe	Das 1 1/2 jährige normale Kind	
Erkennt »Röhre«, »Tintenfaß«, »Hammer« durch das Gesicht allein richtig, nur das »Gehörn vom Bock« kann er nicht benennen, weiß aber auch, ohne es anzufassen, was man damit macht (stößt). Auch von den ersten drei Objekten weiß er, wozu sie dienen.	Weiß von allen vier Objekten die Bedeutung richtig, kann aber nur den Hammer (»Hamma«) benennen.	19. April 1891.
Wiederum abermalige Belehrung.		
Erkennt drei Gegenstände (wie oben) prompt, benennt sie richtig und weiß ihre Bedeutung, das Rehgehörn aber kann er auch heute noch nicht benennen, weiß aber seine Bedeutung.	Benennt richtig Hammer, Tintenfaß und das Gehörn vom Bock als »Tintenbock.« Das Rohr kann es noch nicht nennen, weiß aber, was man damit macht und kennt ebenso die Bedeutung der übrigen Objekte.	20. April 1891.
Erkennt alle vier Objekte prompt, ebenso ihre Bedeutung weiß er anzugeben, ohne sie zu berühren.	Weiß die Bedeutung von allen vier Gegenständen, das Tintenfaß benennt es richtig, zum Gehörn sagt es »Tintenbock«, den Hammer weiß es heute wieder nicht zu nennen, man muß ihm »Ha«, »Ha« vorsagen, dann sagt es richtig Hammer. Das »Rohr« kann es nicht nennen, kennt aber seine Bedeutung.	21. April 1891.

Es bedarf noch einer viermaligen weiteren Übung des Kindes, bis es den Gegenständen, deren Bedeutung es richtig behält, auch die richtigen Namen beilegen kann. Am 26. April 1891 benennt auch das Kind alle vier Gegenstände auf seine Art richtig (»Tintenfaß«, »Hama«, »Bock« und »Ohr« statt Rohr).

Wir sehen also aus dieser Versuchsreihe, daß das 1 1/2 jährige Kind ungefähr ebensoschnell wie der siebenjährige blindgeborene Knabe die Bedeutung der Gegenstände begriff und im Gedächtnis behielt, wozu die Objekte verwendet worden waren. Dagegen lernte der Knabe die Namen der

Objekte erheblich schneller und eigentlich gleichzeitig mit der Bedeutung der gesehenen Objekte. Das 1½ jährige Kind dagegen hatte erhebliche Schwierigkeiten und brauchte längere Zeit als der Knabe, um den gesehenen und nach ihrer Bedeutung richtig erkannten Objekten auch den richtigen Namen beizulegen.

Im Anschluß hieran wurde noch eine neue Versuchsreihe angelegt in der Weise, daß wiederum vier Gegenstände ausgewählt wurden, welche die beiden Untersuchten noch nicht kannten und bisher noch nicht gesehen hatten; jedoch wurden diesmal die Parallelversuche in der Weise angestellt, daß sie den Untersuchten nur gezeigt und benannt wurden, ihnen aber nicht die Bedeutung der Objekte klar gemacht wurde und sie sie ebenso nicht befühlen durften. Es wurden diesmal gewählt ein kleiner Uherschlüssel, eine Muschel, ein Glaswürfel, ein Rasierpinsel, beide kannten natürlich keines der Objekte.

Am 30. April 1891 werden beiden zuerst die Gegenstände zu wiederholten Malen gezeigt und benannt.

Der 7jährige blindgeborene Knabe	Das 1½jährige Kind	
Er erkennt nur den Uherschlüssel wieder, die anderen drei Objekte nicht. Jedoch nach einmaligem Benennen und Zeigen erkennt er gleich darauf alle wieder.	Kann keinen der vier Gegenstände nennen.	1. Mai 1891.
Es werden beide wieder belehrt.		
Erkennt heute alles richtig, nur sagt er »Pinsel« statt »Rasierpinsel«.	Kann noch keines der Objekte benennen.	2. Mai.
Erkennt alle vier Gegenstände richtig.	Kann die vier Objekte noch nicht benennen, spricht jedoch die einzelnen Worte richtig aus, wenn man ihm zu Hülfe kommt und »Wü«, »Mu«, »Ra« und »Uhr« vorspricht.	3. Mai 1891.



Der 7jährige blindgeborene Knabe	Das 1 $\frac{1}{2}$ jährige Kind
Wird jetzt drei Tage nicht geübt.	Wird in den drei Tagen täglich geübt, es erkennt zuerst die Muschel wieder, dann Muschel und Schlüssel und beim dritten Mal Muschel, Schlüssel (statt Uherschlüssel) und Würfel, die zuerst nicht benannten Objekte wurden ebenfalls sofort richtig benannt, sobald man dem Kinde die Anfangsbuchstaben vorsprach.
Kennt heute nur den Würfel und den Uherschlüssel wieder, die Muschel zuerst nicht, wohl aber nach einiger Zeit, als ihm der Würfel und Uherschlüssel zuvor gezeigt sind, wodurch wohl die Erinnerung an die Muschel wieder wachgerufen wird. Den Rasierpinsel aber erkennt er heute gar nicht.	Erkennt heute die Muschel, den Würfel, den Uherschlüssel und den Pinsel nicht, sofort aber auch diese beim Vorsagen auch nur des ersten Buchstabens.

7. Mai 1891.

Beide werden nun fernerhin noch regelmäfsig geprüft, der Knabe ist bald sicher in der Benennung, während das 1 $\frac{1}{2}$  jährige Kind noch länger der täglichen Unterweisung bedarf, und trotzdem noch immer einzelne der Objekte nicht richtig benennt, auch zuweilen die Namen von neuem wechselt.

Es geht aus dieser Versuchsreihe hervor, dafs der siebenjährige, blindgeborene Knabe die Namen der vier neuen Gegenstände lediglich nach dem Gesicht ebenso schnell lernt, wie in der ersten Versuchsreihe, wo ihm gleichzeitig gestattet wurde, die Gegenstände zu betasten und die Bedeutung derselben klar gemacht worden war. Aber es schien, als ob die zuletzt erworbenen optischen Erinnerungsbilder nicht so fest hafteten, wie die bei dem ersten Verfahren erlangten. Nachdem drei Tage ausgesetzt worden war, als er die Gegenstände schon zweimal richtig angegeben, erkannte er zwei zunächst

nicht wieder. Es ist das in der ersten Versuchsreihe nicht beobachtet worden; nachdem er einmal die vier Objekte durch das Tastgefühl und ihrer Bedeutung nach mit dem richtigen Namen zu belegen gelernt hatte, vergafs er es auch nicht wieder.

Sehr auffällig war die Schnelligkeit des Erkennens von Objekten bei dem  $1\frac{1}{2}$  jährigen Kinde in der zweiten Versuchsanordnung vermindert, wenn man dem Kinde nicht die Bedeutung der Dinge klar machte und dieselben nicht anfassen liefs, sondern es zwang, lediglich nach dem Gesichtseindruck die Dinge zu benennen. Länger fortgesetzte Versuche führten hier nur langsam zum Ziel, es wurden immer wieder einige von den Gegenständen nicht erkannt und die Namen verwechselt; auch nahm das Kind offenbar gar nicht das lebhaftes Interesse an den Objekten, wie in der ersten Versuchsreihe, wo es die Gegenstände in die Hände bekam und ihm gezeigt wurde, welche Bedeutung dieselben hatten und was man damit machen könne. Ja, noch lange Zeit nachher, während ihm die Objekte täglich wieder gezeigt und benannt wurden, machte es noch fortwährend Verwechselungen. Bei dem  $1\frac{1}{2}$  jährigen Kinde wurde die richtige Benennung der Objekte in der zweiten Versuchsreihe ganz ausserordentlich erschwert und die Erlernung verlangsamt dadurch, dafs man ihm nur Gelegenheit gab, durch einen einzigen Sinn, den Gesichtssinn, das Objekt kennen zu lernen.

## II. Sehen des eigenen Bildes im Spiegel.

Die bei den Versuchen, den Knaben sein eigenes Bild im Spiegel sehen zu lassen, gewonnenen Resultate erscheinen mir bemerkenswert.

Gegen Mitte Februar, nachdem also Patient schon einige Zeit im Erkennen von Gegenständen sich geübt hatte und thatsächlich eine grofse Anzahl von ihm vorgehaltenen Objekten

schon richtig erkannte, wurde ihm zum ersten Male ein kleiner Handspiegel vorgehalten. Er sah hinein; gefragt, was er sehe, antwortete er anfangs nicht, bewegte dabei seinen Kopf in seitlicher Richtung hin und her, wobei er dann offenbar die Bewegung seines gespiegelten Gesichtes bemerkte, und jetzt sagt er, »es ist eine Katze«; aufgefordert, die Katze zu greifen, greift er tappend mit der Hand auf dem Spiegelglas herum. Es muß hier bemerkt werden, daß die Katze das lebende Tier war, welches er hauptsächlich bisher beobachten konnte, und oft genug hatte er hierbei auch Gelegenheit, die Bewegungen des Tieres zu sehen. Der Begriff des Spiegels fehlte dem Patienten offenbar noch völlig. Er wurde nun zunächst belehrt, daß er einen Spiegel vor sich habe, und später sagte er auch fast immer sofort richtig »ein Spiegel«, sobald man ihm einen solchen zeigte, wobei er offenbar in erster Linie von dem hellen Reflex geleitet wurde. Denn im Laufe der späteren Untersuchungen konnte man ihn wiederholt des Irrtums überführen, daß er eine hell reflektierende, z. B. weiße Fläche ebenfalls für einen Spiegel hielt. In den ersten Tagen dieser Spiegelversuche blieb er dann dabei, daß das, was er im Spiegel sehe, eine Katze sei. Er wurde darauf belehrt, daß er sein eigenes Gesicht im Spiegel sehe, und schließlich antwortete er einige Male richtig auf die Frage, was im Spiegel sei, »ich selbst«, jedoch machten die unsicheren zögernden Angaben des Knaben nicht den Eindruck, als ob er sich eine richtige Vorstellung gebildet habe.

Die Versuche mit dem Spiegel werden jetzt für längere Zeit ganz ausgesetzt und erst am 5. April 1891 (also nach einer Pause von ca. sechs Wochen) von mir in einer für den Knaben ganz neuen Umgebung wieder aufgenommen. Es wird ihm zunächst ein relativ kleiner Handspiegel vorgehalten; er sagt richtig, »es ist ein Spiegel«, giebt jedoch auf die Frage, was darin zu sehen, durchaus keine Antwort. Er hat offenbar die frühere Belehrung, daß er sein eigenes Gesicht im Spiegel

sehe, vergessen. Sodann wird ihm der kleine Spiegel so in die Hand gegeben, daß ihm die schwarze Rückfläche zugekehrt ist, er aber mit der Hand das Glas des Spiegels berührt, er sagt richtig »es ist ein Spiegel«. Dann aufgefordert, hineinzusehen, thut er es, sieht jedoch immer auf die Rückfläche des Spiegels und kommt auch nach längerer Zeit nicht von selbst darauf, den Spiegel umzudrehen und von vorn hineinzusehen. Es werden jetzt die Versuche mit dem kleinen Handspiegel abgebrochen, ohne daß man ihn von neuem über seine Irrtümer belehrt und nach ca. 2 $\frac{1}{2}$  Wochen, am 22. April 1891, wird er zum ersten Male vor einen großen Spiegel in der geöffneten Thür eines Wandschranks gestellt, so daß er jetzt zum ersten Male seine ganze Figur und alle seine Körper- und Extremitäten-Bewegungen übersehen kann. Die Vorgänge, welche sich jetzt abspielen, sind in der Tat sehr interessant. Er wird zunächst ganz sich selbst überlassen. Zuerst weiß er offenbar gar nicht, was das alles bedeutet, er betrachtet aufmerksam sein Bild, bemerkt auch die Bewegungen, welche das Bild bei seinen eigenen Bewegungen macht; als er jedoch nach längerer Zeit gefragt wird, was er sehe, antwortet er zuerst nicht, nach wiederholten energischen Aufforderungen sagt er: »ein Spiegel«. Auf die Frage, was er denn im Spiegel sehe, weiß er zunächst wieder nicht zu antworten, erst nach längerer Zeit und immer wieder erneuter Betrachtung seines Bildes sagt er »ein Junge«. Hiermit ist er sodann über das Vorhandensein eines Jungen im Spiegel orientiert, und er stellt nun selbst, sich allein überlassen, weitere Untersuchungen an. Er bewegt sich vor dem Spiegel hin und her, nähert und entfernt sich etwas von demselben und glaubt schließlich, daß sein Partner im Spiegel mit ihm spielen wolle, er lacht, ruft dem Spiegelbilde »Kuckuck«, »Kikeriki« zu, ganz so, wie er es sonst macht, wenn er mit einem anderen Kinde spielt.

Wenn er sich etwas vom Spiegel entfernt und dabei sein

Bild betrachtet, so ruft er: »jetzt geht er fort«, und wenn er sich wieder nähert: »jetzt kommt er wieder«. Er erhält jetzt eine Semmel in die Hand, und auf die Aufforderung, auch dem Jungen im Spiegel davon zu geben, versucht er, lange vergeblich, dem Spiegelbilde davon zu reichen, indem er mit der Hand auf das Spiegelglas stößt und dieselbe darauf hin und her bewegt. Wenn hierbei seine Hand sich dem Spiegelglas nähert, ist er zuerst sehr erstaunt, im Spiegel auch eine Hand näher kommen zu sehen, er sucht dieselbe zu fassen und scheint zu glauben, sein Partner wolle mit ihm spielen. Kommt er dem Rande des Spiegels gegenüber, so daß nur ein Teil seiner Figur sichtbar bleibt, so giebt er spontan an: »jetzt kriecht er hin« und sucht auch mit den Händen zu ergründen, wohin der Junge gekrochen, indem er die Grenze zwischen Rahmen und Spiegel betastet. Einzelne Teile des Gesichtes seines Spiegelbildes scheint er bei starker Annäherung zu erkennen, zeigt die Nase, Augen, Mund u. s. w. richtig, indem er die betreffenden Partien des Spiegelglases mit dem Finger berührt.

Zu vereinzelt Malen wird ihm jetzt seine Hand an die Nase gelegt, oder er muß mit seiner eigenen Hand die Mütze abnehmen, er sieht offenbar, daß das Spiegelbild dasselbe thut, er kommt aber nicht auf den Gedanken, daß es sein eigenes Spiegelbild ist.

Über eine Stunde lang beschäftigt sich der für gewöhnlich so teilnahmlöse Junge mit dem größten Interesse mit seinem Partner im Spiegel, ruft ihm zu, spricht mit ihm, sucht ihn zu greifen u. s. w.; aber er gewinnt offenbar auch nach so langer Zeit noch gar keine Einsicht, daß er es selbst ist, der im Spiegel sichtbar; auch dann noch nicht, als er zuletzt hinter die Spiegelthür tastet und an dem anderen Ende der Spiegelthür den Schrank selbst befühlt, also doch eigentlich die Überzeugung gewinnen mußte, daß sich niemand ihm gegenüber befinde. Er gewinnt an diesem Tage auch nach

langer eingehender Betrachtung seines Spiegelbildes offenbar noch gar keine Ahnung von seinem zweiten Ich; es wird ihm auch vorläufig der Sachverhalt noch nicht erklärt.

Als er am folgenden Tage, den 23. April, wieder in das Zimmer kommt, fängt er, sich selbst überlassen, gleich mit einer weißen Stubenthür dasselbe Experiment an wie gestern mit der Spiegelthür des Schrankes, faßt sie mit beiden Händen am Rande, sieht darauf, bewegt sich vor ihr hin und her, greift gegen die Thür, ruft »Kuckuck« und »Kikeriki« und sucht offenbar den Jungen darin. Bald jedoch sieht er, daß derselbe nicht da ist und er sich offenbar geirrt hat; er geht dann zu einer zweiten offenstehenden Thür, versucht es wieder, allein vergeblich, und jetzt wandert er langsam tappend in das nächste Zimmer zu der offenstehenden Thür des Spiegelschranks, und es beginnt dasselbe Spiel, wie gestern, welches längere Zeit fortgesetzt wird. Aber auch heute kommt Patient noch nicht zu der Einsicht, daß er sein eigenes Bild im Spiegel sieht, und doch fängt er an zu begreifen, daß der Junge im Spiegel immer dasselbe thut, was er selbst vornimmt, daß derselbe verschwindet (in den Rahmen hineinkriecht), wenn er sich selbst seitwärts bewegt, daß er den Mund öffnet, wenn er es selbst thut. Auf die Frage aber: »wer ist denn der Junge?«, »wie heißt er?« weiß er nicht zu antworten.

Auch am 24. April noch ziemlich dasselbe bei dem Spiegelversuch, er spielt jetzt mit dem Jungen, indem er selbst ihm etwas vormacht, den Mund öffnet, die Zunge vorstreckt, die Arme in die Höhe hebt u. s. w. und dabei sieht, wie dieser alles ebenso macht; aber offenbar hat er immer noch keine richtige Einsicht. Nur das Wegkriechen des Jungen hinter den Spiegelrahmen wird ihm zuletzt doch zweifelhaft, als ihm vorgehalten wird, daß doch kein Loch da sei, und als er mit der Hand hinter der Spiegelthür nichts fühlt; »es ist doch nicht wahr,« sagt er dann.

Während der nächsten Tage zeigt sich bei dem Spiegel-

versuch noch ziemlich dasselbe Verhalten. Er begreift allmählich sicher, daß, wenn der Junge im Spiegel irgend etwas thun soll, er es selbst vormachen muß. Fordert man ihn aber auf, bei dem Jungen im Spiegel irgend etwas vorzunehmen, z. B. ihm die Mütze abzunehmen, so greift er in der Regel noch gegen den Spiegel, zuweilen kommt er jedoch auch schon darauf, sich selbst die Mütze abzunehmen. Aber auch jetzt weiß er immer noch nicht zu sagen, wer der Junge im Spiegel ist.

Erst Anfang Mai, bei der siebenten Prüfung vor dem Spiegel, wobei ihm jedesmal, wie erwähnt, ausgiebig Zeit gelassen wurde, seine Betrachtungen anzustellen, scheint er zu begreifen, daß er sein eigenes Bild sieht. Nach langem Zögern antwortet er jetzt zum erstenmal auf die Frage, »wer ist und wie heißt denn der Junge im Spiegel?« mit seinem Namen.

Es geht hieraus hervor, wie außerordentlich langsam und schwer sich bei dem blindgeborenen Knaben erst ein richtiges Urteil über die Natur seines Spiegelbildes entwickelt.

### III. Das Erkennen bildlicher und figürlicher Darstellungen von Personen, Tieren und Objekten.

Eingehendere Prüfungen mit Bildern und figürlichen Nachbildungen wurden erst längere Zeit nach Beginn der Sehprüfungen angestellt; Patient hat hierbei ganz außerordentliche Schwierigkeiten.

Es wird ihm circa zwei Monate nach Anfang der Sehprüfungen zum erstenmal ein farbiges Porträt (Aquarellfarben) von einem kleinen Kinde in ungefähr halber natürlicher Größe unter Glas gezeigt, er nennt es schließlic »einen Spiegel«, und auf die Frage: was er er denn im Spiegel sehe, antwortet er nach einiger Zeit: »eine Katze«. Ich will hier bemerken, daß zuvor ihm gelegentlich einzelne farbige Bilder aus



Bilderbüchern gezeigt worden waren, und daß er sie schließlich auch als Bilder wiedererkannte, jedoch sonst nichts Näheres richtig mit Sicherheit angeben konnte, abgesehen von der Farbe, jedoch waren dann die Versuche abgebrochen, und Patient befand sich offenbar, als ihm nach längerer Zeit jenes eben erwähnte farbige Porträt (Brustbild) zum ersten Male vorgehalten wurde, vor einem vollkommenen Novum. Bei der zweiten Prüfung nach einigen Tagen, als ihm wieder dasselbe Bild vorgehalten wird, antwortet er abermals »ein Spiegel«; auf die Frage, »was drin sei«, antwortet er heute gar nicht. Bei der dritten Prüfung mit dem Bilde nach einigen Tagen, sagt er »ein Bild«, nachdem es ihm das vorhergehende Mal gesagt worden ist; er kann sich aber offenbar über die Figur und deren einzelne Teile nicht richtig orientieren und ist nicht im stande, dieselben zu zeigen. Bei der vierten Prüfung, wieder einige Tage später, mit demselben Bilde erkennt er richtig »ein Bild«, und auf die Frage, was darin ist, sagt er heute zum erstenmal »ein Junge« (vielleicht begünstigen die inzwischen vorgenommenen Übungen vor dem großen Spiegel, wo er sein eigenes Bild auch »ein Junge« nennt, diesen Fortschritt). Er wird hierauf aufgefordert, den Kopf zunächst zu zeigen, was er auch richtig thut, hierauf die Haare des Bildes mit dem Finger zu markieren, auch das geht richtig, darauf aber, als ihm aufgegeben wird, auch die übrigen Teile des Gesichtes am Bilde zu zeigen, ist er dazu nicht im stande, er bleibt wohl ungefähr in der zutreffenden Richtung mit dem Finger, kommt jedoch bei den einzelnen Teilen viel zu weit ab; man gewinnt durchaus den Eindruck, als ob er jetzt die übrigen Teile des Gesichtes ungefähr in den Entfernungen vom Haar und voneinander sucht, wie er es beim menschlichen Antlitz gelernt hat. — Er versucht jetzt spontan, durch Öffnen des eigenen Mundes das Bild ebenfalls zum Öffnen des Mundes zu bewegen, ähnlich, wie er es zuletzt mit seinem Spiegelbild vor dem großen Wandspiegel



gethan hat. Er bemerkt aber doch bei diesem Experiment, daß ihm dies hier bei dem Bilde nicht gelingt. Als das Bild hinter seinem Rücken umgedreht wird, so daß die Figur auf dem Kopf steht, findet er sich absolut nicht zurecht. Bei der fünften Prüfung, wieder einige Tage später, erkennt er den Kopf des Bildes und findet ihn auch richtig wieder, nachdem das Bild hinter seinem Rücken auf den Kopf gestellt worden ist.

Bei noch weiteren späteren Prüfungen mit diesem Bilde sagt er gleich, »es ist ein Junge darin«, zeigt den Kopf und die Haare sicher wieder, auch wenn das Bild hinter seinem Rücken umgedreht oder auf die Seite gelegt wird; auch zeigt er zuletzt die einzelnen Teile des Gesichtes ziemlich richtig.

Das Erkennen einer großen, nichtfarbigen Photographie von mir, dessen Gesicht er sonst erkennt, circa einviertel natürlicher Größe, in sehr breitem Rahmen, scheint ihm ganz unmöglich zu sein. Nach mehrfachen Wiederholungen dieser Prüfung findet er wohl schließlich den Kopf und das Haar heraus, er erkennt aber offenbar nicht, daß es mein Bild ist. Das Erkennen und das Verständnis eines kolorierten Bildes wird ihm offenbar leichter, als das einer Photographie.

Eine Puppe, 30 cm lang und mit einem weiß und rot gestreiften Kleide angethan, nennt er zunächst »ein Halstuch« bei der ersten Prüfung. Schließlich zeigt er jedoch auch hier auf Aufforderung hin ganz richtig das Haar der Puppe, aber als er nun auch die übrigen Teile des Kopfes, Nase, Augen, Ohren, Mund u. s. w., zeigen soll, kommt er auf viel zu große Dimensionen, und er sucht zum Beispiel den Mund und die Nase ungefähr so weit vom Haar entfernt, wie es beim Menschen sich verhält. Auch bei späteren Versuchen traten dieselben Thatsachen zu Tage, kurzum, es macht auch hier den Eindruck, als ob Patient ganz außerordentliche Schwierigkeiten hat, sich einen richtigen Begriff über eine so kleine figürliche Darstellung eines Menschen zu machen. Zum Schluß

erkennt er die Puppe und kann auch die einzelnen Teile ziemlich sicher zeigen, jedoch sind wiederholte eingehende Belehrungen nötig gewesen.

Es wird ihm eine kleine, aber gut ausgeführte Nachbildung einer Katze aus Bronze circa zwei Monate nach Beginn der Sehprüfungen zum erstenmal gezeigt, nachdem er also schon vielfache Erfahrungen gesammelt und auch eine lebende Katze oft sicher erkannt hat; es ist ihm absolut unmöglich, sich zu orientieren; auch als man ihm darauf die Figur in die Hand giebt, hat er keine Ahnung von der Bedeutung derselben, er sagt, »es ist ein Leuchter«. Zu wiederholten Malen wird dieser Versuch gemacht, er bleibt dabei, es sei ein Leuchter; auch nachdem er jetzt belehrt wird, ihm die einzelnen Teile der Figur gezeigt werden und er sie befühlen muß, scheint er durchaus nicht zu verstehen, daß das kleine, schwere, harte Ding eine Katze sein soll. Es wird ihm offenbar schwerer, diese Figur als solche richtig zu erkennen und zu deuten, als das bei anderen, zum Teil auch viel kleineren und schwerer zu sehenden Gegenständen der Fall war. Zuletzt lernte er auch diese Figur richtig erkennen, aber zuerst meinte er immer wieder, es sei ein Leuchter; er hatte früher die Bekanntschaft mit einem kleinen, schweren, metallenen Handleuchter gemacht.

Analog ging es mit noch anderen Abbildungen und figürlichen Nachbildungen von Gegenständen, Personen und Thieren, so daß man den Eindruck gewinnen mußte, daß das Erkennen dieser Nachbildungen in von der Natur sehr abweichenden Größenverhältnissen ganz besonders schwer war für den Patienten.

Einzelne wirklich gute, naturgetreue Abbildungen von ihm bekannten Objekten und in den entsprechenden Größenverhältnissen, wie z. B. das Bild einer Streichholzschachtel, erkannte er richtig.

In Anschluß hieran seien noch einige Daten angeführt

über das Verhalten des Patienten, wenn man ihn aufforderte, mit Bleistift einzelne Zeichen und Figuren auf weißes Papier zu zeichnen. Diese Versuche wurden circa zweieinhalb Monat nach Beginn der Sehprüfungen zum erstenmal mit ihm angestellt. Er war absolut unfähig, als ihm der Bleistift in die Hand gegeben wurde, auf Aufforderung hin einen Strich, ein Kreuz, einen Punkt, Kreis, ein Viereck u. s. w. auf das Papier zu ziehen; auch nach wiederholten dringlichen Aufforderungen verhielt er sich ganz unthätig und hatte offenbar gar keinen Begriff, was man von ihm wollte, obwohl er doch durch die längere Sehprüfung schon gelernt hatte, was rund, viereckig u. s. w. war. Als man dann seine Hand mit dem Bleistift nahm und ihn mit derselben die verschiedenen Figuren auf das Papier zeichnen liefs, bekam er entschieden Interesse an der Sache und an den schwarzen Strichen auf weißem Grunde und kritzelte nun ganz regellos auf dem weißen Papier umher. Häufig aber kam er auch neben das kleine Blatt Papier, oft wendete er auch die Augen ab, indem er fortwährend seine Striche weiter machte, und bedurfte er steter Ermahnung zum Hinsehen, um auf dem Papier zu bleiben. Auch mehrfache weitere Versuche führten in dieser Hinsicht zu keinem Resultat; ich erinnere hier schon an seine Unfähigkeit, die Konturen gesehener und richtig erkannter Objekte mit dem Finger in der Luft richtig zu markieren, über die wir später berichten werden.

#### IV. Erkennen der Farben.

Es wurde schon eingangs erwähnt, dafs vor der Operation nicht konstatiert werden konnte, dafs Patient die Farben erkannte, auch war dies bei der völligen ringförmigen Verwachsung des Pupillarrandes mit der kreidig-weißen ganz opaken Katarakt von vornherein nicht zu erwarten. Es wurde dies auch nach den Operationen durch die ersten vorgenom-

menen Sehprüfungen bestätigt. Als dem Patienten zum ersten Male gegen Anfang Februar farbige größere Tuchstücke vorgehalten wurden mit der Frage, welche Farbe das sei, antwortet er immer nur, »das ist ein Ding« bei den verschiedenen Farben. Es macht durchaus den Eindruck, als ob er gar keinen Begriff davon hat, was man unter der Farbe versteht. Auch wiederholte Versuche in dieser Hinsicht führen zu keinem anderen Resultat. Es bleibt nichts übrig, als den Knaben zunächst regelrecht in dem Erkennen der Farben Blau, Rot, Grün und Gelb zu unterrichten, ihm die einzelnen Tuchstücke vorzuhalten und dabei zu sagen, das ist die und die Farbe. Am folgenden Tage erkennt er das gelbe größere Tuchstück als gelb richtig wieder, Blau, Rot und Grün jedoch noch nicht, es erfolgt eine abermalige Belehrung.

Am dritten Tage wird Blau, Gelb, Grün zuerst richtig angegeben, Rot jedoch nicht. Bei wiederholten Prüfungen wird wieder nur Gelb stets richtig angegeben, die übrigen Farben jedoch vielfach noch verwechselt und falsch bezeichnet, namentlich oft Rot und Grün.

Am vierten Tage Gelb wieder richtig, im Erkennen von Blau, Rot und Grün ist er noch ganz unsicher, er verwechselt besonders Rot und Grün, Blau und Grün, gelegentlich aber auch Blau mit Rot. Jedoch ist heute insofern ein Fortschritt zu verzeichnen, als er, wenn man z. B. Blau heute zeigt, zunächst auf die Frage nach der Farbe schweigt, und weiter schweigt, wenn man dann fragt, ist das Gelb? oder ist das Grün? oder ist das Rot? Erst bei: »ist das Blau?« giebt er eine bejahende Antwort. Ebenso wurde in dieser Weise heute für Rot richtig angegeben. Früher antwortete er eigentlich auf jede Frage »ist es die und die Farbe?« mit »Ja«, auch wenn es falsch war. Gelb sucht er auch sicher aus den verschiedenen Proben heraus.

Am fünften Tag dasselbe. Es wird heute Gelegenheit genommen, ihm sechsmal hintereinander die einzelnen Farben

zu zeigen und zu nennen. Am Schlusse dieser Belehrung nennt er alle Farben heute zum ersten Male richtig.

Am sechsten Tage nennt er alle Farben wieder richtig.

Es wird jetzt ein Tag ausgesetzt, und dann werden zum ersten Male kleinere farbige quadratische Tuchstücke statt der bisherigen größeren Flächen verwendet. Beim Vorhalten des kleineren gelben Stückes mehrmals nach der Farbe ausdrücklich gefragt, antwortet er zuerst jedesmal »rund«, beim vierten Male richtig »gelb«. Bei dem roten Quadrat sagt er »weiß«, korrigiert sich jedoch gleich richtig, das grüne Quadrat nennt er rot, korrigiert sich jedoch auch sofort, blau richtig. Es macht den Eindruck, als ob das Aussetzen von einem Tag und die Anwendung der kleineren Objekte den Patienten wieder unsicherer gemacht hätten im Farben-Sehen.

An den beiden folgenden Tagen nennt er die einzelnen Farbenproben auch in kleineren Objekten richtig, sucht auch die einzelnen Proben auf Aufforderung richtig aus, wenn sie zusammen vor ihm hingelegt werden.

Nach sechstägiger Pause verwechselt er noch einmal Rot und Grün, korrigiert sich jedoch gleich selbst. Nach einer hierauf folgenden noch längeren Pause (ca. vierzehn Tage, inzwischen Tenotomie des rectus internus ausgeführt), erkennt er Grün noch einmal nicht richtig, dann aber auch bei der zweiten Prüfung, und von jetzt ab ist er sicher im Erkennen der vier farbigen Tuchstücke, sucht sie auch richtig aus, selbst wenn sie ihm nur in Stücken von 1 □-cm und auch noch kleiner vorgelegt werden.

Die größeren farbigen Tuchstücke (ca. 10 cm im Quadrat) erkennt er jetzt auch auf eine Entfernung von ca. 2,5 m richtig.

Beim Vorhalten eines Stückes glänzenden Stanniols um diese Zeit nach der Farbe gefragt, nennt er es »weiß«.

Ich habe dann versucht, wie schnell Patient eine Farbe richtig erkennt; es wurden zu dem Zweck die größeren farbigen Tuchstücke mit einem undurchsichtigen Schirm bedeckt,

Patient veranlaßt, nun in der Richtung des Schirmes zu sehen, und jetzt der Schirm ganz schnell fortgezogen und sofort wieder vorgelegt. Es zeigte sich, daß nur ein ganz kurzer Zeitraum (von ca.  $\frac{1}{2}$  bis  $\frac{1}{3}$  Sekunde) nötig war, um die richtige Farbenempfindung auszulösen, während beim Erkennen von ihm sonst schon sehr wohl bekannten Gegenständen ca. zwei bis drei Sekunden nötig waren, wie früher mitgeteilt, und von einem Gegenstande eventuell nur die Farbe angegeben wurde, wenn der Zeitraum zu kurz war, um das Erkennen des Objektes selbst zu ermöglichen. Übrigens tritt bei diesen Versuchen über die Schnelligkeit des Farbenerkennens auch die Tatsache zu Tage, daß Gelb entschieden am schnellsten und sichersten erkannt wird, während bei Blau, Rot und Grün der Zeitraum ein etwas größerer sein muß.

Weiß und Schwarz erkannte Patient ebenfalls sehr bald sicher, es ist leider verabsäumt worden, über die Schnelligkeit, mit welcher er diese beiden Farben sicher kennen lernte, genauere Aufzeichnungen zu machen.

Nachdem Patient längst alle Farben auch in ganz kleinen Objekten sicher kannte, wurde ihm am 22. April 1891 zuerst die Aufgabe gestellt, die hellste Farbenprobe von Gelb, Rot, Blau und Grün herauszusuchen, er scheint gar nicht zu begreifen, was man von ihm will, trotz wiederholter Aufforderungen und ergreift schließlich das ganz dunkle Grün. Hierauf wird ihm an einer Probe von Weiß und Schwarz der Begriff von hell und dunkel klar gemacht und jetzt ein helles Gelb und ein dunkles Grün vorgehalten; er wählt richtig das Gelb als das hellere, ebenso fällt bei hellem Rot und dunklem Blau die Probe richtig aus; werden aber alle vier Proben zusammen vor ihm hingelegt, so macht er doch noch wiederholt große Fehler, und er bleibt unsicher in der Auswahl der helleren und dunkleren Farben, während er bei Weiß und Schwarz resp. Grau später sicher wählt, auch wenn die Helligkeitsdifferenzen gar nicht sehr erheblich sind.



Auch zu diesen Versuchen über das Erkennenlernen der Farben des blindgeborenen Knaben wurde eine Vergleichs-Beobachtungsreihe mit dem 1½ jährigen Kinde angestellt. Es stellte sich hierbei heraus, ohne daß ich auf die genaueren, durch viele Tage fortgesetzten Aufzeichnungen eingehen will, daß das 1½ jährige Kind in dem entsprechenden, ja noch viel längeren Zeitraume bis jetzt in keiner Weise eine Sicherheit in dem Erkennen der Farben und deren richtiger Benennung erlangt hat. Es steht dies in einem sehr großen Gegensatz zu dem Erkenntnisvermögen des Kindes für Gegenstände, und zwar auch dann, wenn dem Kinde in keiner Weise die Bedeutung der Gegenstände klar gemacht wurde und ihm keine Gelegenheit gegeben ward, dieselben zu befühlen und überhaupt anders als durch das Gesicht mit ihnen Bekanntschaft zu machen. Daß das Kind die einzelnen Farben als etwas Verschiedenes empfand, schien mir nicht zweifelhaft, und dafür sprach auch sein lebhaftes Interesse an denselben, namentlich auch an dem Sonnenspektrum; aber, daß qualitativ eine richtige Farbenunterscheidung bei dem Kinde in diesem Alter nicht existierte, wie im späteren Alter, erscheint mir ebenso sicher. Es wurde wohl am Ende der längeren Prüfungsperiode schließlich das helle, lebhafte Gelb relativ häufiger richtig benannt als Blau, Rot und Grün, aber von einer Sicherheit konnte auch hier nicht die Rede sein, da oft noch Fehler gemacht wurden. Es würden diese Beobachtungen bei dem 1½ jährigen Mädchen in Einklang mit den Resultaten anderer Untersucher (z. B. PREYER »*Die Seele des Kindes*«) stehen, die ebenfalls fanden, daß vor dem vollendeten zweiten Lebensjahre eine irgendwie sichere Farbenkenntnis nicht existiert, ja PREYER giebt an, daß Blau und Grün wohl erst mit dem vollendeten dritten Lebensjahre sicher erkannt werden. Ich möchte somit glauben, daß für die richtige qualitative Farbenempfindung bei einem 1½ jährigen Kinde, sei es peripher in der Netzhaut und im Sehnerv, sei

es central im Gehirn, noch nicht alle anatomische Faktoren vorhanden sind.

#### V. Das Gesichtsfeld und das excentrische Sehen.

Das Gesichtsfeld des Patienten ist, soweit sich das sicher konstatieren läßt, auf beiden Augen im wesentlichen frei. Eine genaue perimetrische Aufnahme war allerdings nicht möglich, aber es liefs sich doch durch den Parallel-Versuch konstatieren, dafs vom Patienten weifse und farbige Quadrate von zwei Centimeter Breite exzentrisch ziemlich bis zum normalen Umfang erkannt wurden, nur Grün erschien deutlich eingeschränkt, indem es nur im Fixierpunkt und dessen nächster Umgebung sicher erkannt wurde.

Aber trotz dieses objektiv nachweisbaren Gesichtsfeld-Verhaltens macht es durchaus zunächst den Eindruck, als ob Patient gar nicht in der Lage ist, seine excentrischen Gesichtseindrücke zu verwerten, und er benimmt sich in vieler Beziehung genau so, als wenn sein Gesichtsfeld hochgradig konzentrisch eingeschränkt wäre. Beim Suchen von Objekten (Stück weifses Papier u. s. w.) z., B. auf dem Fußboden, scheint er gerade mit dem Fixierpunkt darauf treffen zu müssen, um es wahrzunehmen und dann auch prompt aufzuheben. Namentlich in der ersten Zeit der Sehprüfungen ist dies sehr auffällig, er geht oft an einem auf dem Fußboden liegenden Objekt in unmittelbarer Nähe suchend vorüber und findet es zuerst nicht, und doch läßt sich mit Sicherheit nachweisen, dafs er dasselbe Objekt auf dem Fußboden vielleicht aus zwei oder drei Meter Entfernung sicher sieht, wenn er nur gerade mit dem Blick darauf kommt. Ebenso ist es, namentlich in der ersten Zeit, sehr auffällig bei der Gesichtsfeldprüfung, dafs, wenn man auch ein größeres weifses Quadrat am dünnen schwarzen Draht ihm ruhig excentrisch vorhält, er es oft offenbar gar nicht bemerkt und auf die Aufforderung hin, es



zu greifen, ratlos umhersucht, bis er mit dem Blick darauf kommt. Bewegt man jedoch das excentrische Objekt, so sieht er es sofort. Dies Verhalten zeigt sich auch bei der Orientierung des Knaben im Raum; es ist oft, namentlich in der ersten Zeit, aber auch jetzt noch, als ob er seine excentrischen Netzhautindrücke gar nicht benutzt, indem er an excentrisch gesehene Objekte anläuft, eigentlich ganz wie ein Kranker mit hochgradig konzentrisch eingeengtem Gesichtsfeld. Im Laufe der Beobachtung übrigens und der täglichen Übungen bessern sich diese Verhältnisse zusehends, und namentlich läßt sich nachweisen, daß die Aufmerksamkeit des Knaben hierbei eine sehr wesentliche Rolle spielt; es geht viel besser, wenn er durch eine energische Mahnung zum Aufpassen aufgefordert wird. Reflektorisches Lidschluß wird in der ersten Zeit bei schneller Annäherung eines weißen Objektes gegen das Auge oder etwa bei einer drohenden Handbewegung u. s. w. gegen ihn so gut wie gar nicht ausgeführt; bald jedoch, als er durch Erfahrung gelernt hat, daß diese Bewegungen gegen ihn gelegentlich etwas Unangenehmes im Gefolge haben, wird ein reflektorisches Lidschluß und eine ausweichende Kopfbewegung prompt ausgelöst, wenn er Gelegenheit hat, die Vorgänge mit seinen zentralen Netzhautpartien zu beobachten, dagegen werden auch nach längerer Übungszeit, als schon ca. zwei Monate vergangen sind, von den excentrischen Netzhautpartien derartige Reflexe nur sehr wenig prompt hervorgerufen. Ein analoges Verhalten konnte man auch in dem Abhängigkeits-Verhältnis der Augenbewegungen von dem centralen und peripherischen Sehen beobachten; ein fixiertes Objekt wird, namentlich nachdem schon einige Zeit der Sehprüfungen vergangen ist, prompt mit den Augenbewegungen, resp. mit den Kopfbewegungen verfolgt, während excentrisch bewegte und wirklich gesehene Objekte in der ersten Zeit fast gar keine spontanen Augenbewegungen, um das Objekt zu fixieren, auslösten; nur erst auf dringende Auf-

forderung hin sucht er dann die Objekte zu fixieren. Auch in diesem Punkte hat sich sein Verhalten im Laufe der Übungen wesentlich geändert, indem er jetzt, z. B. bei der Gesichtsfeldprüfung, ein excentrisch bewegtes Objekt gleich zu fixieren bestrebt ist.

## VI. Das Zählen des Patienten.

Aufgefordert, zu zählen, zählt er zunächst sehr unsicher bis zehn, bei Wiederholungen eigentlich nur richtig bis fünf, von da ab auch schon verkehrt, über zehn hinaus gar nicht. Es ist dies meines Erachtens bei einem siebenjährigen, doch sonst nicht idiotischen Kinde auch wieder ein Zeichen für die weitgehende Vernachlässigung seiner geistigen Ausbildung bis zu diesem Zeitpunkt. Einige ihm vorgehaltene Finger nach dem Gesicht zu zählen, ist ihm ganz unmöglich trotz wiederholter Versuche. Es bleibt nichts übrig, als ihm zunächst, ohne seinen Gesichtssinn zu Hülfe zu nehmen, das Zählen an den Fingern von eins bis fünf beizubringen, was viel Mühe macht, so daß er nach mehrtägigem Unterricht noch nicht sicher im Fingerzählen von eins bis fünf ist. Es beginnen sodann gegen Ende Februar die regelmäßigen Versuche, den Knaben die Finger einer Hand nur nach dem Gesicht zählen zu lassen; es gelingt zuerst durchaus nicht. Er muß jetzt zunächst einen Finger nach dem anderen an meiner ausgespreizten Hand greifen und orientiert sich in dieser Weise schließlich richtig. Beim nächsten Male kann er nach dem Gesicht allein auch nicht zählen, er darf jedoch heute meine Finger nicht mit den seinen berühren, sondern nur auf dieselben einzeln deuten, und so gelingt es ihm nach einigen unsicheren Versuchen, endlich doch die Zahl richtig anzugeben. Bei dem folgenden Versuche am nächsten Tage darf er mit seinen Fingern auch gar nicht mehr zeigen, und zuletzt gelingt es ihm heute, auch richtig zu zählen. Er geht hierbei

ganz ausgesprochen in der Weise vor, daß er jeden einzelnen Finger fixiert und nun seinen Blick allmählich von einem Finger auf den anderen wandern läßt und mit der Fixation jedes Fingers laut um eins weiter zählt; in dieser Weise zählt er zuletzt, wenn auch sehr langsam, die Finger von eins bis fünf richtig. Das Wandernlassen des Blickes von einem Finger zum anderen geschieht ganz deutlich in der Weise, daß er die Augenstellung geradeaus (noch unter fortwährendem Nystagmus) beibehält und seinen Kopf dementsprechend ruckweise von einer Seite zur anderen wendet. Hält man ihm die weit ausgespreizten Finger auf einmal vor und fordert ihn auf, nun sofort die ganze Zahl der Finger zu nennen, so sagt er in der Regel erst »eins«; hierauf energisch ermahnt, richtig zu zählen, kann er dies auch, muß aber seinen Blick in eben beschriebener Weise erst von einem auf den anderen Finger wandern lassen. Es scheint ihm ganz unmöglich zu sein, die Finger auf einmal zu übersehen und die Zahl richtig zu taxieren. Und doch hat er, wie wir gesehen haben, kein wesentlich eingengtes Gesichtsfeld.

Bei weiteren Versuchen zählt er auch andere Objekte (z. B. Streichhölzer, Kartoffeln u. s. w. einzeln liegend) in derselben Weise richtig, indem er immer den Blick von jedem Objekt auf das nächste, durch einen Zwischenraum getrennte hinüberwandern läßt; jedoch weiter als bis fünf zählt er zunächst nicht sicher, sagt nach fünf gelegentlich »neun«, kurzum, er wird ganz unsicher. — Später gelingt es ihm, auch zwei Finger, die nicht zu weit auseinandergespreizt sind, sofort richtig als zwei zu erkennen; vergrößert man aber den Zwischenraum zwischen zwei Fingern, so sagt er in der Regel wieder zuerst »eins« und muß wieder zu dem Mittel greifen, die Finger einzeln mit dem Blick zu fixieren.

Legt man mehrere Objekte (z. B. Kartoffeln) so nebeneinander, daß sie sich direkt berühren, ohne Zwischenraum, so kann er zuerst nicht richtig zählen, er sagt, es ist »eine«.

Ebenso zählt er nicht richtig, wenn z. B. zwei oder mehrere Streichhölzer kreuzweise übereinander gelegt werden; er zählt dann in der Weise, daß er die Enden der Streichhölzer in früherer Weise einzeln absucht und so also ungefähr das Doppelte der wirklich vorhandenen Streichhölzer zählt; es passiert ihm hierbei nun allerdings recht oft, daß er ein einzelnes Ende ausläßt oder schließlich nicht weiß, bei welchem Ende er angefangen hat.

#### VII. Das Erkennen der Größenverhältnisse und der Formen der Objekte.

Es hält sehr schwer, über diese Punkte von dem Knaben Angaben zu erhalten, und dieselben bleiben auch bis in die spätere Periode der vorgenommenen Sehprüfungen hinein sehr unzureichend; er lernt erst außerordentlich langsam sich über die einschlägigen Verhältnisse zu orientieren. Es zeigt sich hier auch wieder so recht der Einfluß seiner früheren Verwahrlosung, und man sieht, daß manche Begriffe, die sonst einem normalen siebenjährigen Kinde ganz geläufig sind, ihm noch ganz fehlen.

Nach dem Gesicht bei zwei oder mehreren ihm vorgehaltenen Objekten zu beurteilen, welches größer, welches kleiner, ist ihm absolut unmöglich; es ist ihm ferner durchaus unmöglich, etwa mit beiden Händen zu zeigen, wie groß ein von ihm gesehenes Objekt, ebenso was lang und breit ist bei einem vorgehaltenen Dinge; über alles Dieses weiß er beim Beginn der Sehprüfungen absolut keine Auskunft zu geben. Aber auch nach dem Gefühl über die Größe eines oder mehrerer Gegenstände ein Urteil abzugeben, scheint ihm fast unmöglich; die Angaben sind auch in dieser Hinsicht ganz außerordentlich zögernd und unsicher. Es scheinen ihm diese Begriffe eigentlich noch zu fehlen, und es bedarf langer und sehr eingehender Belehrung, bevor er auch nur einigermaßen

begreift, um was es sich handelt und worüber er Auskunft geben soll. Nachdem er schon an sechs Tagen in dieser Hinsicht belehrt ist, gelingt es ihm auch noch nicht annähernd, die Gröfse eines gesehenen Gegenstandes mit beiden Händen zu markieren. Am siebenten Tage (22. Januar 1891) macht er wenigstens Versuche, die Längenverhältnisse, z. B. eines vor ihm ausgestreckt gehaltenen und dann wieder vor seinen Augen zusammengedrückten Taschentuches, mit seinen Händen anzudeuten und markiert auch den Unterschied, aber ohne auch nur annähernd das richtige Mafs zu treffen. Aus der Erinnerung die Gröfse eines Objektes mit seinen Händen zu markieren, nachdem er es gerade angesehen und dasselbe dann entfernt worden ist, ist ihm auch jetzt noch durchaus unmöglich. Am achten Tage nach Beginn der Prüfungen, und nachdem er regelmäfsig täglich so zu sagen unterrichtet worden ist, gelingt es ihm zum erstenmal von zwei Äpfeln, welche er kennt und ansieht, richtig zu sagen, welches der gröfsere und welches der kleinere ist; ebenso giebt er richtig an, dafs eine vorgelegte Gabel länger als ein gleichzeitig betrachteter Theelöffel ist.

Zwei Tage lang sodann nicht geübt, vermag er wieder nicht richtig zu sagen, welcher von zwei vorgelegten Gegenständen gröfser und welcher kleiner ist. Von da, also vom elften Übungstage ab, giebt er ziemlich sicher an, welcher Gegenstand von zwei gesehenen kürzer, welcher länger, welcher gröfser und welcher kleiner ist; zunächst macht er noch gelegentlich Fehler, aber es ist zu beobachten, dafs die Aufmerksamkeit hier eine wesentliche Rolle spielt; später ist er sicher im Erkennen der Gröfsenunterschiede, wenn dieselben nicht zu gering sind, und wenn es sich nur um wenige Gegenstände handelt. So sucht er z. B. von drei verschieden grofsen Kartoffeln die einzelnen der Gröfse nach sicher heraus. Schwerer wird es ihm und er ist unsicherer, wenn er von einer gröfseren Anzahl von Objekten das kleinste oder das gröfste herausgeben soll.

Vier Wochen nach Beginn der Sehprüfungen ist es ihm auch möglich geworden, die Größenverhältnisse von Objekten, die er gerade gesehen, die aber dann von seinem Blicke entfernt sind, nach der Erinnerung in Bezug auf ihre relative Gröfse noch richtig zu beurteilen, wenn sie ihm dann einzeln vorgelegt werden. Legt man z. B. drei verschieden grofse Kartoffeln vor ihn auf den Tisch hin, so unterscheidet er richtig die gröfste, die kleinste und die mittelgrofse; nimmt man hierauf die Kartoffeln fort und zeigt sie ihm jetzt einzeln, so kann er doch noch mit ziemlicher Sicherheit angeben, welches die gröfste, welches die kleinste und welches die mittelgrofse war; dies war ihm bisher nicht möglich, und es zeigt sich hierbei jedenfalls, wie etwas kompliziertere optische Erinnerungsbilder bei dem Knaben zu haften beginnen.

Es schliessen sich hieran (in der fünften Woche nach Beginn der Sehprüfungen) die Versuche, dem Patienten an dünnen schwarzen Fäden hintereinander aufgehängte gleichartige Objekte (weifse Papierquadrate, Stücke Zucker u. a.) von verschiedener Gröfse zu zeigen, und zwar in der Weise, dafs das kleinere Stück seinen Augen ganz nahe, das gröfsere weiter entfernt war, so dafs der Gesichtswinkel des gröfseren höchstens ebenso grofs, resp. kleiner war, als der von dem kleineren. Patient wird jetzt gefragt, welches Objekt kleiner und welches gröfser sei, er zögert zuerst, giebt aber dann richtig an; ebenso macht er auch bei späteren Versuchen richtige Angaben in dieser Hinsicht. Es thut mir leid, diese Versuche nicht schon früher bei dem Patienten angestellt zu haben, ich möchte es für sicher halten, dafs er in der ersten Zeit oft falsch angegeben haben würde; er hatte inzwischen während der längeren Prüfungszeit offenbar beim binokularen Sehen schon eine ziemliche Sicherheit in der Schätzung der Entfernung erlangt und somit auch gelernt, sein Urteil über die Größenverhältnisse der beiden Objekte zu rektifizieren.

Stellt man den eben erwähnten Versuch bei dem Patienten



monokular an, so ist er in der That nicht im stande, über die Gröfsenverhältnisse der beiden Objekte richtig zu urteilen; ja wenn man das gröfsere Objekt nur hinreichend weit entfernt, so beurteilt er dieses gelegentlich sogar als das kleinere. Er schätzt jetzt die Gröfse der Objekte offenbar nach der Gröfse der Netzhautbilder, welche sie liefern.

Man kann sich übrigens bei Versuchen am eigenen Auge leicht überzeugen, wie schwer es werden kann, bei dieser Versuchsanordnung und monokularem Sehen, ohne seitliche Kopfverschiebungen, ein richtiges Urtheil über die Gröfse verschiedener Gegenstände abzugeben, wenn das gröfsere Objekt so weit vom Auge entfernt ist, dafs es ein kleineres Netzhautbild liefert, als das kleinere, näher vor dem Auge gelegene.

Auch um diese Zeit, am 21. April 1891 (also circa zwei Monate nach begonnenen Sehprüfungen), ist es dem Patienten noch fast ganz unmöglich, auf Aufforderung hin mit beiden Händen die Länge eines vorgehaltenen, gesehenen Objektes zu markieren, ohne dafs er dasselbe dabei berührt. Und wenn man ihm auch gestattet, das Objekt zu befühlen, die Finger beider Hände an die Enden des Objektes zu halten, so zeigt er in der Regel doch aufserordentlich unsicher, auch wenn man ihm dasselbe Objekt sofort wieder vor die Augen hält. Fordert man ihn bei späteren weiteren Versuchen auf, die Gröfse eines vorgehaltenen Objektes mit den Händen zu markieren, so sucht er zunächst, wie es ihm oft gezeigt ist, seine Fingerspitzen an die beiden Enden des Objektes zu bringen; aber auch mit diesem Hilfsmittel bleibt die Gröfsschätzung und ihre Markierung mit den Händen aufserordentlich unsicher. Bis jetzt, also circa vier Monate nach Beginn der Prüfungen, ist Patient nicht im stande, die Gröfse gesehener Objekte auch nur mit einiger Sicherheit mit den Händen zu markieren. Er versteht es auch nicht, mit der Hand anzugeben, wie hoch ein Ding von der Erde sei; schliesslich streckt er

den Arm gerade in die Höhe und zeigt damit viel zu hoch; aufgefordert, mit der Hand zu zeigen, wie groß ein vor ihm stehendes kleines Kind von der Erde sei, setzt er sich schließlich in hockender Stellung nieder; ob er damit die Größe des Kindes angeben will, läßt sich nicht sicher entscheiden.

Mir erscheint diese große Unfähigkeit des, wenn auch nicht intelligenten und in seiner geistigen Entwicklung sehr vernachlässigten Knaben, gesehene Größen durch Zeigen mit den Händen richtig zu markieren, sehr auffallend, und sie steht in einem großen Mißverhältnis zu dem Erlernen mancher anderer Fähigkeiten, die auch erst durch das wiedergewonnene Sehen erworben werden konnten. Übrigens habe ich gelegentlich dieser Untersuchungen bei unserem Patienten auch einige erwachsene intelligente Blinde daraufhin genau geprüft, wie weit sie im Stande waren, die Größe gefühlter Objekte gleich darauf mit beiden Händen in der Luft zu markieren. Es zeigte sich, daß eine neunzehnjährige, schon von früher Jugend an Erblindete hierbei doch erhebliche Fehler machte, während ein einundzwanzigjähriger junger Mann, der erst seit drei Jahren erblindet war, die Größe in der Weise ziemlich richtig schätzte; er ging dabei so vor, daß er, nachdem er das betreffende Objekt befühlt hatte, die Finger beider Hände zunächst zusammenlegte und nun so weit voneinander entfernte, als ungefähr die Größe des Objektes betrug. Er vermochte offenbar diese Schätzungen genauer anzustellen, als die zuerst erwähnte von Jugend auf Blinde, weil er in früheren Jahren Gelegenheit gehabt hatte, derartige Größenschätzungen mit den Händen durch das Gesicht zu kontrollieren.

In Bezug auf die Kenntnis von Formen der Objekte, mathematischen Figuren u. s. w. fehlen dem Knaben, wie es scheint, zunächst alle Begriffe. Er weiß auch nach dem Gefühl nicht zu sagen, was rund, viereckig, dreieckig ist, es herrscht auch hier ein Defekt in seiner geistigen Ausbildung. Daß er zuerst nach dem Gesicht in keiner Weise eine Angabe



machen kann, was rund, viereckig, dreieckig, was ein Würfel, eine Kugel u. s. w., braucht kaum erst erwähnt zu werden. Es hat erst langer Belehrung bedurft. Nach circa dreitägigen Übungen ist er ungefähr im stande, einen runden Gegenstand von einem viereckigen nach dem Gefühl richtig zu unterscheiden; nach zwei weiteren Tagen, und nachdem er noch inzwischen Gelegenheit gehabt hat, seine durch den Tastsinn erworbene Kenntnis über rund und viereckig auch durch den Gesichtssinn zu kontrollieren, ist er im stande, annähernd sicher, auch nach dem Gesicht allein, einen runden Gegenstand von einem viereckigen richtig zu unterscheiden (z. B. einen runden Porzellanteller von einem viereckigen weißen Brett). Es zeigt sich nun hierbei auch häufiger, daß er anfangs nicht im stande ist, ein vorgehaltenes viereckiges Objekt richtig als solches zu erkennen; wenn man ihn dann auffordert, die Ecken des Gegenstandes zu zeigen, so macht er dies oft ganz richtig. Es vergehen Wochen, während welcher Patient häufig geübt wird im Erkennen von rund, viereckig, dreieckig u. s. w., bevor er im stande ist, auch nur mit einiger Sicherheit diese verschiedenen Formen nach dem Gesicht allein zu unterscheiden.

Ungefähr zwei Monate nach Beginn der Sehprüfungen werden ihm zum erstenmal ein Ei und ein gleich großes, aus weißem Karton geschnittenes Oval gleichzeitig vorgehalten; er nannte Beides ein Stück Papier, jedoch genügte dieses Mal eine einzige Orientierung durch den Tastsinn, und es wurde nie wieder eine derartige Verwechslung gemacht, sowohl beim Sehen mit beiden Augen zusammen, als mit einem allein. Es sei bemerkt, daß übrigens dem Patienten früher ein Ei allein gelegentlich schon gezeigt worden war. Analog fiel der Versuch mit einer weißen Scheibe und einer Kugel aus; Patient unterschied dieselben später doch sicher; von ihm aber Auskunft darüber zu erhalten, woran er Beides unterschied, war ganz unmöglich.

Formen von gesehenen Objekten und Figuren, auch solchen, welche er richtig erkennt, mit dem Finger in der Luft zu markieren, ist ihm ganz unmöglich und bleibt es auch bis an das Ende der Sehprüfungen; es ist ihm gar nicht klar zu machen, was er thun soll. Es kann sein undeutliches Sehen allein die Schuld hieran nicht tragen, da er doch die Objekte und oft auch die Form (rund und viereckig) richtig erkennt. Ich bin überzeugt, daß ihm nach hinreichend langem Unterricht auch dieses möglich werden wird.

#### VIII. Die Schätzung von Entfernungen.

Als die Prüfungen beginnen, greift Patient nach vorgehaltenen Objekten durchaus unsicher und nur zögernd. Er tastet mit der Hand wohl einigermaßen in der Richtung des Objektes, irrt sich jedoch in der Entfernung ganz außerordentlich. Nach dreitägigen Übungen in dieser Hinsicht kann man schon einen deutlichen Fortschritt bemerken beim Greifen nach Gegenständen, die sich innerhalb seiner Greifweite, so daß er sie mit den Händen erreichen kann, befinden. Es vergehen jedoch noch Wochen mit täglichen Übungen, bevor er in dem Greifen der in verschiedenen Entfernungen gehaltenen Objekte sicher ist, und auch jetzt noch bezieht sich das in erster Linie nur auf Objekte, welche sich noch in der Greifweite befinden. Für weiter entfernte Objekte ist ihm die richtige Schätzung der Entfernung auch jetzt noch ganz unmöglich. Als man ihm circa zwei Monate nach Beginn der Sehprüfungen in  $1\frac{1}{2}$  m eine Taschenuhr mit Kette vorhält, so erkennt er sie richtig; jetzt aufgefordert, sie zu greifen, bemüht er sich fortwährend, mit den Händen die Uhr zu erreichen; als er dann wiederholt dringend aufgefordert wird, doch die Uhr zu nehmen, fängt er erst an sich langsam und fortwährend greifend zu nähern. Dieselben Versuche werden auch mit einem größeren Stück weißen Zuckers angestellt,

welches an einem dünnen schwarzen Faden befestigt ist und an einen langen Stab gehängt, von hinten her aus der Höhe vor ihn gebracht wird, so daß er sich nicht etwa nach dem Verlauf des Stabes oder des Armes, mit welchem man eventuell das Stück sonst hinhalten müßte, oder nach dem Schall der Stimmen eines vor ihm stehenden Untersuchers ein Urteil über die Entfernung bilden kann. Auch bei diesen Vorsichtsmaßregeln zeigt sich dasselbe; er greift sicher und schätzt die Entfernung gut, so lange sich das Objekt innerhalb einer Entfernung befindet, in der er es noch mit den Händen erreichen kann. Wird jedoch das Objekt weiter von ihm entfernt, so verliert er offenbar das richtige Urteil über die Entfernung; er greift wohl auf Aufforderung nach dem Stück Zucker, nähert sich dann langsam, wenn er sieht, daß es vergeblich war u. s. w., bis er es schließlich erreicht. Als er bei seinem ersten Gang in den Garten gelbe Blumen aus einiger Entfernung im Grase sieht, will er sie pflücken, täuscht sich aber zuerst sehr bedeutend in der Entfernung, so daß er viel zu früh niederhockt und die Hand ausstreckt, und das war circa drei Monate nach Beginn der Schprüfungen. Diese Erscheinung mag sich zum Teil aus dem mangelhaften Sehen des Patienten überhaupt erklären, aber es nur daraus abzuleiten, scheint mir nicht richtig; ich möchte glauben, daß es für einen blindgeborenen Menschen, der wieder Sehen lernt, viel schwerer sein muß, sich über Entfernungen, die seine Greifweite überschreiten, ein richtiges Urteil zu bilden, als über solche, die er Gelegenheit hat, sofort durch seine Hände zu erreichen und so zu kontrollieren.

Wenn man dem Patienten den Kopf fixiert und ihm jetzt ein weißes Objekt am schwarzen dünnen Stabe seitlich oder nach oben und unten vorhält und nun Patienten dies Objekt fixieren läßt, so daß also die Augen in einer Endstellung sich befinden, so greift er viel unsicherer bei einer solchen Augenstellung und schätzt die Entfernung viel schlechter; zu

bemerken ist, daß in den Endstellungen der Nystagmus sehr zunimmt, was wohl diese Erscheinung zum Teil erklärt.

Hält man ferner das Objekt excentrisch in sein binokulares Gesichtsfeld bei fixiertem Kopfe und fordert ihn jetzt auf, nach der excentrischen Wahrnehmung zu greifen, so ist die Schätzung der Entfernung ebenfalls eine sehr unsichere. Hieran schloßen sich sodann noch Versuche über die Schätzung der Entfernungen beim Sehen mit Einem Auge, während das andere verdeckt wird, zu einer Zeit, wo Patient beim Sehen mit beiden Augen zusammen die Entfernungen innerhalb seiner Greifweite schon sehr sicher schätzt. Es zeigt sich hierbei sehr ausgesprochen, daß er beim Sehen mit Einem Auge wieder sehr bedeutende Fehler in der Schätzung der Entfernung des Objektes macht, auch wenn sich dasselbe noch innerhalb seiner Greifweite befindet. Dieses Faktum darf uns gewiß nicht wunder nehmen bei unserem Patienten, da man sich ja auch beim normalen Menschen leicht überzeugen kann, wie sehr das monokulare Sehen die Schätzung der Entfernungen erschwert; vielleicht verdient diese Thatsache deshalb um so mehr Beachtung bei unserem Patienten, als sie uns zeigt, wie doch bei ihm trotz der relativ geringen Sehschärfe auf beiden Augen und trotz des früheren Strabismus convergens (durch Tenotomie beseitigt) zur Zeit ein binokulares Sehen bestehen muß, das sich allmählich erst seit den Operationen entwickelt haben kann. Auch jene schon oben angeführten Daten bei der Größenschätzung zweier verschieden weit entfernter Objekte beim binokularen und monokularen Sehen sprechen dafür. Übrigens waren Doppelbilder bei dem Patienten zu dieser Zeit, auch mit allen Hilfsmitteln (rothem Glas, Höhenprisma u. s. w.), nicht hervorzurufen.

Als ich circa zweieinhalb Monate nach Beginn der Prüfungen zwei Gegenstände übereinander, durch einen Zwischenraum getrennt, ihm vor die Augen brachte und ihn fragte, welches Ding »höher« und welches »tiefer« hänge, wußte er

mir trotz wiederholter Fragen nichts zu antworten; als ich aber fragte, welches ist »oben« und welches ist »unten«, gab er sofort richtig an.

Es wurde ihm sodann noch um diese Zeit die Aufgabe gestellt, ein vor ihm liegendes Objekt nicht direkt mit der Hand, sondern mit der Spitze eines längeren Stabes zu berühren. Er machte dies zuerst sehr ungeschickt und brachte schliesslich die Mitte des Stabes auf das Objekt. Es wurde ihm jetzt gezeigt. Am folgenden Tage ging es schon besser, und legte er jetzt im wesentlichen richtig die Spitze des Stabes auf das Objekt, allerdings in etwas zögernder, langsamer Weise.

#### IX. Die Orientierung im Raum.

Wenn Patient in der ersten Zeit der Sehprüfungen sich in namentlich ihm unbekannten Räumen zurechtfinden soll, so benimmt er sich eigentlich vollkommen wie vor der Operation als ganz Blinder. Er verrät zuerst kein Interesse, sein Sehen für seine Orientierung zu benutzen; wenn man ihn sich selbst überlässt, so schließt er gewöhnlich die Augen, indem er den Kopf hintenüber neigt und sich nun vollständig auf seinen Tastsinn verlässt und gegen alle Hindernisse stösst. Dieses Verhalten des Patienten ist in den ersten vierzehn Tagen eigentlich ganz dasselbe, vor allem, wenn er sich selbst überlassen bleibt, ja noch viel später, als mehrere Wochen der Übungen vergangen sind, wo Patient schon viele Erfahrungen gemacht hat und viele Gegenstände kennt, zeigt er zeitweise, sich selbst überlassen, noch ein ziemlich analoges Verhalten. Es ist hierbei ganz offenbar, dass die Aufmerksamkeit des Patienten eine sehr wesentliche Rolle spielt. Stelle ich z. B. in einem ihm unbekannten Raume eine Reihe von Hindernissen (Stühle, Tische u. s. w.) zum Teil nur in kleinen Zwischenräumen voneinander auf und fordere ihn dann auf,

den Raum zu durchschreiten, so fängt er mit Vorliebe gleich an mit den Händen zu tasten und schließt, sich selbst überlassen, häufig noch die Augen, um sich ganz nach dem Gefühl vorsichtig tappend zu orientieren. Verbietet man ihm dann aber energisch, seine Hände zu benutzen, so macht er von seinen Augen Gebrauch und findet sich ganz gut zurecht, indem er den Hindernissen aus dem Wege geht, durch enge Zwischenräume zweier Objekte richtig hindurchgeht u. s. w. Auffällig aber bleibt auch bis in die letzte Zeit der Prüfungen, selbst nachdem er schon monatelang gesehen, seine relative Ungeschicklichkeit, sich nach dem Gesicht zu orientieren im Verhältnis zu seinen sonstigen im Sehen gemachten Fortschritten. Namentlich macht es immer wieder den Eindruck, als ob er seine excentrisch gewonnenen Gesichtseindrücke für die Orientierung sehr schlecht verwerten kann; sein Verhalten erinnert ganz an das der Patienten mit hochgradig eingengten Gesichtsfeldern (z. B. bei Retinitis pigmentosa), und doch läßt sich, wie schon erwähnt, objektiv nachweisen, daß seine Gesichtsfelder im wesentlichen als frei zu betrachten sind.

#### X. Die Augenbewegungen.

Die Augenmuskel-Verhältnisse vor der Operation sind oben beschrieben worden.

Auch nach den verschiedenen ausgeführten Operationen beim Beginn der Sehprüfungen ist in dem Verhalten des Nystagmus zunächst noch keine wesentliche Veränderung zu bemerken; es bestehen diese umherirrenden und namentlich in den Endstellungen fortwährend zuckenden Bewegungen der Augen noch fort. Es ist zuerst eigentlich durchaus unmöglich, den Knaben zum Fixieren eines vorgehaltenen Objektes zu bewegen; in der Regel legt er dann den Kopf etwas nach hinten über, ihn gleichzeitig etwas nach links neigend, stellt seine in fortwährend zuckenden Bewegungen befindlichen Bulbi

besonders nach unten-innen und schließt dabei fast die Augenlider; erst nach viertägigen Übungen fängt er an, auf Aufforderung hin, einen vorgehaltenen Gegenstand deutlich zu fixieren; jedoch tritt eine Pause im Nystagmus hierbei nicht ein, sondern derselbe ist kontinuierlich in seitlicher Richtung vorhanden; auch ist Patient nur im stande, den Blick für ganz kurze Zeit auf das Objekt zu richten; es treten dann interkurrent immer wieder seitliche oder auch in der Höhenrichtung starke Abweichungen der Bulbi ein; es ist, um mich im HERINGSchen Sinne auszudrücken, als ob das Doppelgespann der Augen dem Lenker durchgeht, und er noch nicht im stande ist, es dauernd im richtigen Geleise zu halten. Am neunten Tage der Sehprüfungen wird ein deutlich besseres Fixieren und Verringerung des Nystagmus notiert. Es ist jedoch dem Patienten um diese Zeit noch völlig unmöglich, lediglich auf Aufforderung hin, ohne dafs man ihm ein Objekt vorhält, eine Augenbewegung in einer bestimmten geforderten Richtung willkürlich auszuführen. Er weiß, was rechts und links, oben und unten ist, und zeigt es auch auf Fragen richtig, aber willkürlich seine Augen in eine dieser Richtungen, die man fordert, zu bringen, gelingt ihm nicht. Er rollt dann gewöhnlich bei allen derartigen Aufforderungen die Bulbi nach links und unten, so dafs sie zum Teil von den unteren Lidern gedeckt sind, und neigt dabei den Kopf etwas nach hinten über. Namentlich ist er auch nicht im stande, auf Geheiß die Augen geradeaus in die Ferne zu richten. Stellt man ihn vor das Fenster und fordert ihn auf, geradeaus auf die Strafsse zu sehen, so ist er dazu nicht im stande; er giebt dann in der Regel seinen Augen jene eben beschriebene Stellung nach unten-innen, öffnet dabei auch den Mund etwas, aber geradeaus in die Ferne richtet er den Blick nicht, und wenn es einmal ganz vorübergehend geschieht, so ist es unter fortwährendem Nystagmus, und gleich darauf irren dann die Augen wieder ab in eine Endstellung, gewöhnlich also nach

unten-innen. Ich will hier gleich bemerken, daß Patient auch nach circa dreimonatlichen Sehübungen noch nicht im stande ist, lediglich auf Geheiß hin, ohne daß man ihm einen Gegenstand vorhält oder eine zeigende Bewegung macht, Augenbewegungen in bestimmten geforderten Richtungen mit Sicherheit auszuführen; nach oben und unten geht es zuweilen, aber doch noch sehr unsicher, in seitlicher Richtung noch schlechter. Hält man dagegen ein Objekt ihm vor Augen und bewegt dasselbe nun nach allen Richtungen, so folgt er jetzt ganz prompt mit seinen Augen; in der ersten Zeit aber auch dann nicht oder doch nur sehr unsicher, namentlich sobald das Objekt aus seiner Fixierlinie heraus war und nur excentrisch gesehen wurde.

Es ist ferner bemerkenswert, daß Patient in der ersten Zeit, gefragt, wo ein Gegenstand sich befindet und wo er ihn sieht, nur sehr schwer zu bewegen ist, mit dem Finger auf den Gegenstand zu zeigen; in der Regel zeigt er nicht; auch scheint es ihm fast unmöglich zu sein, nach Schalleindrücken anfangs die Richtung mit dem ausgestreckten Arme richtig anzudeuten. In der späteren Periode der Sehprüfungen hat Patient allmählich gelernt, die Richtung, in welcher er etwas sieht oder hört, ganz prompt auch mit der Hand zu zeigen.

Ungefähr drei Wochen nach Beginn der Sehprüfungen wird wegen Strabismus convergens eine Tenotomie des linken rectus internus ausgeführt. Diese Operation führt zu einer richtigen Stellung der Bulbi und hat auch einen deutlich bessernden Einfluß auf die Intensität des Nystagmus.

Zweieinhalb Monate nach Beginn der Sehprüfungen läßt sich zum ersten Male konstatieren, daß der Nystagmus beim Fixieren in der Mittellinie für Momente fast ganz aufhört, gewöhnlich aber auch hier noch deutliches Hin- und Herschwanken der Augen in seitlicher Richtung; läßt man den Patienten in einer Endstellung, sei es beim Blick in seitlicher Richtung oder nach oben und unten fixieren, so ist der



Nystagmus viel ausgesprochener. Ebenso ist beim Ophthalmoskopieren der Nystagmus noch immer sehr stark, wodurch die Untersuchung sehr erschwert wird. So liegen auch heute noch (also nach circa vier Monaten seit Beginn der Sehprüfungen) in Bezug auf den Nystagmus die Verhältnisse, jedoch hat in der letzten Zeit beim Fixieren derselbe noch mehr abgenommen, und sind die Zeiträume der Ruhestellung hierbei gröfser geworden.

In der ersten Zeit der Sehprüfungen war bei Annäherung eines vorgehaltenen Objektes eine Konvergenz-Bewegung nicht sicher nachweisbar. Ungefähr zweieinhalb Monate nach Beginn der Sehprüfungen konnte man zuerst leichte Konvergenz-Bewegung beim Annähern eines Objektes nachweisen, und jetzt ist sie deutlich vorhanden, wenn auch in relativ geringem Grade.

Von Scheinbewegungen der Objekte hat nichts eruiert werden können, jedoch versteht der Knabe offenbar gar nicht, was man meint, und kann keine Auskunft geben.

#### XI. Refraktion und Sehschärfe.

Die Sehprüfungen wurden zunächst ohne Gläser, später mit stärkeren Konvexgläsern vorgenommen. Es war wegen des immer noch starken Nystagmus und der Unfähigkeit des Patienten eine bestimmte Richtung mit seinem Blicke inne zu halten, nicht möglich, objektiv im aufrechten Bilde die Refraktion für die macula lutea sicher zu bestimmen; es gelang nur annähernd, und dementsprechend wurden die Versuche später mit einer Brille (R : + 8 D, L : + 2 D) angestellt, welche Patient kontinuierlich trug.

Ebenso war eine exakte Bestimmung der Sehschärfe bei den mangelhaften Angaben des Patienten nicht mit Sicherheit ausführbar. Seine Sehschärfe war natürlich im Verhältnis zur normalen nur als gering zu bezeichnen; es steht das wohl im

Zusammenhänge in erster Linie mit dem mäßigen, aber immerhin deutlichen Mikrophthalmus, jedoch ohne jegliche Kolobombildung; denn die optischen Verhältnisse, wenigstens auf dem rechten Auge, lagen denkbarst günstig, es war, wie oben erwähnt, eine zentrale, ganz freie Lücke vorhanden, durch welche man ein klares Bild des Augenhintergrundes bekam. Immerhin sah Patient doch, wie sich aus den obigen Sehprüfungen auch ergibt, nicht ganz schlecht. Er erkannte z. B. eine Stecknadel, ein Streichholz, er sah ein weißes Papierquadrat von zwei Centimeter Seite in drei Meter Entfernung auf dem Boden liegen, so daß er direkt darauf losgehen und es aufheben konnte, er erkannte farbige Objekte in kleinen Quadraten von zwei Millimeter Seite richtig, eine Taschenuhr mit Kette in 1,5 bis 2 m Entfernung, einen kleinen Uherschlüssel, unterschied einen kleinen grauen Gummiball von einer gleichgroßen und sehr ähnlichen Kartoffel mit Sicherheit u. s. w. Ich habe versucht, mir in der Weise ein Urteil über sein Sehen und seine Sehschärfe zu verschaffen, daß ich durch Vorsetzen einerseits von Plangläsern, die mit einem Fett-Überzug versehen waren, und anderseits durch Hervorrufung sehr starker Zerstreuungsbilder durch starke sphärische Gläser, meine Sehschärfe annähernd in demselben Maße herabsetzte und nun regelrechte Sehproben anstellte. Auf dem linken Auge war die Sehschärfe etwas geringer als auf dem rechten.

## XII. Das psychische Verhalten des Patienten.

In Bezug auf das psychische Verhalten des Knaben ist zunächst hervorzuheben, daß er sehr still und apathisch war, er konnte vor den Operationen und auch nach denselben sich ganz ruhig auf einem Fleck verhalten, stundenlang an einer Stelle stehen, wenn man ihn sich selbst überliefs. Seine einzige Unterhaltung bestand eigentlich in Singen und Pfeifen. Sein ruhiges Verhalten kam ihm nach den Operationen sehr

zu stanno, wo er, beide Augen verbunden, sich ganz ruhig verhielt, und die Heilung nach den einzelnen Eingriffen schnell und reizlos erfolgte. Seine anfängliche völlige Gleichgültigkeit für sein wiedergewonnenes Sehen hat die Sehprüfung oft zu einer sehr zeitraubenden und sehr viel Geduld erfordernden gemacht, es hat sich in der ersten Zeit oft um stundenlangen täglichen förmlichen Unterricht gehandelt, um mit dem Knaben bei den verschiedenen Sehprüfungen vorwärts zu kommen und ihm oft manche Begriffe erst beizubringen. Ich kann hier nur der eingehenden Bemühungen meines Assistenten, des Herrn DR. BECKER dankbar gedenken, der mich vielfach bei diesen Untersuchungen unterstützt hat.

Es hat wochenlang gedauert, bis der Knabe anfang ein wesentlich lebhafteres Interesse an den Sehversuchen zu zeigen. Ja, eine eigentliche Veränderung seines ganzen psychischen Verhaltens ist erst nach Ablauf von ca. zwei Monaten seit Beginn der Sehprüfungen zu konstatieren. Es bedurfte vorher oft energischer Ermahnung, um überhaupt nur seine Aufmerksamkeit zu fesseln, auch da, wo ihm durch seine Unaufmerksamkeit eine direkte Unannehmlichkeit erwächst (er sich z. B. stößt u. s. w.). Und doch war der objektive Befund an den Augen und offenbar dementsprechend auch die Sehschärfe von Beginn der Sehprüfungen an die gleiche.

### XIII. Sonstige Bemerkungen.

Es seien hier noch einige kurze Mitteilungen in Bezug auf unseren Fall angeschlossen.

Zunächst wurde noch bei dem Knaben versucht, Aufschluß darüber zu erhalten, wie groß die Empfindungskreise an verschiedenen Stellen des Körpers (Zungenspitze, Fingerspitzen u. s. w.) seien, um eventuell festzustellen, ob sich bei ihm, namentlich an den Fingerspitzen, eine feinere Sensibilität und damit kleinere Empfindungskreise fänden, als sonst beim

normalen Menschen. Ich erinnere hier an eine Mitteilung über »Laura Bridgman« (*Erziehung einer Taubstummen-Blinden* von Prof. W. JERUSALEM 1890), wo angegeben wird, daß bei dieser Taubstummen-Blinden, z. B. die Tastempfindlichkeit der Volarseite der Zeigefinger erheblich erhöht gewesen sei, so daß die Untersuchte schon bei einem Abstände der Zirkelspitzen um 0,708 mm zwei getrennte Empfindungen erhielt, während der normale Mensch ungefähr erst bei einem Abstand von zwei Millimeter eine doppelte Empfindung bekommt. Bei unserem Knaben scheiterten diese Versuche an der völligen Unzulänglichkeit seiner Angaben. Ich habe aber bei einigen anderen intelligenten erwachsenen Blinden Untersuchungen darüber angestellt und gefunden, daß sich bei ihnen eine erhöhte Tastempfindlichkeit und damit eine Verkleinerung der Empfindungskreise an den verschiedenen Körperstellen, und namentlich an den Volarflächen der Fingerspitzen, in keiner Weise nachweisen liefs; so z. B. bei einem zwanzigjährigen, sehr intelligenten jungen Mädchen, das im Alter von  $2\frac{1}{2}$  Jahren erblindet war. Sie empfand bei der Prüfung nach der WEBERSchen Methode die Spitzen des Zirkels erst doppelt an den verschiedenen Körperstellen, und namentlich an den Fingerspitzen bei derselben Entfernung wie ich und andere normal sehende Menschen. Dasselbe zeigte sich bei anderen Blinden, und so auch bei einem einundzwanzigjährigen intelligenten jungen Menschen, der erst seit drei Jahren völlig erblindet war, der inzwischen die Blindenschule besuchte und den Blindenunterricht nach der Tastempfindung durchgemacht hatte. Auch bei ihm war in keiner Weise eine Verkleinerung der Empfindungskreise der Haut an den verschiedenen Körperstellen objektiv nachzuweisen. Mir erscheinen daher diese Angaben über »Laura Bridgman« mindestens sehr auffallend, da wir doch jedenfalls die Größe der Empfindungskreise der Haut im wesentlichen als abhängig von der anatomischen Verteilung unserer nervösen Tastorgane in der Haut ansehen müssen.

Ferner habe ich auch bei dem Jungen versucht, Aufschluß zu erhalten, wohin er bei Druck auf den Bulbus das Druckphosphen lokalisiert. Dieses Bemühen war ebenfalls ganz vergeblich, er konnte gar nichts darüber angeben. Es liegt in dieser Hinsicht meines Wissens in der Litteratur nur einmal die Angabe vor, daß der Kranke mit kongenitaler doppelseitiger Katarakt vor der Operation an der Stelle Lichterscheinungen erzielt habe, wo er einen Druck auf seinen Bulbus ausgeübt habe, und zwar ist es in dem Falle von ALBERTOTTI [Cataracta congenitalis, operiert von Prof. REYMOND an einem einundzwanzigjährigen Manne]. (*Arch. italiennes de biologie* 1885, pag. 34), auf welchen Herr Geheimrat Prof. CRAMER so liebenswürdig war, meine Aufmerksamkeit zu lenken. Ich muß gestehen, daß ich diesem angeblichen Verhalten in dem betreffenden Falle zweifelnd gegenüberstehe; denn es ist nicht abzusehen, warum der an kongenitaler Kataract Leidende, der doch den Lichtschein sieht und auch die Richtung erkennt, aus welcher er kommt, anders ein Druckphosphen lokalisieren soll, als der normal Sehende.

Auch über das Wesen der Träume bei unserem Patienten Auskunft zu erhalten, war nicht möglich. Ich habe auch in dieser Hinsicht Umfrage bei einer Anzahl von Blinden gehalten. So gab jenes vorhin erwähnte, im Alter von  $2\frac{1}{2}$  Jahren erblindete zwanzigjährige Mädchen an, die auf dem einen Auge noch die Anzahl der Finger unsicher in ca. 25 Centimeter Entfernung erkannte, daß sie fast niemals etwas im Traume sehe, und wenn das einmal vorkomme, so sei es nur z. B. von ihrem Vater ein ganz undeutliches, verschwommenes Bild, so wie sie ihn wirklich sehe, d. h. nur als einen verschwommenen, undeutlichen Schein, sie höre eigentlich nur die Stimme der Personen. Dieselbe Patientin gab mit aller Bestimmtheit an, daß sie aus der früheren sehenden Zeit auch nicht eine einzige deutliche Gesichtserinnerung mehr habe. Ich möchte dieses erwähnen, weil in einigen einschlägigen

Mitteilungen über unseren Gegenstand angenommen zu werden scheint, daß auch noch aus einer früheren Lebensperiode als zwei Jahre Gesichtserinnerungsbilder haften geblieben sein könnten. Ich möchte es für sicher halten, daß ein Mensch aus den ersten 2 bis  $2\frac{1}{2}$  Lebensjahren, wenn er zu dieser Zeit erblindet, für das spätere Leben keine optischen Erinnerungsbilder behält.

Jener einundzwanzigjährige junge Mann, erst seit drei Jahren erblindet, behauptete, seine optischen Erinnerungsbilder noch gut erhalten zu haben und auch vielfach im Traum zu sehen. Er gab jedoch spontan an, daß es ihm vorkomme, als seien seit ca. einem halben Jahre seine Gesichtsvorstellungen entschieden undeutlicher und verwischter geworden.

Ich will zuletzt noch erwähnen, daß unser Patient auch gleich im Beginn der Sehprüfungen, als er zwei Objekte der Größe und Form nach noch durchaus nicht nach dem Gesicht unterscheiden konnte, zwei verschieden schwere Gegenstände nach dem Gefühl sehr gut unterschied und richtig Auskunft darüber gab. Auch VON HIPPEL macht hierauf bei seiner Patientin besonders aufmerksam (»Beobachtungen an einem mit doppelseitiger Katarakt geborenen, erfolgreich operierten Kinde.« v. GRAEFE's *Arch. f. Ophthalmolog.* XXI., Abt. 2. 1875).

Ich bin mir dessen wohl bewußt, daß unser Fall weit entfernt davon ist, einem Postulate zu entsprechen, wie es schon LOCKE aufstellt, daß ein bis dahin von Geburt an völlig blinder Mensch plötzlich seine volle oder wenigstens eine sehr gute Sehkraft wieder erhält. Die Sehschärfe unseres Patienten ist eine relativ geringe, seine geistige Ausbildung bis zu seinem siebenten Lebensjahre offenbar sehr vernachlässigt, und so mußte schon aus diesen Gründen von manchen eingehenderen Prüfungen, gerade auch in Bezug auf die Entwicklung der Raumvorstellungen, des stereoskopischen Sehens u. s. w. Abstand genommen werden. Dahingegen war unser Patient wirklich als völlig blind bis auf die Wahrnehmung

eines Lichtscheins zu bezeichnen; auch Farben erkannte er vor den Operationen sicher nicht. Ebenso hatte er gar keine gegenständliche Wahrnehmung, weil außer seiner doppelseitigen kongenitalen Katarakt auch noch völlige ringförmige hintere Synechien bestanden. Unter den übrigen in der Litteratur niedergelegten einschlägigen Beobachtungen von BERKELEY, CHESELDEN, WARE, HOME, WARDROP, FRANZ, TRINCHINETTI, NUNNELY, HIRSCHBERG, VON HIPPEL, ALBERTOTTI, MARTIN, DOR, DUFOUR, MAUTHNER, GRANT, GOLDZIEHER, HOFBAUER, FISCHER, RAEHLMANN sind nur ganz vereinzelt, wo die Sehstörung so hochgradig war, und wo außer der Katarakt auch Pupillarverschluss bestand; in den bei weitem meisten Fällen konnten die Patienten auch vor der Operation noch Farben erkennen und zum Teil auch ganz grobe gegenständliche Wahrnehmungen machen. Ferner, glaube ich, ist bei unserem Fall hervorzuheben, daß er monatelang nach der Operation noch unter unmittelbarer Aufsicht blieb und fortwährend genau beobachtet wurde. Unser Fall, glaube ich, zeigt weiter, daß es mit dem Sehenlernen des wirklich bis nur auf Lichtempfindung, von Geburt an vollkommen blinden Menschen unter Umständen doch sehr langsam geht, und wie spät nach wiedergewonnenem Sehen das eigentliche Interesse an dem neuerschlossenen Sinn erst erwachen kann. In dieser Hinsicht erinnert unser Patient in mancher Beziehung an den von ALBERTOTTI beschriebenen. Auch die Beobachtungen über die Entwicklung des Farbenerkennungsvermögens erscheinen mir besonders erwähnenswert. Es tritt hierbei namentlich der große Unterschied hervor zwischen der Entwicklung des Farbensinnes beim  $1\frac{1}{2}$  jährigen Kinde, während das Erkennungsvermögen für Objekte bei Beiden in mancher Beziehung analoge Resultate liefert. Sehr markant waren auch die Ergebnisse in Bezug auf excentrisches Sehen und der in der ersten Zeit außerordentlich mangelhaften Verwertung excentrisch gewonnener Netzhaut-

Eindrücke; hierin gleicht unser Fall sehr dem ersten, jüngst von RAEHLMANN beschriebenen.

Interessant, glaube ich, darf auch das Verhalten unseres Patienten seinem eigenen Spiegelbilde gegenüber genannt werden und die Schwierigkeit, die er hatte, um sich ganz allmählich erst über die Natur seines eigenen Bildes klar zu werden, ferner die Eigenart, wie er sich manche der im Spiegel gesehenen Vorgänge auslegt, z. B. das Hineinkriechen des Bildes in den Rahmen u. s. w.

In Bezug auf die Augenbewegungen ist ebenfalls hervorzuheben, wie noch monatelang der Nystagmus fortbesteht und erst ganz allmählich sich vermindert, um schliesslich beim Fixieren, wenigstens für kurze Zeit, zu sistieren, ferner wie Patient zunächst unfähig blieb, auf Geheiß die Augen willkürlich nach bestimmten Richtungen zu drehen, ohne daß man ihn ein Objekt fixieren liefs, wie er aber sofort prompt folgte nach allen Richtungen, wenn ihm etwas hingehalten wurde.

Daß Patient im Laufe der langen Prüfungen wirklich ein binokulares Sehen trotz der relativ geringen Sehschärfe und trotz der früheren Schielstellung bekam, hätte man eigentlich nicht erwarten sollen, und doch war dies zweifellos, wie sich namentlich bei den Versuchen über die Schätzung von Distanzen und der relativen Gröfsenverhältnisse zweier verschieden weit entfernter Objekte ergab, je nachdem mit einem oder mit beiden Augen zusammen geprüft wurde.

Wie Patient das Zählen von mehreren vorgehaltenen Objekten allmählich lernte, war ebenfalls sehr gut zu verfolgen.

In Bezug auf das Erkennenlernen von Objekten decken sich die gemachten Erfahrungen vielfach mit denen früherer Untersucher; es haben hier die Vergleichsreihen zwischen unseren Patienten und einem 1½ jährigen normalen Kinde Interesse, und namentlich auch die Unterschiede, welche sich



ergeben, wenn man den beiden Untersuchten einmal die Gegenstände zeigt, sie befühlen läßt, ihnen die Bedeutung derselben demonstriert, und das andere Mal, wenn man die betreffenden Objekte nur zeigt und benennt, jedoch ohne den Untersuchten Gelegenheit zu geben, dieselben zu befühlen und sich über die Bedeutung zu orientieren.

Die Schwierigkeiten, in das Verständnis von bildlichen und figürlichen Darstellungen von Menschen, Tieren und Objekten sich hineinzufinden, namentlich wenn dieselben von den natürlichen Gröfsenverhältnissen sehr abweichen, sind für den Patienten ganz außerordentlich grofs, und bis zuletzt gelingt ihm dies vielfach gar nicht.

Ich will es unterlassen, hier auf die einzelnen Punkte noch einmal resumierend einzugehen, ich habe die betreffenden Daten deshalb von vornherein kapitelweise aufgeführt und aus den umfangreichen Protokollen nur kurze Auszüge mitgeteilt. Auch auf die einschlägige, recht umfangreiche Litteratur will ich an dieser Stelle nicht eingehen, es lag nur in meiner Absicht, mit den vorliegenden Aufzeichnungen einen, wenn auch nur bescheidenen, thatsächlichen Beitrag zum Kapitel des Sehen-Lernens und damit zu den Theorien von der Entwicklung unserer Sinnes-Empfindungen überhaupt zu liefern.

- Litteratur-Angaben: 1. BERKELEY (*New theory of vision*. 1709). 2. CHESELDEN (*Philosoph. Transact.* 1728. p. 447). 3. WARE (*Philosoph. Transact.* 1801. p. 382). 4. HOME (*Philosoph. Transact.* 1807. p. 83). 5. WARDROP (*Philosoph. Transact.* 1826. p. 529). 6. FRANZ (*Philosoph. Transact.* 1841. VI. p. 529). 7. TRINCHINETTI (*Arch. des sciences phys. et natur. de Genève*. Tom. VI. p. 336). 8. NUNNELY (bei STUMPF »Über den psychologischen Ursprung der Raumvorstellung«. Leipzig 1873. citiert). 9. HIRSCHBERG (v. GRÄFES *Arch.* Bd. XXI. Abt. 1. 1875). 10. v. HIPPEL (v. GRÄFES

*Arch.* Bd. XXI. Abt. 2. 1875). 11. DUFOUR (*Guérison d'un aveugle né, observation pour servir à l'étude des théories de la vision.* Lausanne 1876). 12. MAUTHNER (*Wien. med. Wochenschr.* 1880). 13. ALBERTOTTI (*Arch. italiennes de biologie.* 1885. p. 341). 14. DOR (*Revue génér. d'Ophthalmologie.* 1886). 15. GOLDZIEHER (*Wien. med. Wochenschr.* 1887). 16. FISCHER (*Zeh. klin. Mon.-Bl. f. Augenheilk.* Dezember-Heft. 1888). 17. RAEHLMANN (*Zeitschr. f. Psycholog. u. Physiolog. d. Sinnesorgane.* Bd. II. p. 53. 1891).

Außerdem liegen noch einschlägige Mitteilungen von GRANT, MARTIN, PARLI, HOFBAUER u. a. vor, die ich mir jedoch nicht zugänglich machen konnte.

---

Beiträge zur Lehre vom Augenmafs.

Von


J. v. KRIES in Freiburg.



Es ist eine bekannte und zuweilen zu geselliger Belustigung benutzte Thatsache, daß man die Gröfse wohlbekannter Gegenstände häufig nur sehr unsicher und mit grofsen Fehlern frei aus dem Gedächtnis aufzuzeichnen oder sonst irgendwie anzuzeigen vermag. Fordert man jemanden auf, mit zwei Bleistiftstrichen auf einem Blatt Papier die Gröfse eines Geldstückes zu markieren oder an der Wand die Höhe eines Cylinderhuts darzustellen, so erhält man oft Urteile, die in überraschender Weise von der Wahrheit abweichen.

Die Erwägung dieser und gewisser, alsbald zu erwähnender ähnlicher Thatsachen führt nun zu manchen Betrachtungen, welche zwar, wie dies ja auf psychologischem Gebiete häufig ist, zunächst mehr in Fragestellungen als in positiven Ergebnissen gipfeln, aber immerhin wohl verdienen, einmal besprochen zu werden.

Man kann bei den soeben erwähnten Versuchen zunächst von dem Umstande als unwesentlich abstrahieren, daß die Aufgabe einer aktiven Darstellung nach Maßgabe eines Erinnerungsbildes gestellt ist, und dafür die in vieler Hinsicht einfachere substituieren, eine vorgelegte und sinnlich (optisch) wahrgenommene Gröfse bezüglich ihrer Übereinstimmung mit früher wahrgenommenen zu prüfen. Diese beiden Aufgaben sind zwar keineswegs allemal zu identifizieren, denn



es kommt z. B. vor, daß jemand die Höhe eines Tones, den er hört, erkennen kann, ohne daß er im Stande wäre, sich, wenn er nichts hört, einen bestimmten Ton frei aus der Phantasie oder dem Gedächtnis richtig vorzustellen. Aber in dem hier in Rede stehenden Beispiel bezüglich des Augenmaßes ist man stets in der Lage, die etwa versuchsweise angezeigte Gröfse zu sehen. Der Schwerpunkt des Versuchs liegt also ohne Zweifel in der Gröfsenbeurteilung gesehener Gegenstände. Man könnte daher wohl auch so zu Werke gehen, daß man aus einer vorgelegten größeren Anzahl von Linien verschiedener Länge diejenige herausuchen liefse, welche die Ausdehnung der betreffenden Gegenstände zu haben scheint. Das psychologisch Beachtenswerte der Versuche tritt nun, wie ich glaube, erst dann hervor, wenn man eine weitere Voraussetzung namhaft macht, die man wohl stillschweigend zu machen pflegt und die allerdings auch richtig sein dürfte. Es wird nämlich anzunehmen sein, daß die Gröfse der betreffenden Gegenstände in dem Sinne bekannt ist, daß es sogleich bemerkt werden würde, wenn ein solcher in einer von der Norm erheblich abweichenden Gröfse sich uns präsentierte. In der That würde uns wohl ein Geldstück von der Form und Prägung des Markstücks, welches aber um mehrere Millimeter kleiner oder größer wäre als die wirklichen Markstücke, sogleich als unrichtig auffallen; ebenso würde ein Hut, der die anderthalbfache oder doppelte Höhe eines mittleren Cylinderhutes besäße, ohne Zweifel ungeheuerlich und von dem Gewohnten stark abweichend erscheinen. Das Eigentümliche jener Thatsachen besteht also darin, daß die Erkennung einer jetzt gesehenen Gröfse oder die Vergleichung derselben mit einem Erinnerungsbilde nicht bloß von der Gröfse des jetzt gesehenen und zu beurteilenden Gegenstandes abhängt, sondern zugleich von seiner sonstigen Beschaffenheit, von seinen optischen Qualitäten. Es liegt hier, wie man etwa sagen könnte, eine gewisse Beschränkt-

heit des Abstraktionsvermögens<sup>1</sup> vor. Wir kennen zwar den ganzen Komplex sinnlicher Eindrücke, welcher einem in unserer Erfahrung vielfach vorgekommenen Gegenstande entspricht, aber nur viel unsicherer einen einzelnen Teil oder, wenn ich so sagen darf, eine einzelne Seite desselben, wie etwa die Gröfse. Man kann derartige Thatsachen wohl als Ausnahmefälle bezeichnen, denn es ist ja bekannt, in welchem Mafse wir sonst ein Abstraktionsvermögen in dem obigen Sinne besitzen. In der That erkennen wir ja (hierauf beruht die Möglichkeit aller auf die Farbe Verzicht leistenden Zeichnungen) Gegenstände, die wir stets in einer gewissen Farbenverteilung gesehen haben, auch in solchen Darstellungen, welche nur die Helligkeitsverteilung wiedergeben, ja sogar in solchen, die nur die Umrisse enthalten, also überhaupt nur die Form zur Anschauung bringen. Wir erkennen also Formen wieder, auch wenn sie nicht in der gleichen Erfüllung mit optischem Material vorgelegt sind, in der wir sie früher gesehen haben. Nicht minder erkennen wir auch Farben unabhängig von den Formen, denn die Farbe eines viel gesehenen und dem Gedächtnis wohl eingepägten Gegenstandes kann an einer Probe sehr wohl erkannt werden, wenn auch vielleicht nicht mit derselben Genauigkeit, mit der an dem Gegenstande selbst eine Abweichung von seiner bekannten Färbung bemerkt werden würde. Die Beispiele für dieses dem Sinnesgedächtnisse eigentümliche Abstraktionsvermögen liefsen sich leicht häufen. Auch ist klar, wie wertvoll, ja unentbehrlich uns dasselbe ist. Was sollte aus uns werden, wenn wir das Grün eines Blattes immer nur wieder an einem Blatte von

---

<sup>1</sup> Ich möchte wenigstens der Kürze halber diesen Ausdruck hier benutzen, wiewohl er vielleicht nicht ganz zutreffend ist. Im Grunde handelt es sich darum, dafs die einen Teil oder eine Besonderheit eines sinnlichen Eindrucks betreffenden Urteile nicht ausschliesslich von diesem Teil oder dieser Qualität abhängen, sondern zugleich durch die Begleiterscheinungen oder die übrigen Qualitäten mitbestimmt werden.

gleicher Form und Gröfse erkennen könnten, wenn eine in Geigentönen gehörte Melodie uns etwas Neues und Unbekanntes wäre, sobald wir sie etwa von einer menschlichen Stimme gesungen hören! — Ich bin nun zu einer Durchmusterung der einschlägigen Thatsachen des Gedächtnisses für sinnliche Eindrücke durch gewisse Beobachtungen über das Tongedächtnis veranlaßt worden. Dieselben bestehen, kurz gesagt, darin, dafs viele Personen, die überhaupt mit der Fähigkeit begabt sind, einzelne Töne ihrer Höhe nach richtig zu erkennen, dieses Vermögen in einer höchst auffälligen Weise ungleich für verschiedene Klangarten besitzen, also z. B. Klavier- oder Geigentöne erkennen, nicht aber Töne der menschlichen Stimme u. dgl. m. Hier ist also das die Höhe betreffende Urteil nicht allein von der Höhe, sondern zugleich von der Klangfarbe bezüglich seiner Entstehung und eventuell seiner Sicherheit abhängig, und zwar nicht blofs in einem geringen Betrage, sondern so, dafs ein Urteil, das bei gewissen Klangfarben mit grofser Sicherheit und Genauigkeit abgegeben werden kann, bei anderen ganz unmöglich wird. Es ist hier nicht der Ort, auf diese Erscheinung genauer einzugehen, doch wollte ich sie nicht unerwähnt lassen, da sie wohl geeignet ist, den Gesichtspunkt, aus dem hier die Erscheinungen des Augenmafses behandelt werden, klarer hervortreten zu lassen.

Ehe ich mich diesem Gegenstande im einzelnen zuwende, möchte ich noch zwei Punkte berühren, in denen Verschiedenartiges sorgfältig auseinandergehalten werden mufs. Erstlich mufs man hier, wie bei allen Vergleichungsaufgaben, den konstanten von dem variablen Fehler trennen. Dafs z. B. die Art des optischen Eindrucks für die scheinbare Gröfse in gewissem Mafse in Betracht kommt, ist sehr bekannt; die Vergleichung geteilter und ungeteilter Linien und zahlreiche ähnliche Thatsachen beweisen es. Die Ungleichheit des optischen Eindrucks bedingt hier konstante Vergleichungs-



fehler. Dies ist etwas ganz anderes, als wenn die Sicherheit der Vergleichung, wie sie in dem variablen Fehler sich ausdrückt, durch die Begleiterscheinungen beeinflusst wird. Es ist, im Hinblick auf die erwähnten Thatsachen aus der Akustik, wesentlich der variable Fehler, der hier in Betracht zu ziehen wäre. Sodann ist es notwendig, zu unterscheiden, ob die Aufgabe gestellt ist, zwei gleichzeitig oder unmittelbar nacheinander (eventuell abwechselnd) gegebene sinnliche Eindrücke zu vergleichen, oder aber nur einen gegenwärtig realisierten zu rekognoszieren, wie das bei einer Benennung oder einer frei aus dem Gedächtnis vollzogenen Schätzung stattfindet. Es möge der erste Fall als Vergleichung, der zweite als Erkennung bezeichnet werden.<sup>1</sup> In Anlehnung an die erwähnte Eigentümlichkeit des Tongedächtnisses und aus Gründen, die noch zu berühren sein werden, habe ich, im Gegensatz zu der Mehrzahl bisheriger Untersuchungen über das Augenmafs, nicht die Vergleichung, sondern die Erkennung hauptsächlich in Betracht gezogen.

Es schien mir nun zuvörderst von einigem Interesse, die eingangs erwähnte Thatsache bezüglich der Größenerkennung etwas genauer festzustellen und mich von der Realität der dort angenommenen Abhängigkeit der Größenschätzung von der Beschaffenheit des gesehenen Gegenstandes zu überzeugen. Ich verfuhr zu diesem Zwecke so, dafs ich auf ein Blatt eine Reihe einfacher Linien, jede um 0,5 mm länger als die vorhergehende, zeichnete. Ausserdem liefs ich von der Wappenseite eines Markstückes eine Serie von Photographien in zunehmender Gröfse herstellen, so dafs die Durchmesser regelmäfsig um 0,5 mm stiegen. Eine gröfsere Anzahl von Personen wurde nun ersucht, frei aus dem Gedächtnis zunächst die Linie anzugeben, welche dem Durchmesser eines Markstückes gleich sei, sodann unter den Photographien diejenige zu bezeichnen,

<sup>1</sup> Die Frage nach dem tieferen psychologischen Unterschiede beider Verfahrensweisen mag hier auf sich beruhen bleiben.

welche die richtige natürliche Gröfse des Markstückes habe. Es zeigte sich nun sehr deutlich, dafs das Urteil durch die Betrachtung der ganzen Münzenbilder sehr an Sicherheit und Richtigkeit gewinnt im Vergleich zu dem anderen Falle, in dem nur Linien gesehen werden. Der wahre Durchmesser eines Markstückes beträgt fast genau 24 mm. Die bei Betrachtung der Linien gemachten Angaben schwankten von 18,0 bis 28,0; von den Photographien mafs die kleinste als richtig bezeichnete 20,0, die gröfste 26,0 mm. Der mittlere Fehler betrug für die Linien 2,74 mm, für die Bilder 0,99 mm. Allerdings geben diese Zahlen noch kein ganz richtiges Bild von der Sicherheit der Beurteilung, sofern gerade bei dieser Art der Gröfsschätzung ein bedeutender konstanter Fehler sich bemerkbar macht. Derselbe liegt merkwürdigerweise in dem Sinne, dafs die als richtig erachteten Linien im Durchschnitt kleiner sind, als die ebenso beurteilten Photographien, so als ob die ungeteilte einfache Linie bei in Wirklichkeit gleicher Ausdehnung gröfser erschiene, als das zahlreiche Details enthaltende Bild. Das Mittel sämtlicher angegebenen Liniengröfsen beträgt nämlich nur 21,58 mm, ist also um 2,42 mm zu niedrig, während das Mittel der angegebenen Bildgröfse mit 23,60 mm dem wahren Werte sehr nahe kommt. Hinsichtlich des variablen Fehlers giebt eine Versuchsreihe wie diese keinen ganz sicheren Aufschluß. Indessen ist es doch bemerkenswert, dafs die Linienangaben auch untereinander beträchtlich stärker divergieren, als die an den Photographien gemachten. Bildet man die Werte, um welche die einzelnen Linienangaben sich (nicht von dem wahren Werte, sondern) von dem arithmetischen Mittel aller Linienangaben, 21,58 mm, unterscheiden, so erhält man als Mittelwert aller dieser Abweichungen den variablen Fehler 1,69 mm oder nahe 8%. Der analoge Wert beträgt für die gewählten Gröfsen der Photographien 0,73 mm oder wenig über 3%.

Man darf also wohl sagen, dafs die Wiedererkennung

einer an bestimmten Gegenständen dem Gedächtnisse eingepprägten GröÙe an Gegenständen anderer Art merklich schwieriger und unsicherer ist, als an den betreffenden Gegenständen selbst.

Immerhin wird man die Abhängigkeit der GröÙenschätzung von der Art des optischen Eindrucks nur eine geringe nennen dürfen, denn auch an Objekten völlig anderer Art können wir die GröÙe eines bekannten Gegenstandes noch leidlich wiedererkennen oder darstellen. Die Fehler sind bedeutender als bei gleichartigen Objekten, aber die Aufgabe ist doch ganz wohl lösbar.

Während also hier für die Ungleichartigkeit des Tongedächtnisses sich in gewissem, wenn auch geringem Maße Analogien auffinden lassen, giebt es gewisse andere Erscheinungen im Gebiete des Sinnesgedächtnisses, welche in etwas anderer Weise auch zu jenen Thatsachen in Beziehung gebracht werden können. Da die Untersuchung des Augenmaßes von selbst auf diese Dinge führt, so berichte ich über meine in dieser Richtung angestellten Versuche einfach der Reihe nach.

Ich begann mit der einfachsten Aufgabe, darin bestehend, eine ganz bestimmte Länge, in allen Fällen die von 50 mm, aus dem Gedächtnis durch Markierung zweier Punkte auf einem Papierblatt darzustellen, und führte solche Versuche in Reihen zu je 15 Einzelbestimmungen aus. Entsprechend dem Sinn der Versuche mußte Sorge getragen werden, daß zwischen je zwei Einzelbestimmungen hinlängliche Zeit verstrich, um das Ergebnis einer jeden immer nur durch das dem Gedächtnis dauernd eingepprägte Bild, nicht aber durch den vorausgegangenen Versuch bestimmen zu lassen. Ich glaube, daß hierzu eine äußerst kurze Zeit schon ausreichend ist, weil die Erinnerung an die letztgesehene Strecke sehr schnell verblasst, namentlich wenn die Pausen zwischen je zwei Versuchen durch irgend eine andersartige Thätigkeit ausgefüllt werden, was stets der Fall war. Doch beobachtete ich als Regel, die Pausen nicht kürzer als fünf Minuten zu

machen. Oft waren sie auch erheblich länger, doch schien es andererseits auch geboten, die Reihen nicht über zu lange Zeiten zu erstrecken, und so wurde darauf gehalten, eine jede Serie stets an einem Vor- oder Nachmittag zu Ende zu führen. Selbstverständlich ist ferner, daß die gezeichneten Punkte sogleich verdeckt und vor Abschluß der Reihe nicht wieder betrachtet wurden; ebenso, daß nicht bloß die Ausmessung erst nach Beendigung der ganzen Reihe stattfand, sondern auch während der Versuche keine andere Gelegenheit gegeben wurde, Gegenstände von bekannter und ähnlicher Gröfse, Mafsstäbe u. dgl. zu betrachten. Bei diesen Vorsichtsmafsregeln giebt der reine variable Fehler (d. h. der Mittelwert der positiv genommenen Abweichungen aller Einzelbestimmungen einer Reihe von dem arithmetischen Mittel aller Bestimmungen derselben Reihe) ein Bild von der Sicherheit der absoluten Gröfsschätzung oder, wie man wohl auch sagen kann, von der Treue der von einer bestimmten Gröfse bewahrten Erinnerung. Die Ergebnisse solcher Versuche zeigt die nachstehende Tabelle.

Tabelle 1.

Herstellung einer Strecke von 50 mm frei aus dem Gedächtnis. Binokulare Beobachtung. Markierung beider Endpunkte. Augen frei bewegt. Augenabstand wechselnd.

Datum	Konstanter Fehler		Reiner variabler Fehler	
	in mm	in %	in mm	in %
2. März ....	— 1,31	2,6	0,84	1,68
3. » ....	— 2,4	— 4,8	0,75	1,50
4. » ....	+ 0,95	+ 1,90	0,95	1,90
5. » ....	— 0,65	+ 1,30	0,93	1,86
9. » ....	+ 1,53	+ 3,06	0,66	1,32
25. » ....	+ 2,47	+ 4,94	1,00	2,00
30. » ....	— 0,15	— 0,30	1,08	2,16
14. April ....	— 2,45	— 4,90	0,95	1,90
16. » ....	— 0,9	— 1,80	0,95	1,90
18. » ....	— 1,53	— 3,06	1,03	2,06
25. Mai .....	— 3,61	— 7,22	0,99	1,98
31. » .....	+ 0,48	+ 0,96	0,52	1,04
Mittel:			0,89	1,78

Es ist dabei zu bemerken, dafs vor den ersten hier mitgeteilten Versuchen schon eine kleine Zahl ähnlicher in unsystematischer Weise angestellt worden war, also eine gewisse Einübung bereits vorlag. Dagegen stehen die Versuche im übrigen nicht unter dem Einflusse einer regelmäfsig fortschreitenden Übung, da die einzelnen Reihen mehrfach durch gröfse Unterbrechungen voneinander getrennt waren. Begreiflich ist das Schwanken der konstanten Fehler; denn jede Beschäftigung mit Längenmafsen, schon die Ausmessung jeder Versuchsserie, korrigiert und ändert jedesmal die Vorstellung von den herzustellenden Längen; hat eine Reihe erheblich zu kleine Werte gegeben, so besteht sogleich die Tendenz, bei der nächsten Reihe die Strecke etwas gröfser zu machen. Der variable Fehler schwankt von 0,55 bis 1,08 mm und beträgt im Durchschnitt aller Reihen 0,89 mm oder 1,78%.

Jeder Versuch, über die Bedingungen derartiger Rekognitionen oder Schätzungen etwas Genaueres zu ermitteln, wird nun vor allem dem Umstande Rechnung zu tragen haben, dafs die Gröfse einer gesehenen Strecke nicht als Korrelat eines einfachen Empfindungsmerkmals, sondern als das Ergebnis verschiedenartiger Eindrücke anzusehen ist. Zunächst kann daran erinnert werden, dafs schon die scheinbare Gröfse, der Sehwinkel, unter welchen die Strecke erscheint, in doppelter Weise sich geltend machen kann; nämlich einerseits durch die Gröfse des Netzhautbildes, welches der betreffenden Strecke entspricht, andererseits durch das Mafs von Augenbewegung, welches erforderlich ist, um den Blick von einem zu dem anderen Endpunkt wandern zu lassen. Was ist für die Gröfsenvorstellung mafsgebend, gleichzeitiges Sehen der ganzen Strecke (resp. der beiden Endpunkte) oder die Blickbewegung? MÜNSTERBERG hat in seinen Versuchen über das Augenmafs<sup>1</sup> gezeigt, in welchem Mafse die Genauigkeit

<sup>1</sup> MÜNSTERBERG, *Beiträge zur experimentellen Psychologie*. Heft II.

der Vergleichung zweier Strecken beeinträchtigt wird, wenn sie mit fixiertem Blick geschieht. Der variable Fehler seiner Einstellungen stieg z. B., nachdem er bei frei bewegten Augen 2,1<sup>0</sup>/<sub>0</sub> betragen hatte, bei fixiertem Blick auf 4,3<sup>0</sup>/<sub>0</sub><sup>1</sup>. Doch darf hieraus wohl nicht ohne weiteres auf eine dominierende Bedeutung der Augenbewegungen geschlossen werden. Auch MÜNSTERBERG erwähnt an anderer Stelle die Bedeutung des indirekten Sehens. Man wird außerdem geltend machen können, daß das Fixieren unter allen Umständen eine unbequeme und die Aufmerksamkeit in gewissem Maße in Anspruch nehmende Aufgabe ist; die Genauigkeit der Vergleichung könnte also wohl selbst dann leiden, wenn die Durchlaufung der Strecke mit dem Blick eine direkte Bedeutung für die Größenschätzung nicht besäße. Noch näher liegt die Annahme, daß die Größenschätzung, selbst wenn sie in erster Linie auf den Netzhautdistanzen beruht, doch an Genauigkeit gewinnt, wenn die Strecke durch Bewegung des Auges successive auf vielen verschiedenen Netzhautstellen abgebildet werden kann. Jedenfalls erschien es von einigem Interesse, zu erfahren, welche Genauigkeit des Urteils erreicht werden kann, wenn, unter Elimination des indirekten Sehens, dasselbe auf die Blickexkursion beschränkt wird. Es liefs sich dies ohne Schwierigkeit durch eine Einrichtung erreichen, die gestattete, vermittelst eines leicht gleitenden Schiebers einer auf weißem Grunde allein sichtbaren feinen Spitze eine von rechts nach links (und umgekehrt) gerichtete Bewegung variabler Exkursion zu erteilen. Die Exkursion erfolgte zwischen zwei Anschlägen, von denen der eine dauernd fest, der andere verschieblich, aber ebenfalls feststellbar war; sie konnte nach Belieben schnell oder langsam ausgeführt werden. Unter diesen Umständen kann die Gröfse der vom Zeiger durchlaufenen Strecke in der Weise beurteilt werden, daß

---

<sup>1</sup> A. a. O. S. 164.

man der Hin- und Herbewegung desselben mit dem Blick folgt und so die Augenbewegung dem Urteil zu Grunde legt. Die gleichzeitige Wahrnehmung der ganzen Strecke fällt fort, da immer nur ein Endpunkt gesehen werden kann, der andere aber dann nicht markiert ist. Indem ich solcher-  
gestalt wieder versuchte, Strecken von 50 mm einzustellen, erhielt ich die folgenden Resultate:

Tabelle 2.

Einstellung einer Strecke von 50 mm frei aus dem Gedächtnis; Schätzung lediglich mit Hilfe der Augenbewegungen. (Endpunkte der Strecken nicht gleichzeitig markiert.) Binokulare Beobachtung. Reihen zu je 15 Einzelbestimmungen.

Datum	Konstanter Fehler		Reiner variabler Fehler	
	in mm	in %	in mm	in %
28. Mai . . . . .	+ 1,23	+ 2,46	1,38	2,76
29. » . . . . .	— 0,72	— 1,44	1,69	3,38
30. » . . . . .	— 0,13	— 0,26	1,49	2,98
1. Juni . . . . .	— 1,67	— 3,34	2,00	4,00
1. » . . . . .	— 1,37	— 2,74	1,58	3,16
Mittel:			1,63	3,26


Der variable Fehler beträgt hier im Durchschnitt 1,63 mm oder 3,26%. Es scheint mir bemerkenswert, daß ein so hoher Grad von Genauigkeit lediglich mit Hilfe der Augenbewegungen erzielt werden kann. Immerhin ist auch hier der variable Fehler nahe auf den doppelten Wert desjenigen gestiegen, der bei Mitwirkung des indirekten Sehens gefunden wurde. Daß dieses bei der Größenschätzung sehr wesentlich mitbeteiligt ist, läßt sich teils aus dieser Thatsache, teils auch aus anderen Erscheinungen schließen, welche bei den letzt-erwähnten Versuchen sich geltend machen. Mir wenigstens drängte sich dabei sogleich die Bemerkung auf, daß ich in einer von dem gewöhnlichen Verfahren ganz abweichenden Weise die Schätzung ausführen mußte und mich demgemäß unsicher fühlte. Auch war ich zuerst immer unwillkürlich geneigt, die Augen der Bewegung des Zeigers nicht folgen

zu lassen, sondern das eine Ende seines Weges mit dem Blick festzuhalten, während er nach dem anderen bewegt wurde, und so doch zu einem Übersehen der ganzen Strecke zu gelangen. Ich möchte hiernach für mich schliessen, daß die Größenvorstellung in erster Linie auf dem gleichzeitigen Sehen der Strecken beruht (also auf den Netzhautbildern), daß sie aber durch die Augenbewegungen erleichtert wird, und daß sie nur unter besonderen Umständen, mit einer allerdings merklich geringeren Genauigkeit, auch durch die Augenbewegungen allein vollzogen werden kann.

Sollten, was wohl nicht unwahrscheinlich ist, sich für gewöhnlich beide Momente an dem Zustandekommen der Größenvorstellung beteiligen, so ist es doch jedenfalls unmöglich, sich dies isoliert zum Bewußtsein zu bringen. Ins Bewußtsein tritt nur die Vorstellung der Größe; die sinnlichen Elemente, auf denen sie etwa beruht, sind nicht ohne weiteres faßbar.

Viel wichtiger ist ein anderer Punkt: Die in den obigen Versuchen verlangte Schätzung der Größe hängt von zwei ganz verschiedenen Faktoren ab, einerseits von dem Sehwinkel, unter welchem die Strecken erscheinen, andererseits aber von der Entfernung.

Es war bei meinen Versuchen absichtlich zunächst nicht Sorge getragen, die Entfernung, aus der die Strecke betrachtet wurde, konstant zu halten. Vielmehr wurde die Haltung des Kopfes gegenüber dem auf dem Tische vor mir liegenden Blatt ganz beliebig nach Bequemlichkeit gewählt und auch bei jedem einzelnen Versuche die Entfernung der Augen von dem Blatte etwas variiert, so wie es für die Genauigkeit des Urteils so zu sagen instinktiv vorteilhaft erschien. Es schien mir nun von Interesse, das Verhältnis dieser beiden einzelnen Momente, des Sehwinkels und der Entfernung, die ja jedenfalls in die Größenschätzung irgendwie eingehen müssen, etwas genauer zu eruieren, und zwar um so mehr, da





dieselben jedenfalls nicht im einzelnen zum Bewußtsein gebracht werden; wir schätzen direkt die Gröfse des gesehenen Gegenstandes, ohne dabei an Sehwinkel oder Entfernung überhaupt zu denken.

Man könnte nun zunächst wohl erwarten, dafs die Schätzung an Genauigkeit gewinnen werde, wenn man von jenen beiden Elementen eines eliminiert und sie z. B. durch Fixierung des Abstandes auf eine Beurteilung des Sehwinkels allein reduziert. Ich führte nun ähnliche Versuche wie die früheren (Markierung zweier Punkte in einem Abstände, der gleich 50 mm zu machen war) an einer vertikalen Schreibfläche aus, welche mit einer der Stirn zur Stütze dienenden, 30 cm von der Fläche abstehenden Leiste versehen war. Die in solcher Weise bei konstantem Abstände der Augen von der Schreibfläche ausgeführten Versuche ergaben die folgenden Resultate:

Tabelle 3.

Einstellung einer Strecke von 50 mm frei aus dem Gedächtnis. Binokulare Beobachtung.  
Beide Endpunkte markiert. Augen frei bewegt. Augenabstand fixiert.

Datum	Konstanter Fehler		Reiner variabler Fehler	
	in mm	in ‰	in mm	in ‰
25. Mai . . . . .	— 1,52	— 3,04	1,05	2,10
25. » . . . . .	+ 1,57	+ 3,14	1,00	2,00
26. » . . . . .	+ 0,64	+ 1,28	0,81	1,62
27. » . . . . .	— 0,90	— 1,80	1,17	2,34
3. Juni . . . . .	— 1,55	— 3,10	1,32	2,76
3. » . . . . .	+ 1,29	+ 2,58	0,53	1,06
4. » . . . . .	+ 0,45	+ 0,90	0,60	1,20
Mittel aller Reihen:			0,93	1,86

Die Genauigkeit der Einstellung war hiernach nicht nur nicht gröfser, sondern, namentlich anfangs, sogar noch etwas kleiner, als bei den unregelmäfsig wechselnden Entfernungen der ersten Versuchsreihe. Der Grund dieser Thatsache ergibt sich nun sogleich, wenn man in anderer Weise das Gedächtnis für Sehwinkel einer Prüfung unterzieht. Ich finde

nämlich, dafs ich, im Gegensatze zu der relativ guten Schätzung absoluter Gröfsen, für Sehwinkel von der hier in Frage gekommenen Gröfsenordnung eine in höchstem Grade mangelhafte Schätzung und so zu sagen gar kein Gedächtnis besitze. Ähnliches wird ohne Zweifel auch für viele andere Beobachter zutreffen und vielen, die sich mit derartigen Fragen beschäftigt haben, wohl bekannt sein. Da indessen der Gegenstand, so viel ich weifs, nicht eingehender behandelt worden ist, so will ich ein paar Angaben darüber hier folgen lassen.

Ich bemühte mich zunächst, auf Gegenständen in ganz verschiedener Entfernung Strecken zu suchen, welche in demselben Sehwinkel erschienen, wie die 5 cm Strecke in 30 cm Abstand, ein Sehwinkel, der durch die eben vorausgegangenen Versuche dem Gedächtnis hätte eingeprägt sein können. Dabei bemerkte ich, dafs ich der Aufgabe so zu sagen ganz ratlos gegenüberstand und mehr auf ein Raten als ein wirkliches Schätzen angewiesen war. Statt der geforderten Winkelgröfse von 0,167 hielt ich dann noch zuerst eine von 0,05, dann eine von 0,09, dann 0,169 für richtig. Es werden also hier zuerst Fehler von enormem Betrage gemacht. Allmählich behält man freilich, welche Gröfsen etwa in verschiedenen Entfernungen anzugeben sind, oder man fängt an, das Verhältnis der absoluten Gröfse zur Entfernung numerisch zu beurteilen. Aber statt einer direkten Erkennung des Sehwinkels, findet jetzt vielmehr eine Art von Berechnung statt. Dieser Umstand steht einer weiteren Ausdehnung ähnlicher Versuche im Wege. Man kann aber ähnliches, wie ich glaube, überall beobachten, wo für die Einprägung eines bestimmten Sehwinkels Gelegenheit gegeben ist. So werden z. B. enorme Fehler gemacht, wenn man versucht, auf einer Fläche in mäfsiger Entfernung den Sehwinkel abzutragen, unter dem der volle Mond erscheint. Ebenso finde ich es für mich ganz unmöglich, auf nahen Flächen die scheinbare

Gröfse darzustellen, welche, von meinem Zimmer aus gesehen, der Turm des hiesigen Münsters besitzt, obwohl ich diesen Anblick mir durch ungemein häufige Betrachtung sehr eingepägt habe und auch die betreffende Gröfse am freien Himmel annähernd darstellen kann. Ferner kann man durch Versuche etwas anderer Art sich davon überzeugen, dafs selbst eine Vergleichung zweier Schwinkel, die gleich nacheinander wahrgenommen werden, in höchstem Grade schwierig und unsicher ist. Man braucht sich nur die Aufgabe zu stellen, auf einem in bestimmter Entfernung von den Augen befestigten Blatte Strecken zu markieren, die in gleichem Schwinkel erscheinen, wie eine Reihe anderer gleichzeitig sichtbarer Gegenstände in verschiedener Gröfse und Entfernung. Nur mufs man dabei acht geben, dafs nicht die Gegenstände selbst oder andere ihnen nahe benachbarte sich direkt auf den Rand des Papierblattes projizieren. Am besten nimmt man als Mafs Gegenstände, welche seitwärts liegen, während das Papierblatt gerade vorn angebracht ist. Die kleine, für die Wendung des Kopfes erforderliche Zeit reicht aus, um das Gedächtnisbild des betreffenden Schwinkels, wenn ein solches überhaupt entsteht, in höchstem Grade unbestimmt zu machen. Um eine Vorstellung von dem Verlaufe derartiger Versuche zu geben, teile ich einige so erhaltene Zahlen mit.

Tabelle 4.

	Als Mafs vorgelegte Winkelgröfse	Als gleich eingestellte	Fehler in % des kleineren Werts
1	0,07	0,133	90
2	0,05	0,187	274
3	0,40	0,50	25
4	0,88	0,90	2
5	0,089	0,102	15
6	0,089	0,036	148
7	0,168	0,124	35

Die ersten vier Versuche rühren von mir, die letzten von drei anderen Personen her. Die als Maß dienenden Gegenstände befanden sich in Entfernungen von 2 bis 6 Metern; die Winkeldistanz war auf ein Papierblatt im Abstand von 30 (bei einigen Versuchen 40) Centimeter von den Augen aufzutragen.

Die Schlusfolgerung, daß wir ein im höchsten Grade unvollkommenes Gedächtnis und Vergleichungsvermögen für Schwinkel besitzen, bedarf ohne Zweifel gewisser Einschränkung. Erstlich muß ich die Möglichkeit betonen, daß durch spezielle Einübung sich die Sache erheblich ändert; vielleicht besitzen Personen, welche sich viel mit Winkelgrößen beschäftigen, wie Astronomen, eine bessere Schätzung für solche. Sodann ist klar, daß jedermann eine sehr deutliche und ziemlich genaue Vorstellung von gewissen Richtungen, wie geradeaus, rechts und links, und somit auch von gewissen rechten Winkeln besitzt. Hiervon ausgehend, kann man sich leicht auch einen Winkel von  $45^{\circ}$  annähernd richtig vorstellen und so allmählich auch zu kleineren Winkeln übergehen, am besten, wenn man eine entfernte Fläche vor sich hat, auf die man gleich große Strecken abzutragen hat, um annähernd gleich große Schwinkel zu erhalten. Diese und ähnliche Thatsachen bestehen also unbeschadet des Umstandes, daß wir kleine Schwinkel als solche unserem Gedächtnis nicht oder doch nur äußerst unvollkommen einzuprägen vermögen, und daß es namentlich nicht gelingt, nahe und entfernte Gegenstände nach Maßgabe ihrer Schwinkel unmittelbar zu vergleichen. Hiernach erscheint es nun ganz begreiflich, daß in den Versuchen mit fixierter Entfernung keine größere Genauigkeit in der Einstellung bestimmter Strecken erreicht wird, als bei wechselnder Entfernung. Gegenstand der Schätzung ist immer die absolute Größe. Beobachten wir bei allemal gleicher Entfernung, so wird so zu sagen von diesem Umstande gar kein Gebrauch gemacht und immer nur das Ergebnis der gesamten sinnlichen Eindrücke, die Vorstellung einer

gewissen absoluten Gröfse mit einem entsprechenden Erinnerungsbilde verglichen.

Für eine allgemeine Betrachtung über die Fähigkeiten des Vergleichens sowohl als des Wiedererkennens absoluter Werte scheint mir dieses Verhalten des Gedächtnisses und die Vergleichungsfähigkeit für Schwinkel recht merkwürdig zu sein. Denn es unterliegt ja keinem Zweifel, dafs die Vorstellung der linearen Gröfse sich durch den Schwinkel einerseits und andererseits durch die (je nach Umständen sehr verschiedenartigen) Momente, von denen die Wahrnehmung der Entfernung abhängt, bestimmen mufs. Auch bei der Gröfssenschätzung mufs also ein sogar sehr bedeutender Grad von Sicherheit in der Beurteilung der Schwinkel sich so zu sagen *implicite* geltend machen; aber er kommt nur in der Weise zur Geltung, dafs er den Gröfssenvorstellungen zu Grunde liegt, und kann nicht unmittelbar für das Bewußtsein verwertet werden. Gedächtnis und Vergleichungsfähigkeit des Bewußtseins dagegen sehen wir in der Hauptsache beschränkt auf ein in verwickelter Weise zu stande kommendes Ergebnis. Wiewohl Fälle analogen Verhaltens öfter vorkommen mögen, so dürfte doch hier die Erscheinung ganz besonders ausgeprägt und auffällig sein. Zwar dafür finden sich ja manche Beispiele, dafs sich sehr verwickelte Komplexe sinnlicher Eindrücke unserem Gedächtnis einprägen, ohne dafs wir im stande wären, uns ihre einzelnen Elemente deutlich vorstellig zu machen; so z. B. wenn wir die Stimme oder den Gang einer bestimmten Person erkennen. Im allgemeinen aber wird man hierbei wohl finden, dafs wir auch für die einzelnen Elemente, die in einen solchen Komplex eingehen, Vergleichungs- und Erkennungsvermögen besitzen, welche die analogen Fähigkeiten für die Komplexe begreiflich machen. Solches ist also hier beim Augenmafs nicht der Fall, und die scheinbare Unmittelbarkeit, mit der die Vorstellung der absoluten Gröfse sich bildet, erscheint um so merkwürdiger,

wenn man bedenkt, wie ungleichartig die Momente sind, die auf die Entfernungsvorstellung und somit indirekt auch auf die wahrgenommene GröÙe von Einfluß sind.

Von dem oben berührten Fall bezüglich des Tongedächtnisses ist indessen der hier vorliegende doch wesentlich verschieden; denn der Grund des ganzen Verhaltens liegt ja bei dem Schwinkel offenbar darin, daß wir auf ein einzelnes Element der betreffenden Wahrnehmungen, wie die WinkelgröÙe, gar nicht zu achten gewohnt sind, weil es kein direktes Interesse für uns hat. Aus diesem Grunde ist schon die unmittelbare Vergleichung zweier Schwinkel schwierig, sobald es sich um Gegenstände verschiedener Entfernung handelt; demgemäß ist es denn auch begreiflich, daß sich die Vorstellung bestimmter Schwinkel unserem Gedächtnis nicht einprägt und auch das Erkennungsvermögen ein sehr geringes ist. Bei dem Tongedächtnis ist das Verhältnis aber insofern anders, als wir gerade auf die Höhe besonders zu achten gewohnt sind und demgemäß auch sehr verschiedene Klänge bezüglich ihrer Höhe leicht und sicher vergleichen. Es ist mir daher hier immer die Ungleichartigkeit der Bedingungen für die Vergleichung einerseits und die Rekognition andererseits besonders auffällig gewesen: von zwei Tönen wird der eine in seiner Höhe unmittelbar erkannt; der zweite kann, für sich allein gehört, nicht erkannt werden; hört man ihn aber mit den ersten zusammen oder gleich nach ihm, so ist selbstverständlich die Übereinstimmung der Höhe sogleich konstatierbar. Die Vergleichung der Tonhöhen ist von der Klangfarbe nur in geringem Maße abhängig, die Erkennung dagegen in hohem Grade. Daß wir einen bestimmten Schwinkel nur dann wiedererkennen, wenn auch die Entfernung des Gegenstandes wieder die gleiche ist, ist nur eine äußerliche Ähnlichkeit. Die Übereinstimmung beider Thatsachen möchte ich daher ebenso wie das Resultat dieser Mitteilung überhaupt nur darin erblicken, daß ein Hinweis auf gewisse Dunkel-

heiten gegeben wird, welche das betreffende psychologische Gebiet, die Vergleichungsfähigkeiten, sowie das Sinnengedächtnis, zur Zeit noch darbietet. Beide Fähigkeiten sehen wir gewissen Aufgaben gegenüber in hohem Maße entwickelt, und in anderen, scheinbar nur ganz unwesentlich verschiedenen Fällen oder auch gerade da, wo man die gestellte Aufgabe für leichter und einfacher halten sollte, in auffälliger Weise versagen.

---





Über elektrische Vorgänge im Auge  
bei reflektorischer und direkter Erregung  
des Gesichtsnerven.

Nach Versuchen von G. GRIJNS

mitgeteilt von

TH. WILH. ENGELMANN in Utrecht.



Versuche, die im Anschluß an Herrn VAN GENDEREN-STORTS Entdeckung der Bewegungen der Netzhautzapfen im hiesigen Laboratorium unternommen worden waren, hatten mich zu dem Schlusse geführt, daß der Nervus opticus nicht, wie man bis dahin geglaubt, rein sensible, sondern auch motorische Funktionen habe. Nach Reizung des anderen Auges, beim Frosch sogar nach Reizung entfernter Stellen der Körperhaut durch Licht, konnten dieselben Pigmentverschiebungen im Netzhautepithel und dieselben Verkürzungen der von mir als Zapfenmyoide bezeichneten Abschnitte der Sehzellen beobachtet werden, wie nach direkter Einwirkung von Licht auf die Dunkelnethaut. Als Bahn für diese Reflexe zum Auge mußte man, da andere Möglichkeiten ausgeschlossen werden konnten, den Gesichtsnerv betrachten. Da es nicht wahrscheinlich, daß sensible und motorische Impulse innerhalb der nämlichen Nervenfasern des Optikus verlaufen, waren zweierlei Nervenfasergattungen für das Sinnesepithel anzunehmen: lichtempfindliche und retinomotorische.

Bei der eigentümlichen morphologischen Stellung, die der Gesichtsnerv insofern einnimmt, als er, durch Ausstülpung des primären Vorderhirns entstanden, vielmehr ein Hirnteil als ein echter Nerv ist, kann das gleichzeitige Vorkommen zentripetal und zentrifugal wirkender Fasern in ihm nicht überraschen; auch nicht, wenn man sich der Zusammensetzung des entwickelten Nerven aus zahlreichen sehr dünnen

und spärlicheren, ziemlich auffallend dicken Fasern erinnert. In jenen durften die sensibeln, unter diesen die motorischen Elemente vermutet werden. Motorische Fasern sind ja im allgemeinen dicker als sensible, und eine geringe Zahl würde genügen, da eine so fein wie für die sensibeln Eindrücke abgestufte Lokalisation der zentrifugalen, für Pigment und Zapfen bestimmten Impulse nicht erforderlich zu sein scheint.

Dennoch wird es erwünscht sein, das Vorkommen zentrifugal wirkender Fasern im Gesichtsnerv durch neue Versuche bestätigt zu sehen, um so mehr, als neuerdings<sup>1</sup> direkte Zweifel an der Beweiskraft jener älteren, wie auch von neueren sie bestätigenden Beobachtungen ausgesprochen worden sind.

Ein sicheres und vielleicht bequemes Mittel zum Nachweis zentrifugaler Funktionen des N. opticus schien mir in den elektrischen Wirkungen des Auges gegeben zu sein. Durch die Untersuchungen von FRITHJOF HOLMGREN, dem DEWAR mit MC KENDRICK und KÜHNE mit STEINER folgten, war bekannt, wie kräftig diese Wirkungen sind, und wie außerordentlich ihre Empfindlichkeit für Änderungen des physiologischen Zustandes der Netzhaut. Es durfte in hohem Grade wahrscheinlich heißen, daß auch die durch zentrifugal wirkende Fasern in der Netzhaut hervorgerufenen Prozesse, im besonderen die Kontraktion der Zapfenmyoide, von nachweisbaren elektrischen Vorgängen begleitet sein würden.

Man kann wohl kaum bezweifeln, daß die von der lebenden Netzhaut abzuleitenden Ströme nicht ausschließlich in der Stäbchen- und der Nervenfaserschicht ihren Ursprung haben, sondern in sämtlichen Lagen der Netzhaut, die, soweit sie aus nervösen Elementen bestehen, hierbei jede in eigener Weise mitwirken. Von den Zapfen durfte dies ganz im

<sup>1</sup> A. E. FICK, in der *Vierteljahrsschr. d. naturf. Gesellsch. in Zürich*. 1890, und in v. GRÄFES *Archiv f. Ophthalm.*, Bd. XXXVII. 2. 1891.

besonderen vorausgesetzt werden wegen ihrer oberflächlichen Lage, ihrer sehr grossen Zahl und regelmässigen, gleichsinnigen Orientierung, in Verband mit ihrem Bau und vor allem ihrer lebhaften Kontraktilität. Schon KÜHNE und STEINER vermuteten, und zwar vor VAN GENDEREN-STORTS Entdeckung, die Quelle der photoelektrischen Vorgänge in den Innengliedern der Sehzellen.<sup>1</sup> Auch steht, was wir, hauptsächlich durch die Bemühungen dieser Forscher, von Einzelheiten über die Änderungen der elektromotorischen Thätigkeit der Netzhaut unter dem Einflusse verschiedener Einwirkungen wissen, nicht im Widerspruch zu der Vermutung, dass wenigstens ein Teil jener Änderungen mit den Kontraktionsvorgängen in den Zapfen kausal zusammenhänge.

Dieser Zusammenhang könnte in verschiedener Weise bestehen. Es könnte einmal — und dies ist im höchsten Grade wahrscheinlich — jede Änderung des Kontraktionszustandes von einer Änderung des elektromotorischen Verhaltens der Zapfennenglieder begleitet sein, wobei es zunächst gleichgiltig ist, ob man sich letztere im sogenannten Ruhezustand, wie er der maximalen Dunkelstellung zu entsprechen scheint, unwirksam oder mit merklichen elektrischen Gegensätzen behaftet vorzustellen habe. Es könnte aber auch schon durch die blofse Form- und Ortsveränderung der Zapfen, ohne Änderung ihrer elektromotorischen Kräfte, infolge anderer Verteilung der Widerstände innerhalb der Retina, speziell des Sinnesepithels, eine Änderung in den Eigenschaften der elektromotorischen Oberfläche der Netzhaut, bezüglich des Augapfels, eintreten. Auch dies ist wenigstens nicht unwahrscheinlich, und zwar dürfen merkliche Änderungen dieses Ursprungs besonders beim Übergange aus maximaler Dunkelstellung in die Lichtstellung erwartet werden, weil in ersterer

<sup>1</sup> W. KÜHNE und J. STEINER. *Untersuchungen a. d. physiol. Institut d. Universität Heidelberg*. Bd. IV, 1881. pag. 105.

Stellung die Zapfen sich in größter Nähe von der abgeleiteten Oberfläche befinden.

Aber wie dem auch sei, falls nur überhaupt eine nachweisbare elektrische Veränderung eintritt, liegt in den Netzhautströmen offenbar ein Mittel, die Frage nach dem Bestehen zentrifugaler, physiologischer Leitungsprozesse im Optikus zu prüfen.

Man könnte sich auch an den Optikusstamm selbst halten und dessen peripherisches Ende nach Abtrennung vom Bulbus zum Galvanometer ableiten, wo dann bei reflektorischer Erregung auftretende Schwankungen auf zentrifugale Funktionen des Sehnerven weisen würden. Solche Versuche begegnen inzwischen, wie mir scheint, wenn sie ganz streng beweisend sein sollen, etwas größeren Schwierigkeiten, als die am ganzen Auge. Ich habe sie deshalb einstweilen aufgeschoben, werde aber um so mehr auf sie zurückkommen, als sie entschieden positive Resultate versprechen.

An diesem Orte möchte ich meine Huldigung für den großen Forscher, dem wir diese Festschrift weihen, auf die Mitteilung einiger Versuchsreihen am Augapfel beschränken, welche auf meine Veranlassung Herr G. GRIJNS, Doct<sup>r</sup> med. an der Utrechter Universität, in meinem Laboratorium angestellt hat. Die Ergebnisse sind ganz wesentlich das Verdienst der Sorgfalt und Ausdauer meines Schülers, die auf eine um so höhere Probe gestellt wurden, als die meisten Versuche, wegen der für feinere Galvanometerbeobachtungen ungünstigen Lage des Utrechter physiologischen Instituts — eng zwischen einer belebten Fahr- und Wasserstrasse — in den Stunden nach Mitternacht angestellt werden mußten und dazu die Präparation der Objekte meist in fast völliger Dunkelheit zu erfolgen hatte. Wir hofften anfangs, um von magnetischen Störungen unabhängig zu sein, das Kapillarelektrometer verwenden zu können, das ja auch sonst mehrfache Vorzüge gewährt, und besonders in der außerordentlich bequemen, kom-

pendiösen Form, die ihm CHR. LOVÉN gegeben hat, ausgezeichnete Dienste leisten kann. Auch gelang es Herrn GRIJNS nach wiederholten, weniger gelungenen Versuchen eine für viele unserer Zwecke genügend empfindliche Kapillare herzustellen. Da aber die Gleichmäßigkeit der Ausschläge doch immer so viel zu wünschen übrig liefs, dafs schärfere, vergleichbare Messungen der Potentialunterschiede gewagt erscheinen mußten, griffen wir, zudem die verfügbare Zeit ziemlich karg bemessen war, lieber zum Spiegelgalvanometer mit HAUYScher Astasierung. Zur Kraftmessung diente in bekannter Weise ein gerader Kompensator mit einem Daniell (Graduationskonstante meist  $= 0,00003$  D), zur Stromableitung die unpolarisierbaren Thonelektroden mit Spitzen von in Alkohol und danach in physiologischer Kochsalzlösung ausgewaschenen Froschlungen. Die Präparate befanden sich während der Ableitung in einer grofsen feuchten Dunkelkammer, die in einer neben dem Galvanometerzimmer gelegenen, gleichfalls völlig zu verdunkelnden, hinreichend konstant temperierten Stube aufgestellt war.

Alle unsere Versuche beziehen sich einstweilen nur auf den Frosch. Aufser den bekannten allgemeinen Vorzügen bietet dieses Tier den Vorteil, dafs elektrische Wirkungen vom Ciliarmuskelapparat in störender Weise niemals zu fürchten sind. Einmal sind hier, wie schon HOLMGREN nach eingehender Prüfung erkannte, solche Wirkungen selbst bei direkter aktinischer Reizung des Auges nicht sicher nachweisbar, jedenfalls neben denen der Netzhaut nicht in Betracht kommend, und weiter fehlen im besonderen, wie unlängst E. STEINACH ausdrücklich nachwies,<sup>1</sup> Reflexwirkungen vom einen auf die Pupille des anderen Auges. Andererseits dürfen freilich gerade in Hinblick auf den letzteren Umstand und wegen der auch sonst in vielen Beziehungen sich offenbarenden

---

<sup>1</sup> *Archiv f. d. ges. Physiol. u. s. w.* von PFLÜGER. 47. Bd. 1890. pag. 302.



Unabhängigkeit beider Augen voneinander, erhebliche reflektorische Wirkungen von einer Netzhaut auf die andere kaum erwartet werden, jedenfalls nur in erheblich geringerem Grade als beim Menschen und anderen durch hoch entwickeltes Binokularsehen ausgezeichneten Formen. Um so mehr Gewicht mußte man aber gerade deshalb etwaigen sicheren positiven Ergebnissen beim Frosch beimessen.

Die Versuche zerfallen in zwei Gruppen: solche mit reflektorischer und solche mit direkter Reizung des Optikusstammes. Da die ersteren für die Beantwortung der Frage nach dem Vorkommen normaler zentrifugaler Leitungsvorgänge im Sehnerven von entscheidenderer Bedeutung waren, als Versuche der letzteren Art, begannen wir mit ihnen und seien sie auch hier zuerst besprochen.

I. Versuche über reflektorische Erregung des N. opticus.

Um so viel wie möglich innerhalb physiologischer Bedingungen zu bleiben, untersuchten wir zuerst den Erfolg der Reizung mittels Licht auf die Ströme des anderen Auges, und zwar bei Fröschen, die durch Curare unter Erhaltung des Blutkreislaufs bewegungslos gemacht waren. Wie ich früher gefunden, hemmt Curare die Bewegungen des Pigments und der Zapfen nicht, ruft sie aber auch nicht her vor.<sup>1</sup>

Die Ableitung geschah von der Mitte der Kornea und ziemlich spitz von einem hinter oder doch nahe dem Äquator gelegenen Punkte auf der Mitte der durch Wegschneiden der Haut, doch ohne Verletzung des M. retractor bulbi bloßgelegten oberen Bulbushälfte. Um das Auge, wie hierfür nötig, gut hervortreten zu lassen, war ein Wattepfropf oder ein passend geformtes Stück Kork in den Mund geschoben. Die Nickhaut war zuvor mit der Schere entfernt worden.

Beide Augen konnten, jedes für sich, plötzlich beleuchtet

<sup>1</sup> *Archiv f. d. ges. Physiol. u. s. w.* von PFLÜGER. 35. Bd. 1885. pag. 508.



und verdunkelt werden. Um den Lichtreiz ganz streng zu lokalisieren, wählten wir kleine Glühlämpchen, sogenannte Mignon-Lämpchen, die im oberen Ende einer undurchsichtigen Ebonitröhre von 5 cm Länge und 7 mm Weite lichtdicht befestigt, durch den Strom zweier kleiner Grovescher Zellen mittels neben dem Beobachter auf dem Fernrohr Tisch befindlicher Quecksilberschüssel in Funktion gesetzt werden konnten. Für Eliminierung von Fernwirkungen des Lampenstromes auf das Galvanometer, wie auch von thermischen Wirkungen der Lämpchen auf die Elektroden wurde gesorgt. Um ganz sicher zu sein, daß bei der Reizung keine Lichtspur direkt oder indirekt das abgeleitete Auge erreiche, ward das untere, abgestutzt kegelförmige Ende der einen Ebonitröhre mit seiner nur 3 mm weiten Öffnung direkt auf die Kornea des zu beleuchtenden Auges aufgesetzt und zum Überfluß mit schwarzem Sammet umhüllt. Die Lichtstärke ward mittels meiner Widerstandsschraube<sup>1</sup> reguliert und immer untermaximal gewählt.

Vor Anfang jeder Reizung wurden Richtung und Kraft des Bulbusstromes gemessen, bis genügende Konstanz eingetreten. Sobald nun Licht ins Auge fiel, traten auf der anderen Seite nach kaum merklichem Latenzstadium Stromschwankungen ein, und zwar von einer alle Erwartungen weit übertreffenden Größe. Es kam vor, daß der gesamte 1 m lange Kompensatordraht nicht hinreichte, den Nullpunkt des Skalenbildes im Gesichtsfeld zu halten.

Da auch schon ohne Reizung die Kraft der Bulbusströme oft eine von früheren Beobachtern am isolierten Augapfel nicht wahrgenommene Höhe aufwies, lag der Verdacht auf Stromschleifen von der drüsenreichen Körperhaut nahe. Bekanntlich übertrifft die Kraft der Hautströme die aller anderen Organe des Frosches ansehnlich. Reflexe vom Auge auf die

---

<sup>1</sup> *Onderzoek. ged. in het physiol. labor. der Utrechtsche Hoogeschool.*  
Derde Reeks. D. X. 1887. pag. 169.

Hautströme sind beim Frosch freilich bisher nicht nachgewiesen. Beim Menschen hat solche unlängst TARCHANOFF beschrieben.<sup>1</sup> Herr GRIJNS erhielt sie nun in auffälligster Weise bei Ableitung von zwei beliebigen Hautstellen der gleichen oder gegenüberliegenden Körperhälfte, beispielsweise des Rückens und der Vorder- oder Hinterextremitäten, von denen die eine Stelle mit Sublimat abgetötet war. Die nicht geätzte Stelle ward durch den Reflex schwächer negativ. Bei direkter Beleuchtung der ganzen Haut, mit Ausschluss der Augen, durch starkes Gaslicht kamen nur vergleichsweise unmerkliche Wirkungen zustande. Es bleibt zu untersuchen, ob hier ein Reflex vom Auge auf die Drüsen oder auf andere in der Haut enthaltene Elemente vorliegt. Ersteres hätte bei der, wie ich früher fand,<sup>2</sup> enormen Reflexreizbarkeit der Hautdrüsen nichts Befremdendes. Nach JOS. LISTERS bekannter Entdeckung des Reflexes vom Optikus auf die Pigmentzellen der Haut<sup>3</sup> darf man aber auch wohl an einen Zusammenhang mit der »chromatischen Funktion« der Haut denken. Zudem weist die Komplikation der elektrischen Vorgänge in der Haut, welche gröfser ist, als sie auch nach den Untersuchungen von L. HERMANN noch scheinen könnte, auf eine Reihe anatomisch verschiedener Quellen elektrischer Kräfte in der Haut. Wir werden diesen Punkt weiter prüfen.

Jedenfalls war hiernach die Möglichkeit gegeben, dafs die am Bulbus wahrgenommenen Reflexschwankungen auf Stromschleifen von der Haut herrührten. Da in der That auch nach Durchschneidung des Optikus des abgeleiteten Auges noch Schwankungen, wenn schon von erheblich geringerer Gröfse, zustande kommen konnten, mufsten andere Beweise gesucht werden.

Um vor Hautströmen sofort ganz sicher zu sein, wurde

<sup>1</sup> *Archiv f. d. ges. Physiol. u. s. w.* von PFLÜGER, Bd. 46. 1890. pag. 46.

<sup>2</sup> *Archiv f. d. ges. Physiol. u. s. w.* von PFLÜGER, Bd. 5. 1872. pag. 516.

<sup>3</sup> JOS. LISTER, *Philos. Transact.* Vol. 148. 1859. pag. 627.

kurarisierten Fröschen die ganze Kopfhaut, ebenso die Gaumenschleimhaut weggeschnitten und der mittlere, nunmehr ganz nackte Teil des Schädels mit Augen und Gehirn durch einige kräftige Scherenschnitte isoliert. Freilich wird hiermit der Zirkulation ein Ende gemacht, die für längere Erhaltung zentraler Funktionen auch beim Frosch bekanntlich unentbehrlich ist. Da jedoch mehrere Reflexe, wie z. B. der Schluß des Auges bei Reizung der Hornhaut, und auch spontane zentrale Erregungen, z. B. beider *Mm. retract. bulb.*, noch Minuten nach der Dekapitation beobachtet werden, schien es immerhin möglich, daß sich auch Reflexe auf die Netzhaut hinreichend lange erhalten würden, um, wenn auch vermutlich sehr geschwächt, wahrnehmbar zu sein.

Wirklich ist dies nun der Fall. Die Schwankungen waren im allgemeinen klein, immer erheblich kleiner als bei direkter aktinischer Reizung, oft nur 2 oder 3, jedoch auch 6 und mehr Skalenteile, bis etwa 0,0002 D entsprechend. So gut wie konstant und meist oft nacheinander wurden sie bei Dunkelfröschen (in der Regel *R. esculenta*) beobachtet, d. h. bei solchen, die zuvor wenigstens  $\frac{1}{2}$  Stunde in völligem Dunkel verweilt hatten und nachher bei ganz schwachem, rein rotem Licht möglichst schnell präpariert worden waren. Sie erfolgten hier, ganz wie bei direkter Beleuchtung die Regel, im Sinne einer Verstärkung der Negativität des Äquators. Auch war ihr zeitlicher Verlauf sehr ähnlich: nach einem weniger als eine Sekunde betragenden Latenzstadium ein ziemlich schnelles Ansteigen und Wiederabsinken. Bei plötzlicher Verdunkelung nach etwa  $\frac{1}{2}$  bis 2 Minuten während konstanter Beleuchtung trat aber, im Gegensatz zum Erfolg direkter Beleuchtung des abgeleiteten Auges, niemals eine deutliche zweite positive Schwankung ein. In der Regel geschah nichts. Trotz des letzteren Umstandes nun, der ja möglicherweise eine Folge der durch die Präparation veränderten Bedingungen sein konnte, war der Einwurf noch

möglich, daß nicht eine reflektorische, sondern eine direkte Erregung des abgeleiteten Auges stattgefunden habe, und zwar durch Licht, welches den Schädel quer durchsetzt hatte. Wir konnten zwar, selbst nach längerem Aufenthalte im Dunkeln, bei direkter Beobachtung keine Spuren von Licht im Hintergrunde des Auges wahrnehmen, wenn das andere in der oben beschriebenen Weise beleuchtet ward. Aber bei der unglaublichen Empfindlichkeit der photoelektrischen Reaktion des Auges durfte hierauf kein entscheidendes Gewicht gelegt werden. Sahen wir doch in der That auf ganz schwache Beleuchtung der Hinterfläche des frei präparierten Bulbus, bei verdeckter Kornea und verdecktem Optikus-eintritt, noch zwar kleine, aber doch ganz deutliche, normal gerichtete Schwankungen.

Zur Entscheidung lagen mehrere Wege offen. Zunächst Durchschneidung des Optikusstammes.

Nachdem an einem, in oben beschriebener Weise hergestellten Präparate mehrmals nacheinander eine deutliche Schwankung nach Beleuchtung des anderen Auges erhalten worden war, ward einer der N. optici vom Dach der Mundhöhle aus durchschnitten und das Auge aufs neue gereizt. Ausnahmslos war jetzt der Effekt entweder ganz verschwunden, oder doch nur zweifelhaft ( $\frac{1}{2}$  Skalenteil oder weniger), während direkte Beleuchtung des abgeleiteten Auges stets noch guten Erfolg hatte. Diese Durchschneidungsversuche wurden bisher an zehn Fröschen mit gleichem positiven Resultat angestellt. Bei zwei anderen Exemplaren fehlte von vornherein überhaupt jeder Erfolg.

Lichtfrösche zeigten bisher niemals, auch vor der Optikus-durchschneidung nicht, einen ganz unzweifelhaften Effekt, obschon auch bei diesen, in Bestätigung älterer Beobachtungen, bei direkter Lichtreizung der Retina deutliche Schwankungen auftraten.

Wie klein nun hiernach auch die Gefahr einer Ein-

mischung direkter Reizung des abgeleiteten Auges durch durchschimmerndes Licht erscheinen mochte, so war sie doch nicht absolut ausgeschlossen. Wir ließen deshalb in einer zweiten Versuchsreihe das Licht überhaupt weg und versuchten, Reflexe durch chemische Reizung der Netzhaut auszulösen. Da direkte Erfahrungen über das Verhalten der Netzhaut gegen chemische Reize, soweit mir bekannt, nicht vorliegen, wählten wir eine Substanz, von der vorauszusetzen war, daß sie wenigstens die Fasern der Optikus-Ausbreitung in heftige, länger anhaltende Erregung bringen würde: Kochsalz.

Einem kurarisierten Frosch (No. 70 der Protokolle) wurde die gesamte Kopfhaut und ein Teil der Rückenhaut abpräpariert, die an den Kopf grenzende Körperhaut bis in etwa 3 cm Abstand von den Augen durch längeres Bepinseln mit konzentrierter Sublimatlösung abgetötet, mit physiologischer Kochsalzlösung gut abgewaschen, Blutungen der Gefäße mit styptischer Watte gestillt, Kornea, Iris und Linse des einen Auges entfernt und das andere, wie üblich, von Kornea und Äquator abgeleitet. Das Präparat, in dem nun die Zirkulation erhalten war, blieb während der ganzen Zeit in gleichmäßigem Halbdunkel. Die anfangs ziemlich starke Negativität des Äquators sank langsam. Nachdem sie im Laufe der letzten 15 Min. von 124 Cpgr kontinuierlich bis auf 86 gefallen war, stieg sie, als jetzt ein mehrere Kubikmillimeter großer Kochsalzkrystall leise in das geöffnete Auge eingeschoben ward, nach ziemlich kurzer Latenz innerhalb etwa drei Minuten auf 104 Cpgr an, sank danach langsam und unruhig auf 94, und nach Entfernen des Kochsalzkrystalls und längerem Auswaschen der Augenhöhle mit physiologischer Kochsalzlösung rasch innerhalb weiterer drei Minuten auf 68 Cpgr, auf welcher Höhe sie fortan mit geringen Schwankungen blieb. Zum zweiten Male eingeführt, hatte der Kochsalzkrystall keine Wirkung mehr, während direkte Beleuchtung des abgeleiteten

Auges noch stark wirkte. Die andere Retina war weißlich trübe geworden.

Bei Wiederholung des Versuches bei einem zweiten, in gleicher Weise präparierten Frosche (No. 72 der Protokolle) stieg nach Einführung des Salzkristalls die zuvor längere Zeit auf 192 Cpggr konstant gebliebene Kraft (Äquator negativ) innerhalb einiger Minuten auf 219 und sank nach dem Auswaschen rasch auf 201. Auch hier blieb eine zweite Reizung ohne deutlichen Erfolg, während direkte Beleuchtung durch den bloßen Schein eines vorbeibewegten Streichholzflämmchens eine positive Schwankung von 11 Skalenteilen hervorrief.

Als nun derselbe Versuch bei einem anderen Frosche nach vorheriger völliger Durchtrennung des Gehirns und Chiasmas in der Mittellinie mittels eines von oben her eingeführten Messerchens, übrigens in genau gleicher Weise, angestellt ward, blieb von vornherein jeder Erfolg chemischer Reizung aus. Es konnte also auch in den anderen Versuchen das Kochsalz nicht mittels der Zirkulation oder Diffusion dem abgeleiteten Auge zugeführt sein und dessen Retina direkt gereizt haben. Zudem wurden bei Wiederholung der Versuche an abgetrennten Schädeln übereinstimmende, obschon schwächere Erfolge beobachtet.

Ich stehe hiernach nicht an, das Vorkommen von zentrifugalen Reflexwirkungen im Gesichtsnerv durch die elektrischen Vorgänge für bewiesen zu halten.

II. Versuche mit direkter Reizung des Optikusstammes.

Da nach dem Gesetz der doppelsinnigen Leitung bei direkter extrabulbärer Reizung des Optikus in jedem Falle Schwankungen der Netzhautströme infolge zentrifugaler Erregung der Nervenfaserschicht zu erwarten waren, auch falls diese ausschließlich sensible Elemente enthielt, genügte es nicht, die bloße Thatsache des Auftretens von Erregungsschwankungen zu konstatieren, sondern es war näher auf deren Art und Verlauf zu achten.



In dieser Beziehung bedarf es einiger Vorbemerkungen.

Bei reflektorischer Reizung war eine Beteiligung der sensiblen Fasern des abgeleiteten Auges an der Schwankung nicht zu fürchten. Direkte Versuche, negative Schwankung sensibler Fasern durch Reizung sensibler oder motorischer Nerven auf reflektorischem Wege zu erhalten, haben mir immer nur negative Resultate gegeben. Diese Versuche waren so angestellt worden, daß entweder sensible Wurzeln oder, nach Durchschneidung sämtlicher zu ihm gehender motorischer Wurzeln, der N. ischiadicus vom Längs- und Querschnitt abgeleitet und nun proximale, d. h. mit dem Rückenmark zusammenhängende Enden von vorderen oder hinteren Wurzeln schwach tetanisiert oder mit Kochsalz gereizt wurden. Dies negative Resultat ist nach den neueren, wesentlich GOLGIS Methode zu verdankenden anatomischen Ermittlungen über den Verlauf und die Endigung der motorischen und sensiblen Bahnen in der grauen Substanz der Reflexzentren nicht mehr befremdend.

So lange man sich den Zusammenhang von hinteren mit vorderen Wurzeln im Zentrum durch Kontinuität von Nervenfasern- und Ganglienzellsubstanz hergestellt dachte, gleichviel wie man sich dabei die Besonderheiten vorstellen mochte, war die Annahme kaum zu umgehen, daß wenigstens eines der beim Reflex beteiligten Elemente, wahrscheinlich die Ganglienzellen, überhaupt nur in einer Richtung zu leiten im stande seien. Freilich waren schon längst Fälle bekannt, die ohne doppelsinniges Leitungsvermögen gerade von Ganglienzellen nicht erklärlich schienen, wie beispielsweise die so leicht zu demonstrierende Umkehrung der Schlagfolge von Vor- und Hinterkammer, Kammer und Bulbus arteriosus des Froschherzens, und, wenigstens für Diejenigen, welche hierbei Mitwirkung von Ganglien unerläßlich achten, die Antiperistaltik der Darmmuskulatur.

Heute, wo das Mikroskop höchst wahrscheinlich gemacht

hat, daß ein wirklich kontinuierlicher Zusammenhang von sensiblen und motorischen Fasern im Zentrum nicht besteht, sondern im besten Falle eine Art ziemlich groben Kontakts, ist das Ausbleiben reflektorischer Erregung sensibler Wurzelfasern nicht wunderbarer, als das Ausbleiben negativer Schwankung der motorischen Nerven bei direkter Reizung der zugehörigen Muskelfasern.

Es besteht nun eine, wie mir scheint, sehr weit gehende Ähnlichkeit zwischen der anatomischen Einrichtung des Reflexapparates im Rückenmark einerseits und den die Übertragung der sensiblen Reize von der Zapfenschicht auf die Optikusfasern vermittelnden Vorrichtungen andererseits. Die Optikusfasern verhalten sich zu den Zellen der Ganglienschicht der Netzhaut, wie die motorischen Wurzelfasern zu den multipolaren Zellen der Vorderhörner, die Protoplasmaausläufer der Ganglienzellenschicht der Netzhaut zu der grauen Substanz der inneren retikulären Schicht und innerhalb dieser zu den zentralen Ausläufern der Sinneszellen, beziehungsweise der zugehörigen inneren Körner, ähnlich wie die Protoplasmaausläufer der Zellen der Vorderhörner zu der übrigen grauen Substanz des Rückenmarkes und innerhalb dieser zu den zentralen Ausläufern der sensiblen Wurzelfasern.

Ist dies so, dann wird bei zentraler Reizung der sensiblen Fasern des Optikus eine Fortpflanzung der Erregung zwar durch die Ganglienzellen hindurch bis in die innere retikuläre Lage, aber nicht eine weitere Ausbreitung bis auf die Elemente der Stäbchenschicht stattfinden können. Die elektromotorischen Eigenschaften der letzteren werden sich also voraussichtlich hierbei nicht ändern. Aber freilich sind elektrische Wirkungen in der inneren retikulären Schicht zu erwarten, und ich glaube, die anatomischen Thatsachen, speziell die, wie es scheint, sehr reiche, in zur Netzhaut-Oberfläche parallelen Flächen erfolgende Ausbreitung und Verästelung der Protoplasmaausläufer der Ganglienzellen berechtigen sogar



zur Annahme starker elektromotorischer Wirkungen in dieser Schicht, Wirkungen, welche die von Netzhaut oder Bulbus abzuleitenden Ströme sehr wohl in merklicher Weise beeinflussen könnten. Über die besondere Art und den Verlauf dieser Wirkungen ist von vornherein kaum etwas mit Sicherheit zu sagen. Man darf jedoch vermuten, daß sie, für sich allein, die Innenfläche der Netzhaut der äusseren gegenüber stärker negativ machen würden: der entgegengesetzte Erfolg also, den Reizung der Netzhaut durch Licht zu haben pflegt. Auch ist vorherzusehen, daß sie beim Absterben der Retina, überhaupt bei Änderung der Bedingungen, sich, wenigstens in quantitativen Beziehungen, in anderer Weise modifizieren werden, als die von der Nervenfaserschicht und den übrigen Lagen der Netzhaut ausgehenden elektrischen Wirkungen.

Es ergibt sich also, daß, auch bei gänzlichem Fehlen physiologischer, zentrifugaler Funktionen des N. opticus, nach direkter Reizung seines vom Gehirn abgetrennten Stammes elektrische Erscheinungen am Auge zu erwarten sind, die nicht bloß von Aktionsströmen in der Nervenfaserschicht herrühren. Da nur der Einfluß der letzteren sich mit einiger Bestimmtheit vorher übersehen läßt, aber speziell in Bezug auf GröÙe und zeitlichen Verlauf der von den Ganglienzellen und der inneren retikulären Schicht herrührenden Wirkungen kaum etwas Näheres mit Sicherheit vermutet werden kann, so werden offenbar auch positive Erfolge direkter Reizung des vom Gehirn abgetrennten Optikusstammes für die uns beschäftigende Frage zunächst keine entscheidende Bedeutung haben.

Dies würde erst dann der Fall sein können, wenn sich bei näherer Zergliederung dieser Erscheinungen durch eindringendstes vergleichendes Studium der elektrischen und mechanischen Prozesse in der Netzhaut zeigen würde, daß ohne die Annahme echter retinomotorischer Wirkungen auch für die Erklärung dieser elektrischen Vorgänge nicht aus-

zukommen ist. Bis dahin ist es aber noch weit, und mir scheint auch das, was in der vorstehenden Untersuchung über den Erfolg reflektorischer, also doch unzweifelhaft physiologischer zentrifugaler Erregung des Optikus ermittelt ist, noch wenig zu weiterreichenden Schlüssen zu berechtigen.

Dennoch mag hier über die Ergebnisse einiger Versuchsreihen mit direkter Reizung kurz berichtet werden, da dieselben die Berechtigung der hier angestellten Betrachtungen bestätigen und namentlich ausdrücklich beweisen, daß nicht bloß die Nervenfaserschicht der Netzhaut in diesem Falle Quelle elektrischer Vorgänge wird.

Am unzweideutigsten geht die letztere wichtige Tatsache wohl hervor aus unseren Versuchen mit momentaner, möglichst weit vom Augapfel erfolgender elektrischer Reizung des isolierten N. opticus. Der schnell, mit möglichst lang daranhängendem Nerv herauspräparierte Bulbus, von dem alle Muskeln sorgfältig abpräpariert waren, wurde, die Kornea nach unten, in eine konische Durchbohrung einer dünnen, horizontal aufgestellten Ebonitplatte gelagert. Die Ableitung geschah von der Mitte der Hornhaut und, spitz, von dem Äquator, in etwa 3 bis 4 mm Entfernung vom Sehnerveneintritt. Der Stamm des Nerven ward durch ein feines Loch in einem Blättchen hindurchgezogen und an sein frei herausragendes Ende die noch nicht 1 mm weit voneinander abstehenden feinen Spitzen zweier Elektrodennadeln angelegt, welche mit der sekundären Spirale eines von einem DANIELLSchen Element gespeisten kleinen Schlittenapparates verbunden waren.

Schon bei Rollenabständen von 10 cm und mehr ergab jeder einzelne, gleichviel wie gerichtete Öffnungsschlag, und bei geringeren Rollenabständen auch jeder einzelne Schließungsschlag eine sehr merkliche, fast ausnahmslos positive Schwankung des vorher bestehenden normalen Stromes. Die Ausschläge betrugen oft 20 Skalenteile und mehr. Verlauf, Dauer und Kraft waren ähnlich, wie bei momentan dauernder

mäßiger, Beleuchtung des Auges, war also unmöglich aus Strömen der Nervenfaserschicht zu erklären.

Viel stärkere Wirkungen gab, wie zu erwarten, anhaltende, intermittierende Erregung.<sup>1</sup> Hierbei machte Herr GRIJNS die noch weiter zu verfolgende, gleichfalls die Verwicklung der hier vorliegenden Vorgänge beweisende wichtige Beobachtung, daß der Erfolg beim gleichen Objekt, bei gleichem Rollenabstande nicht nur der Größe, sondern auch dem Sinne nach von der Frequenz der Reize abhing. Bei großer Frequenz (beispielsweise etwa 80 Unterbrechungen in der Sekunde) ward eine sehr starke negative Schwankung, bei etwa der halben Reizfrequenz eine starke positive, bei einer gewissen mittleren Frequenz eine nicht oder kaum merkliche Schwankung des Bulbusstromes erhalten.

Es liegt hierin ein sehr energischer Wink, von Änderungen der Reizfrequenz als Hilfsmittel bei der weiteren Analyse Gebrauch zu machen. Dasselbe darf wohl bezüglich der Form der reizenden Stromschwankungen empfohlen werden. Es bleibt demnach näher zu untersuchen, wie die im Optikus anzunehmenden Nervenfasern verschiedener Funktion sich an den elektrischen Erscheinungen des Auges beteiligen.

Alle hier gezogenen Schlüsse würden bestehen bleiben, wenn auch — was bei den von uns getroffenen Fürsorgsmaßregeln kaum annehmbar — nicht nur Fasern des Optikusstammes, sondern auch, durch Stromschleifen oder unipolare Entladungen, die Netzhaut selbst direkt miterregt worden wäre. Bei der immerhin geringen Länge des Optikus ist ja die Gelegenheit zu solchen Nebenwirkungen — wie zum Überfluß das Froschrheoskop zeigte — nicht ungünstig. Zudem beeinflusste schon schwache direkte Reizung der Bulbuswand, auch wenn sie auf möglichst kleinen Raum beschränkt ward,

---

<sup>1</sup> Selbstverständlich war auch in diesen Versuchen für Eliminierung von Fernwirkungen auf das Galvanometer gesorgt.

sofort den elektrischen Zustand auch an sehr weit entlegenen Stellen der hinteren Bulbuswand. Auch diese wichtigen Erscheinungen verdienen die sorgfältigste weitere Prüfung.

Um nun eine direkte Miterregung der Netzhaut sicher völlig auszuschließen, verliefen wir die elektrische und griffen wieder zur chemischen Reizung. Auch hier traten, bei Erregung des vom Gehirn getrennten Chiasma wie des Optikusstammes innerhalb oder außerhalb der Schädelhöhle durch Auflegen eines kleinen Kochsalzkrystalls, sowohl bei noch erhaltener Zirkulation, wie bei völlig isolierten, vom übrigen Schädel abgetrennten Präparaten, fast ausnahmslos nach meist nur ziemlich kurzem Latenzstadium, Schwankungen der Bulbusströme ein, die nach Wegnahme des Krystalls und Auswaschen des Nerven oft schnell wieder wichen, übrigens auch bei länger fortgesetzter Einwirkung des Salzes sich zurückbildeten und dann von derselben Stelle aus nicht aufs neue hervorgerufen werden konnten.

Die Schwankungen erfolgten überwiegend im Sinne einer Verstärkung der Negativität der Außenfläche der Netzhaut, also wie bei direkter Lichtreizung des Auges. Es wurde aber auch das Gegenteil beobachtet, einmal sogar, bei chemischer Reizung des abgetrennten Chiasma eines nicht kurarisierten Frosches eine rapide Umkehrung des Stromes von + 148 Cpgr auf — 251 Cpgr.

Ähnlich wie Kochsalz wirkten auch andere als Reizmittel für Nervenfasern bekannte Stoffe, z. B. Zucker, Glycerin. Ja, wie Herr GRIJNS fand, genügt schon, ähnlich wie bei elektrischer Reizung, örtlich beschränkteste Applikation äußerst geringer Quantitäten dieser Mittel auf die frei präparierte Hinterwand des isolierten Bulbus, um bedeutende, unzweifelhaft auf Erregungsprozessen in der Netzhaut beruhende Schwankungen auch an weit entfernten Stellen hervorzurufen. Hierbei zeigten sich viele merkwürdige Besonderheiten, über die Herr GRIJNS an anderer Stelle näher berichten wird.

An das weitere Studium der im Vorstehenden beschriebenen neuen Thatsachen darf wohl mit einigem Recht die Hoffnung auf mancherlei nicht unwesentliche Förderung unserer Einsicht in die Lebensprozesse des Auges geknüpft werden. Möge diese Hoffnung sich noch unter den Augen des geachteten Meisters physikalisch-physiologischer Forschung in einer seiner nicht unwürdigen Weise zu erfüllen beginnen.

Utrecht, am 2. Juli 1891.



# Ästhetische Faktoren der Raumanschauung.

Von

THEODOR LIPPS in Breslau.





### Einleitung.

Noch immer stehen sich hinsichtlich der Erklärung unserer Raumanschauung die Meinungen schroff gegenüber. Aus weit voneinander abweichenden Gründen werden insbesondere die Thatsachen erklärt, die man unter dem nicht eben scharf abgegrenzten und nicht in jedem Sinne zutreffenden Namen der optischen Täuschungen zusammenfaßt. Auf der einen Seite begegnen wir dem Bestreben, möglichst viele dieser Thatsachen auf allerlei angebliche Besonderheiten der Bewegungen unserer Augen zurückzuführen. Diesem Erklärungsprinzip, das WUNDT ausgebildet, und dessen sich neuerdings MÜNSTERBERG angenommen hat, steht für eine Reihe von Täuschungen das v. HELMHOLTZsche Prinzip der »Gewohnheiten des Sehens«, entgegen, das aus Erfahrungen die fraglichen Täuschungen ableitet. Dieselben Täuschungen erscheinen jener Erklärung zufolge als Modifikationen des Sehens oder des Gesichtsbildes, während sie nach der letzteren vielmehr Täuschungen des Urteils sind, bei denen die Wahrnehmung bleibt, wie sie ist. So wenigstens fasse ich den Gegensatz, obgleich ich weder bei WUNDT noch bei MÜNSTERBERG einer deutlichen Unterscheidung jener beiden Möglichkeiten begegne.

Mit Vorstehendem habe ich auch schon zu erkennen gegeben, auf welcher Seite ich stehe. Das Prinzip der

schwierigeren oder weniger schwierigen Augenbewegungen scheint mir, als Prinzip und in jedem einzelnen Falle seiner Anwendung, in sehr zwingender Weise widerlegbar. Wiefern ich zu diesem Urteil berechtigt bin, habe ich bereits an anderer Stelle zu zeigen versucht und werde ich, wiederum an anderer Stelle, weiter zu zeigen versuchen. Hier habe ich keine solche Absicht. Vielmehr will ich im Folgenden den Versuch machen, das Prinzip der Urteilstäuschungen nach einer bestimmten Richtung hin zu erweitern und in seiner Fruchtbarkeit darzuthun. Immerhin werde ich dabei nicht umhin können, auch gelegentlich einer entgegenstehenden Anschauung zu gedenken.

Ich setze bekannte Täuschungen als bekannt voraus. Nicht minder den Sinn des v. HELMHOLTZschen Prinzips. Doch liegt mir daran, das letztere hier in besonderer Weise zu formulieren.

In folgende zwei Regeln läßt sich dasselbe auseinanderlegen. Sind wir in überwiegend vielen Fällen durch die Erfahrung genötigt gewesen, über eine wahrgenommene Raumform ein bestimmtes Urteil zu fällen, etwa die Gröfse eines Gesichtsbildes auf bestimmte Weise in die wirkliche Gröfse des gesehenen Objektes zu übersetzen, so sind wir geneigt, dies Urteil oder diese Art der Übersetzung auch auf solche analoge Fälle zu übertragen, in denen die besonderen Gründe, die in jenen Fällen das Urteil veranlafsten und rechtfertigten, nicht statthaben, das Urteil also ein irriges ist.

Und zweitens: Drängt sich uns dieses irrige Urteil, oder, wie wir auch sagen können, dies Ergebnis eines unbewussten Analogieschlusses in genügend zwingender und unmittelbarer Weise auf, so vermögen wir dasselbe von den Inhalten unserer Wahrnehmung nicht mehr zu scheiden, halten also, was wir nur erschlossen haben oder zu wissen glauben, für gleichfalls wahrgenommen. Auf diese Weise wird erst das trügerische Urteil zur optischen Täuschung. In dem irrtümlichen Glauben, nicht

nur, daß etwas sei, sondern daß es von uns gesehen werde, besteht die optische Täuschung, die Urteilstäuschung, oder die Urteilstäuschung, die zugleich optische Täuschung ist.

So meinen wir nicht bloß, die Höhe des Quadrates sei größer, als die Breite, sondern wir glauben, sie größer zu sehen. Wir glauben beides, weil wir ähnliche Flächen in einer Überzahl von Fällen bei geneigter Blickrichtung betrachten und demnach das Gesichtsbild ihrer vertikalen Distanz in unseren Gedanken stärker vergrößert haben, als das Gesichtsbild der zugehörigen Breitenausdehnung. Die Vielheit der Fälle, in denen wir so verfahren, macht, daß der Gedanke einer über die Breite relativ überwiegenden vertikalen Ausdehnung mit der Wahrnehmung solcher Flächen eng und unmittelbar verknüpft ist. Daraus entsteht die Täuschung des Urteils und weiterhin die optische Täuschung.

Von jenen beiden Regeln nun ist mir in diesem Zusammenhange vor allem an der zweiten gelegen. Offenbar ist sie nur ein Spezialfall einer allgemeineren Regel. Soll sie gelten, so müssen wir überhaupt so geartet sein, daß wir glauben können, eine Raumbestimmung an einem Objekte mit wahrzunehmen, wenn der Gedanke an das Vorhandensein der Raumbestimmung sich mit der Wahrnehmung des Objektes genügend unmittelbar und zwingend verbindet.

Daß wir nun in der That so geartet sind, kann keinem Zweifel unterliegen. Es braucht nur an die täuschende Wirkung der Perspektive bei richtig gezeichneten oder gemalten Gegenständen erinnert zu werden. Gilt aber darnach jene allgemeinere Regel, so muß sie auch auf anderen Gebieten ihre Anwendung finden. Wie sie auf einem mir besonders naheliegenden Gebiete zur Anwendung komme, dies zu zeigen ist die Absicht der folgenden Untersuchung.

---

### Ein Beispiel.

Kein Gedanke kann sich mit der Wahrnehmung sichtbarer Formen inniger verbinden und jedesmal im Akte ihrer Wahrnehmung zwingender und unmittelbarer aufdrängen, als die Gedanken, durch die sichtbare Formen Gegenstände der ästhetischen Betrachtung, damit zugleich der ästhetischen Wertschätzung werden. Dafs die Gedanken so zwingend und unmittelbar, so ohne alle Reflexion sich aufdrängen, das eben macht sie zu Inhalten der ästhetischen Betrachtung. Keine Betrachtungsweise ist weniger eine geflissentliche, nur gelegentlich oder aus besonderem Anlaß angestellte, als die ästhetische. Keine ist für jedermann und jederzeit so natürlich, so naheliegend, so unvermeidlich.

Ich rede bestimmter. Erfahrung hat es dahin gebracht, dafs wir keine Linie sehen können, ohne in ihr eine Kraft thätig, eine Bewegung wirksam zu denken, ohne sie zu zu fassen als Ausdruck einer Art der Lebendigkeit oder inneren Regsamkeit. Auf Grund von Erfahrungen ist die Gerade für uns nicht nur da, sondern sie streckt sich, strebt von einem Ausgangspunkte zu einem Zielpunkt. Die krumme Linie biegt und schmiegt sich, das stehende Rechteck faßt sich nach innen zusammen und gewinnt so die Fähigkeit, sich frei aufzurichten, das liegende dehnt sich in die Breite oder läßt sich gehen, der Kreis drängt nach der Mitte und überwindet mit — nicht ihm, aber uns fühlbarer Anstrengung die natürliche Tendenz des Fortganges in der Tangente u. s. w. So eng ist diese gedankliche Verbindung, dafs wir in keinem Augenblick uns von diesen Kräften, diesen Arten der Bewegung und Lebendigkeit ganz losmachen können; immer sind sie im Akte der Wahrnehmung als Begleiter zugegen; immer ist uns so, als nähmen wir mit den Linien und linearen Formen zugleich eben diese Kräfte und Be-

wegungen wahr. — Es wäre ein Wunder, wenn wir nicht auch zugleich die natürlichen Wirkungen dieser Kräfte wahrzunehmen glaubten, wenn nicht der Gedanke an diese Wirkungen unseren Eindruck von der wahrgenommenen Form oder unser Urteil über dieselbe bestimmen und die entsprechende optische Täuschung erzeugen könnte.

Angenommen, diese Voraussetzung trifft zu, so werden solche »optische Täuschungen aus ästhetischen Gründen« zunächst die Urteilstäuschungen der vorhin erwähnten Art beeinflussen, d. h. je nach Umständen steigern oder vermindern können. Dies ist thatsächlich der Fall.

Höhendistanzen werden überschätzt. Dafür scheint das Quadrat in der unteren Hälfte von Fig. 1 ein besonders auffallendes Beispiel darzubieten. Aber schon, daß die Überschätzung eine so auffallende ist, weist darauf hin, daß wir es hier nicht mit der gewöhnlichen Überschätzung vertikaler Ausmessungen zu thun haben. Die Vermutung wird bestätigt, wenn wir sehen, daß die Überschätzung der Höhenausdehnung des fraglichen Quadrates, ich meine seine Ausdehnung in der Richtung, die mit der Hauptrichtung des ganzen Gebildes zusammenfällt, bestehen bleibt, auch wenn wir die Figur um  $90^\circ$  drehen, also die vertikale Distanz für unser Auge in eine horizontale verwandeln. Der Eindruck wird am deutlichsten, wenn wir das Quadrat der Figur mit einem daneben gezeichneten gleich großen, nackten Quadrat — Fig. 1a — vergleichen; von welcher Seite man auch die Figur und das Quadrat betrachten mag, immer scheint das Quadrat innerhalb der Figur in der Hauptrichtung der Figur größer.

Der Grund kann nur ein ästhetischer sein. Was ich unter ästhetischer Betrachtung sichtbarer Formen verstehe, habe ich eben gesagt. Im Gegensatz zur rein optischen Betrachtung, für welche die Form Form ist und weiter nichts, ist sie eine sachliche oder inhaltliche. Damit ist auch schon gesagt, daß die Einheit des sichtbaren Gebildes, die für

die optische Betrachtung lediglich formale Einheit ist, ein gleichgültiges Nebeneinander von Teilen, für die ästhetische Betrachtung sachliche, inhaltliche Einheit ist, sachlicher innerer Zusammenhang. Sie ist, entsprechend der Art der ästhetischen Inhalte, Krafteinheit, Einheit der Bewegung, einheitliche Lebendigkeit.

So ist auch unser Gebilde eine inhaltliche oder sachliche

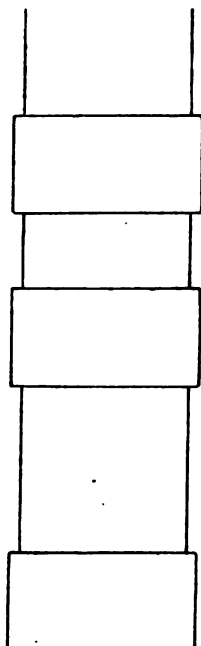


Fig. 1.

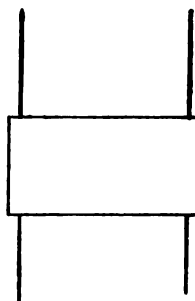


Fig. 2

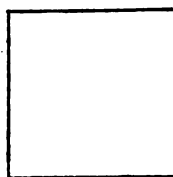


Fig. 1a.

Einheit. Es ist eine gegliederte sachliche Einheit; d. h. die Teile entfalten eine relativ selbständige Tätigkeit oder Bewegung. Zugleich sind sie doch alle von dem Zuge des Ganzen erfüllt. Die Bewegung des Ganzen ist auch in den Teilen lebendig.

Nun haben wir in dem fraglichen Gebilde eine doppelte Bewegung oder zunächst eine doppelte bewegende Kraft oder Bewegungstendenz, nämlich die Tendenz nach oben und die in

die Breite. Aber von beiden erscheint die erstere als die herrschende. Sie trägt über die ihr entgegenstehende Tendenz der Ausdehnung in die Breite den Sieg davon. Sie schlägt also in wirkliche Bewegung aus: das Gebilde als Ganzes scheint sich aufzurichten. Daran nimmt das Quadrat teil; es scheint nach oben sich zu strecken. Es kann um so eher diese Vorstellung erwecken, als es an sich gegen die Ausbreitung nach beiden Richtungen neutral ist, wenigstens durch seine Form kein Überwiegen der Ausdehnung in die Breite andeutet. Die in unserer Phantasie vorhandene Bewegung hat nun aber naturgemäß da, wo sie stattfindet, also in unserer Phantasie, den Erfolg, den eine in Wirklichkeit vorhandene Bewegung in Wirklichkeit haben würde. Der Erfolg der Bewegung nach oben oder des sich Streckens ist das Höherwerden. Also wird das Quadrat in unserer Phantasie höher.

Die Überschätzung der Höhe des Quadrats ist zugleich eine relative Unterschätzung seiner Breite. Aber nicht nur relativ, ich meine im Vergleich zur Höhe, sondern auch absolut genommen wird die Breite des Quadrates unterschätzt. Das Quadrat in der Figur erscheint dem danebenstehenden nackten Quadrat wie an Höhe überlegen, so an Breite nachstehend. Wenigstens dann, wenn die Figur um  $90^0$  gedreht wird, verhält es sich so — trotz des dieser Unterschätzung entgegenwirkenden Momentes, das wir gleich kennen lernen werden. Dies Zusammentreffen ist nicht selbstverständlich; dennoch besteht zwischen beiden Thatsachen ein gedanklicher Zusammenhang.

Was durch eigene innere Thätigkeit sich aufrichten soll, kann nicht gleichzeitig sich gehen lassen und in die Breite dehnen. Vielmehr ist die gegenteilige Verhaltungsweise, d. h. eine innere Zusammenfassung, eine Konzentration nach innen, dabei vorausgesetzt. So würde auch unser Quadrat nicht so frei und kräftig sich aufzurichten scheinen, wenn es nicht sich innerlich zusammenfafste. Der Schein der Zu-

sammenfassung entsteht, indem das Quadrat im Vergleich mit den angrenzenden Teilen des Gebildes nach innen zurücktritt. Wie jede Form für die ästhetische Betrachtung nicht nur da ist, sondern durch Wirkung innerer Kräfte entsteht, so auch diese Form des Zurücktretens. Das Quadrat erzeugt sie durch seine Thätigkeit; es zieht sich selbst in sich zurück, kurz, faßt sich innerlich zusammen.

Mit dieser Deutung, d. h. dieser Rückführung des faktischen Zurücktretens des Quadrates auf eine innere Thätigkeit desselben, begnügt sich aber unsere Phantasie nicht. Das Quadrat ist nun einmal für uns zum Träger jener Thätigkeit geworden; es erscheint also auch weiterhin in diesem Lichte. Wir können das Quadrat, auch so wie es thatsächlich vor uns steht, nicht betrachten, ohne daß der Gedanke eines Strebens nach innen, weil er nun einmal mit dem Bilde des Quadrates sich verknüpft hat, in uns weiter wirkt. Und dieses Streben erscheint nicht als ein ohnmächtiges, sondern als ein über den Widerstand, der ihm entgegensteht, übermächtiges. Als solches hat es sich ja in jenem faktischen Zurücktreten erwiesen. Wirkt nun aber der Gedanke dieses übermächtigen Strebens, oder, was dasselbe sagt, wirkt in unseren Gedanken dieses übermächtige Streben nach innen weiter, so muß das Quadrat weiter sich zusammenzufassen scheinen. Auch hier also überschätzen wir die Wirkung der Kraft, die uns als die übermächtige oder siegreiche erscheint. Wir folgen in unserer Vorstellung der Bewegung, an die wir einmal glauben, oder von der wir einmal in unseren Gedanken beherrscht sind, vermöge einer Art von geistigem Trägheitsgesetz, über die thatsächliche Wahrnehmung hinaus.

Endlich hebe ich auch gleich die dritte Täuschung hervor, die bei unserer Figur stattfindet. Ich meine den Schein der Konvergenz der vertikalen Linien am oberen Ende des Gebildes. Die in dem Gebilde für unsere Vorstellung herrschende Bewegung, sagten wir, sei die Bewegung nach



oben. Diese Bewegung vollzieht sich aber, wie wir eben schon sahen, nicht in einem Zuge, sondern im Wechsel der Zusammenfassung und der Wiederaufhebung derselben, also des Nachlassens oder Heraustretens in die Breite. Die Bewegung in die Breite nun vergegenwärtigen uns die heraustretenden liegenden Rechtecke; es besteht in dieser Bewegung die besondere und relativ selbständige, freilich auch nur relativ selbständige Funktion derselben. Es wäre nicht genau, zu sagen: die Rechtecke treten heraus; vielmehr tritt in ihnen das Gebilde aus sich selbst heraus. Ebenso faßt sich dann wiederum in den zurücktretenden Teilen das Gebilde in sich selbst zusammen.

Das Gebilde als Ganzes, so müssen wir sagen, birgt in sich überall beide Tendenzen: die der Ausbreitung und die der Zusammenfassung. In den heraustretenden Rechtecken siegt die erstere, in den zurücktretenden Teilen und im Ganzen besiegt die Tendenz nach innen den Widerstand, den ihr die Tendenz der Ausbreitung bereitet. Wird nun dieser Widerstand auch besiegt, so ist er doch da und übt auf die Bewegung nach innen eine hemmende Wirkung; und dies geschieht naturgemäß zunächst da, wo die den Widerstand übende Tendenz nach außen das Übergewicht gewinnt, d. h. an den Punkten, an denen die zurücktretenden Teile mit den heraustretenden Rechtecken zusammentreffen und an sie nicht nur formal, sondern sachlich gebunden erscheinen. Das Gebilde wird an diesen Punkten von den heraustretenden Rechtecken festgehalten. Wir gewinnen den Eindruck, daß in ihnen eine innere Spannung zwischen den einander entgegenwirkenden Kräften stattfindet. Von dieser Spannung nun oder dieser Hemmung der nach innen gehenden Bewegung werden die zwischen den heraustretenden Rechtecken liegenden Teile des Gebildes oben und unten gleichmäßig betroffen, der oberste Teil des Gebildes dagegen nur an seinem unteren Ende. Im übrigen ist die Tendenz nach innen von jener

Hemmung frei, kann also und muß sich verwirklichen. Daraus ergibt sich die Vorstellung und der optische Schein der Konvergenz. Die optische Täuschung, von der wir reden, ist der optische Widerschein der Reaktion gegen den in den heraustretenden Rechtecken liegenden und sich verwirklichenden Zwang der Bewegung nach außen. Die Wirkung ist eine doppelseitige in Fig. 2. Der Eindruck verstärkt sich hier, wenn die Linien nach unten länger ausgezogen werden. Im Übrigen mache ich die Bemerkung, daß hier, wie überall, wo die optische Täuschung in einer scheinbaren Neigung vertikaler Linien besteht, die Drehung der Figur um  $45^{\circ}$ , also die halb seitliche Betrachtung zweckmäßig ist. Der Grund wird später erwähnt werden.

#### Spezielleres über Größenurteile beim Quadrat und Rechteck.

Was wir im Vorstehenden gewonnen haben, wird sich uns nun im Verfolg dieser Untersuchung nach verschiedenen Richtungen hin bestätigen. Zunächst verweilen wir einen Augenblick bei gewissen Besonderheiten unseres Größenurteils, wie sie schon beim einfachen Quadrat und Rechteck zu Tage treten.

Wir sahen, daß die Ausdehnung in der Richtung der herrschenden Bewegung, oder anders ausgedrückt, die Ausdehnung in der Richtung der Thätigkeit, die in unserer Vorstellung oder für dieselbe als die herrschende, überwiegende, übermächtige erscheint, von uns überschätzt wird. Schon bei dem nackten Quadrat nun ist die Höhenausdehnung die Richtung der herrschenden Bewegung. Das Quadrat ist thatsächlich ebensowohl ein aufrechtes, als ein liegendes Rechteck; es erscheint uns aber jederzeit als ein aufrechtes Gebilde. Danach müssen wir annehmen, daß auch schon bei der Überschätzung der Höhe des nackten Quadrates der ästhetische Faktor mitwirke.

Das Gleiche gilt von der Überschätzung der Höhe eines gleichseitigen Dreiecks.

In der That überschätze ich bei letzterem diejenige Ausdehnung, die ich als Höhenausdehnung betrachte, auch wenn sie es der Lage des Dreiecks nach für das Auge nicht ist. Oder anders gesagt: ich überschätze bei gleicher Lage die Ausdehnung in dieser oder in jener Richtung, je nachdem es mir gelingt, die eine oder die andere Seite als die Basis des Dreiecks zu betrachten. Eine andere als die horizontal liegende Seite fasse ich aber dann am leichtesten als Basis, wenn ich das Dreieck als Giebeldreieck zeichne. — Man kann danach schliesslich zweifelhaft sein, wie viel von der Überschätzung der Höhe in beiden genannten Fällen übrig bliebe, wenn der ästhetische Faktor ausgeschlossen werden könnte.

Es hat aber die Thatsache, daß wir das Quadrat als aufrechtes Gebilde fassen, für uns eine allgemeinere Bedeutung. Auch sonst werden wir finden, daß uns gewisse Richtungen als Hauptrichtungen erscheinen, obgleich sie fürs Auge vor anderen Richtungen keinen Vorzug haben.

Um so gewisser haben solche Richtungen jedesmal einen ästhetischen Vorzug. Gerade bei der vertikalen Richtung tritt derselbe besonders deutlich hervor. Die vertikale Richtung ist in besonderem Masse die Richtung der Aktivität, der eigenen Kraftbethätigung, der positiven Leistung. Die Schwere zieht zu Boden; was der Schwere folgt, verhält sich passiv; was sich emporrichtet, sich aufwärts bewegt, die Schwere überwindet, erweist sich eben damit als aktiv. Alles aber, was aktiv ist oder scheint, liegt uns, als wollenden und darum im eigentlichsten Sinne des Wortes aktiven Wesen besonders nahe; es drängt sich unserem Bewusstsein und Gefühl in besonderem Masse auf; es übt in unserer Vorstellung eine besondere Wirkung.

Dies ist es denn auch, was uns in dem Quadrat, obgleich es in gleichem Grade aktiv und passiv scheinen müßte, vor-

zugsweise den Träger der zur vertikalen Ausdehnung erforderlichen Aktivität sehen läßt. Sie überwiegt in unserer Vorstellung und scheint damit zugleich im Objekte zu überwiegen. Kein Wunder, da ja das Objekt, sofern es als Träger von Kräften betrachtet wird, gar nirgends anders als in unserer Vorstellung besteht.

Mit dem Gedanken des sich Aufrichtens durch innere Thätigkeit schien uns oben der Gedanke der Zusammenfassung oder Konzentration nach innen in unmittelbarem Zusammenhang zu stehen. Dieser Zusammenhang wird unmittelbar deutlich, wenn wir bemerken, daß von zwei gleich hohen und verschieden breiten Rechtecken unter im übrigen gleichen Umständen das schmälere höher scheint. Gewiß nicht einfach darum, weil es schmaler ist. Es wurde schon angedeutet, daß es Fälle giebt, in denen die schmälere Gebilde als die niedrigeren erscheinen. Sondern weil in den Fällen, von denen hier die Rede ist, die geringere Ausdehnung in die Breite den Gedanken stärkerer Konzentration und damit einer energischeren, so zu sagen rascheren Bewegung nach oben, die größere Breite den Gedanken relativer Trägheit oder relativen Sichgehenlassens und damit den Gedanken geringerer vertikaler Thätigkeit unmittelbar nahelegt.

Dieser Auffassung scheint der Eindruck zu widersprechen, den wir gewinnen, wenn wir kannellierte und unkannellierte Pfeiler oder Säulen vergleichen, oder auch nur zwei Rechtecke von gleicher Höhe und gleicher Breite nebeneinander stellen, von denen das eine mit längslaufenden, an Kannelluren erinnernden Linien versehen ist, während beim anderen solche Linien fehlen. Das erstere der beiden erscheint niedriger. Durch die vertikalen Linien wird aber das Rechteck in eine Reihe schmalerer Rechtecke zerlegt, die nach oben Gesagtem vielmehr höher erscheinen müßten.

Indessen diese Zerlegung findet nur für den optischen Standpunkt statt. Wenn dieser Standpunkt hier der ent-

scheidende wäre, müßte also gewiß eine Überschätzung der Höhe bei dem mit vertikalen Linien versehenen Rechteck stattfinden. Dagegen wird für den ästhetischen Standpunkt auch hier das bloße Nebeneinander zu einer sachlichen Einheit; die Vielheit von schmalen Rechtecken erscheint als ein Ganzes, nur als ein Ganzes von besonderem Charakter.

Der besondere Charakter besteht nun ohne Zweifel in dem Schein einer besonderen Energie des Aufstrebens. Daraus könnte wiederum ein Widerspruch mit dem oben Gesagten abgeleitet werden. Der Gedanke der Thätigkeit nach oben läßt uns ja eben die vertikale Ausdehnung überschätzen. Aber Energie des Aufstrebens ist nicht identisch mit wirklicher Aufwärtsbewegung, sondern in gewisser Weise das Gegenteil einer solchen. Und nur von der wirklichen, d. h. in unserer Phantasie wirklichen Bewegung, nur von der Vorstellung der siegreichen, gegenwirkende Kräfte überwindenden Thätigkeit, der Thätigkeit also, durch die etwas gethan oder geleistet wird, wurde gesagt und sollte gesagt werden, daß sie die Überschätzung der entsprechenden Dimension bedinge. Die vertikalen Linien machen den Eindruck erhöhter innerer Spannung oder Anstrengung. Darin liegt von selbst der Gedanke einer Gegenwirkung, die überwunden werden muß und nicht allzu leicht überwunden wird. So spannen ja auch wir uns nicht sichtbar an, wenn wir eine Last leicht heben, sondern wenn Grund ist zum Gedanken, daß wir von der Last niedergedrückt werden. Eine Thätigkeit, die mit innerer Anstrengung sich vollzieht, liegt in den Gebilden, die mit solchen Linien versehen sind, ausgesprochen, nicht eine ihrer Natur nach übermächtige oder überlegene Thätigkeit, die der inneren Anspannung nicht bedarf, weil sie auch ohne solche ihres Erfolges sicher ist. Diese ist uns vielmehr in den von den Linien freien Gebilden vergegenwärtigt. So bestätigt in Wahrheit der Vergleich der beiden Formen unsere Anschauung. Zugleich schließt er ein mögliches Mißverständnis aus.

Gleichzeitig muß hier ein anderes Mißverständnis ausgeschlossen werden, das durch das eben Gesagte hervorgerufen oder befördert werden könnte. Die Last hemmt die Bewegung dessen, das sich gegen sie aufrichtet. So könnte, dem Obigen zufolge, die Vorstellung der Last gleichfalls als Grund erscheinen für eine Unterschätzung des Erfolgs der Aufwärtsbewegung des tragenden Gebildes, also für eine Unterschätzung der vertikalen Ausdehnung, die aus jener Bewegung hervorgeht. In der That ist Ästhetikern ein Mißverständnis von solcher Art begegnet. Wie bekannt, ist der Boden, auf dem die dorischen Säulen aufstehen, oder kürzer gesagt, die Oberfläche des dorischen Stylobats, in einigen Fällen keine genaue Ebene, sondern eine leicht gewölbte Fläche. Als Grund dafür hat man angegeben, daß ein völlig ebenes Stylobat wegen der in der Mitte besonders stark wirkenden Last der Säulen in der Mitte eingesunken, also in seiner Höhe vermindert erscheinen müßte. — Es ist dies, soviel ich weiß, der einzige Fall, in dem eine optische Täuschung aus ästhetischen Gründen bisher ausdrücklich statuiert wurde. Gerade in diesem Falle aber trifft nach allem, was ich sehen kann, die optische Täuschung nicht zu.

Es besteht eben für eine solche keinerlei Grund. Ich sehe hier ganz davon ab, daß die dorische Säule physikalisch zwar lastet, ästhetisch aber das Gegenteil thut, nämlich, so gut wie jede Säule, sich aufrichtet. Auch wenn sie ästhetisch ebenso lastete, wie sie es physikalisch thut, so würde ja daraus doch für den Eindruck, den das Stylobat macht, ganz und gar nichts folgen. Wir könnten von dem Stylobat fordern, daß es sich der Last gegenüber irgendwie gebeudete, aber ob es der Forderung nachkäme, darüber würde das Dasein der Last nicht das Mindeste aussagen. Die Last könnte beliebig groß erscheinen, das Stylobat aber den Eindruck machen, als ob es dadurch in keiner Weise affiziert würde. In der That macht ein ebenes Stylobat diesen Eindruck.

Allgemein gesagt: Der ästhetische Eindruck eines Gebildes ist der unmittelbare Eindruck eben dieses Gebildes. Ein Gebilde macht einen ästhetischen Eindruck niemals darum, weil wir ihn wegen des Eindrucks eines anderen Gebildes fordern, sondern immer nur, weil er aus der Betrachtung des Gebildes unmittelbar sich ergibt. Er kann nie aus einem Anderen erschlossen werden, sondern muß jederzeit unmittelbar da sein und an Ort und Stelle sich aufdrängen. Andernfalls ist er kein ästhetischer Thatbestand, sondern ein Ergebnis der Reflexion. So kann auch auf einem aufgerichteten oder überhaupt nach oben thätigen Rechteck, wie etwa das Quadrat in Fig. 1, eine beliebige Last zu ruhen scheinen; dies hindert nicht, daß das Rechteck gegen eben diese Last beliebig frei sich aufzurichten scheint. Soll der Eindruck entstehen, daß es mit Anstrengung oder innerer Spannung sich aufrichte, so muß diese Art des inneren Verhaltens an ihm selbst zu Tage treten, etwa so, wie dies bei dem kannellierten Pfeiler oder dem ähnlich charakterisierten Rechteck der Fall ist.

#### Zusammenfassende Linien.

Wir werden einen Schritt weiter geführt durch den Vergleich von Fig. 3 und Fig. 4, der eine analoge Täuschung ergibt, wie Fig. 1 sie zeigte. Fig. 3 vergegenwärtigt uns ein Quadrat mit verlängerten horizontalen, Fig. 4 ein ebenso großes mit verlängerten vertikalen Seiten. Letzteres erscheint im Vergleich mit ersterem höher und schmaler.

Ohne Zweifel liegt dies an den verlängerten Seiten. Dieselben schliessen eine ihrer Richtung entsprechende Bewegung in sich; und diese Bewegung teilt sich den mit ihnen nicht nur optisch, sondern sachlich oder innerlich verbundenen Quadraten mit. Vielmehr: sie ist wegen der inneren Einheit des ganzen Gebildes ohne weiteres zugleich ihre Bewegung.

Zugleich scheinen in beiden Figuren die verlängerten Seiten in der Mitte etwas nach auswärts gekrümmt, also

gegen die Enden hin etwas konvergent. Dies wiederum kann nur an den die verlängerten Linien verbindenden Querlinien liegen. Sie scheinen nicht nur optisch, sondern sachlich zu verbinden, d. h. zusammenzufassen. Darin liegt unmittelbar der Gedanke einer Kraft, die auf die verlängerten Linien wirkt und sie seitwärts auseinandertriebe, wenn sie nicht, so wie es der Fall ist, d. h. nahe ihren beiden Enden zusammengefaßt wären. Natürlich muß in der Mitte, wo die verbindenden Linien nicht unmittelbar wirken, diese Kraft relativ frei zur Geltung kommen. Die vertikalen Linien scheinen

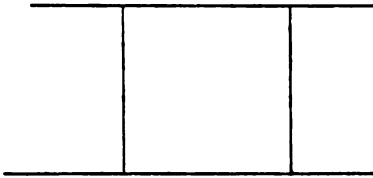


Fig. 3.

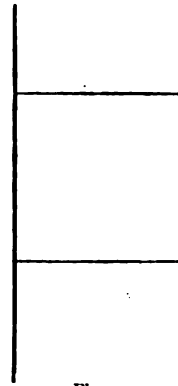


Fig. 4.

nach oben und unten gewaltsam einander genähert, in der Mitte relativ dem Streben nach außen preisgegeben.

Hiermit beschreibe ich zunächst den unmittelbaren Eindruck der beiden Gebilde. Ich sage keineswegs, daß optisch verbindende Linien immer so wie hier als zusammenfassend erscheinen müßten. Sie erscheinen in diesem Lichte nur, wenn dafür ein besonderer Anhaltspunkt gegeben ist. An sich ist der Gedanke, daß verbindende Linien zusammenfassen, nur ein möglicher und naturgemäßer. Er drängt sich auf in dem Maße, als er im Zusammenhang des Ganzen Sinn hat. Hier hat er Sinn, sofern das von den geraden Linien begrenzte oder eingeschlossene Quadrat ein ausge-



dehntes oder sich ausdehnendes Gebilde ist. Es ist gewiß ebenso ein sich in sich selbst zusammenfassendes Gebilde; aber für die Funktion der Zusammenfassung bieten sich eben unserer Vorstellung die verbindenden Linien speziell als Träger dar; das Quadrat im Übrigen erscheint dann naturgemäß vorzugsweise als Träger des entgegengesetzten und jenen Gedanken ergänzenden Gedankens.

Diese Anschauung hat wiederum allgemeinere Bedeutung. Scheint in einem Gebilde die eine von zwei Kräften, die einander in dem Gebilde das Gleichgewicht halten, an einer Stelle vorzugsweise tätig, so muß außerhalb dieser Stelle auch die andere in ihrer Wirkung entsprechend gesteigert erscheinen. Die Aktion bedingt die Reaktion; die Aufhebung des Gleichgewichts nach der einen Seite hat zur Folge, daß nun auch die andere Seite entsprechend zu ihrem Rechte kommt; dadurch stellt unsere Phantasie das Gleichgewicht wieder her.

Eine der hier besprochenen analoge optische Täuschung muß nun auch stattfinden, wenn die Verlängerung der Seiten unterbleibt, also das Quadrat als nacktes sich darstellt. Bei ihm erscheinen alle begrenzenden Linien als zusammenfassende. Sie sind, wie es schon der Name sagt, die besonderen Träger der Begrenzung, d. h. der Zusammenfassung, die im Quadrat der Ausdehnung die Wage hält und dadurch das Quadrat erst erzeugt oder in seinem Bestande erhält. Jede horizontale Linie faßt die beiden vertikalen, jede vertikale Linie die beiden horizontalen an den Enden zusammen. Wiederum muß das Quadrat im Übrigen vorzugsweise als Träger des Ausdehnungsstrebens erscheinen. In der That macht das nackte Quadrat den Eindruck, als sei es an den Seiten schwach ausgebaucht, an den Ecken zusammengezogen, also im Ganzen etwas gerundet. Dasselbe gilt von jedem Rechteck, um so mehr, je mehr es dem Quadrat sich nähert, je weniger es also nach einer Richtung als gestreckt oder sich streckend erscheinen kann.

Die Täuschung wird am deutlichsten, wenn wir sie zum Verschwinden bringen. Sie verschwindet aber naturgemäß, wenn alle Seiten verlängert werden, also über das Quadrat hinaus sich erstrecken. Die Vorstellung der Bindung oder Zusammenfassung, also der Bewegung nach innen, hat dann der entgegengesetzten Vorstellung Platz gemacht. Dabei erscheint

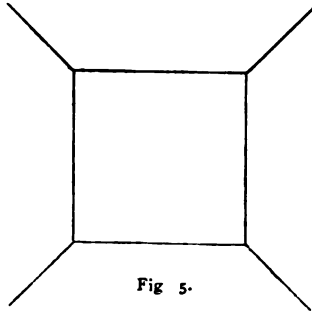


Fig. 5.

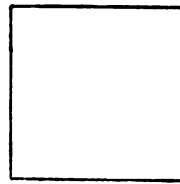


Fig. 6.

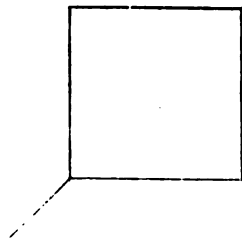


Fig. 7.

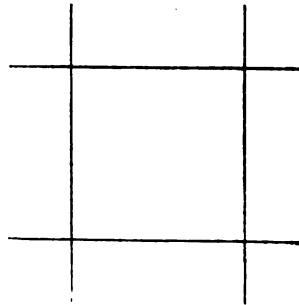


Fig. 8.

das Quadrat zugleich, weil es in seinen Grenzen allseitig über sich hinausstrebt, im Ganzen größer, freier, stattlicher.

Die Richtigkeit des Gesagten ergibt sich aus dem Vergleich von Fig. 6 und Fig. 8. Vielleicht macht sich der oben bezeichnete Eindruck des nackten Quadrates nicht bei jedem so unmittelbar geltend, wie dies bei mir der Fall ist. Dann bemerke ich, daß ich von denen, die ich aufjordnete, das nackte Quadrat, wie es Fig. 6 zeigt, mit Fig. 8

zu vergleichen, teilweise sofort die Antwort erhielt, das nackte Quadrat erscheine ihnen rundlich. Andere meinten, Fig. 8 mache im Vergleich mit dem Quadrat den Eindruck, als seien die Seiten nach innen eingezogen. — Bei dieser Gelegenheit füge ich allgemeiner hinzu, daß ich, wie freilich selbstverständlich, mich bei allen hier behandelten optischen Täuschungen nie auf mein eigenes Urteil verlassen habe. Täuschungen, bei denen die Befragung Anderer kein sicheres Resultat ergab, habe ich überall unberücksichtigt gelassen oder die Unsicherheit des Ergebnisses ausdrücklich betont.

Eine ähnliche ausweitende Wirkung wie die verlängerten Seiten haben beim Quadrat schräge Linien, die von den Ecken des Quadrats über das Quadrat hinausweisen. Man vergleiche mit Fig. 6 die Figuren 5 und 7. Am deutlichsten vielleicht zeigt sich die Wirkung in der letzteren Figur. Die Ecke, an welche die schräge Linie ansetzt, scheint herausgezogen und damit das ganze Quadrat verschoben. So läßt sich ein Quadrat, je nachdem wir an dieser oder jener, oder an mehreren Ecken zugleich Schrägen ansetzen, bald nach dieser, bald nach jener Richtung scheinbar verschieben.

Die im Obigen vorausgesetzte optisch zusammenfassende Wirkung verbindender Linien bedarf noch einer näheren Bestimmung. Verbindende Linien können die Wirkung einer auseinandertreibenden Kraft hemmen, niemals aber das, abgesehen von dieser Wirkung bestehende Aussercinander vermindern. Sie können der ausdehnenden Bewegung passiven Widerstand leisten, niemals eine spontane Gegenwirkung gegen dieselbe repräsentieren. Es giebt nichts, was die Vorstellung in uns erwecken könnte, daß eine Linie sich frei in sich zusammenziehe. Daher dürfen wir niemals eine absolute, sondern immer nur eine relative Unterschätzung der Distanz erwarten, die die verbindenden Linien durchlaufen; d. h. die Linien bewirken fürs Auge eine Verengerung oder Einschnürung lediglich im Vergleich zu der Wirkung der aus-

breitenden Kraft, die jenseits der Stelle der Einschnürung stattfindet. Natürlich setzt dies voraus, daß dort eine solche ausbreitende Wirkung für uns bestehe. Wir glauben aber an eine solche, wir meinen jenseits der Stelle der Einschnürung eine Ausbauchung zu sehen, wenn sich uns dort der Gedanke einer Kraft, die die Ausbauchung bewirken kann, eben im Gegensatz zu der verbindenden Linie aufdrängt. Dies ist, wie wir sahen, der Fall beim nackten Quadrat. Wir glauben ein ander Mal eine stärkere Ausbauchung wahrzunehmen, als wir wirklich wahrnehmen, wenn eine Ausbauchung jenseits der verbindenden Linie schon vorliegt und eine ausbreitende Kraft in sich zu schließen oder aus einer solchen hervorzugehen scheint. In jedem Falle lassen die scheinbar einschnürenden Linien die Wirkung der ihnen entgegenstehenden ausbreitenden Kraft in unserer Vorstellung hervortreten, also das Gebilde jenseits der Linie scheinbar herausquellen. Die relative Unterschätzung nun der von einer solchen Linie durchmessenen Distanz ist mit diesem Schein des Herausquellens von selbst gegeben. Sie ist gar nichts anderes, als jene Überschätzung der Wirkung der ausbreitenden Kraft jenseits der Stelle der Einschnürung.

Dagegen kann eine absolute Unterschätzung der von der einschnürenden Linie durchmessenen Distanz, oder kürzer, der Weite der Einschnürung so wenig stattfinden, daß vielmehr eine absolute Überschätzung derselben unvermeidlich erscheint. Dies liegt schon in dem oben Gesagten. Was nur passiven Widerstand leistet, giebt jederzeit nach. Nur so, daß wir die verbindende Linie die Wirkung der Kraft, der sie Widerstand leistet, in Gedanken erfahren lassen, können wir sie als solchen Widerstand ühend vorstellen. Die verbindende Linie wird auseinandergezogen und erprobt eben dabei ihre zusammenfassende oder einschnürende Kraft. Ihre Wirkung besteht darin, daß sie die Dehnung, die ihr aufgenötigt wird, aufhält.

Die Kraft nun, durch die der Einschnürung diese Dehnung aufgenötigt wird, ist keine andere, als eben die ausbreitende Kraft, die jenseits der Einschnürung den Schein des Herausquellens entstehen läßt. So ist schließlich auch die Überschätzung der Weite der Einschnürung nur eine Seite der Überschätzung der Wirkung dieser ausbreitenden Kraft. Letztere wird überschätzt, sofern sie schon in der Einschnürung oder gegen dieselbe siegreich erscheint, und erst recht nachher, wo wir sie aus der Einschnürung heraustreten und frei sich bethätigen sehen.

Von diesem Sachverhalt giebt Fig. 9, verglichen mit Fig. 10, ein deutliches Beispiel. Da, wo in der ersteren die zusammenfassende Linie sich findet, tritt, eben im Gegensatz



Fig. 9.

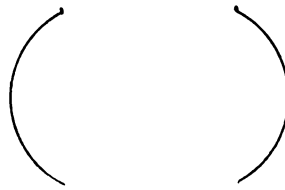


Fig. 10.

zur Zusammenfassung, die Energie der ausbreitenden Kraft erst recht in unser Bewußtsein. Daraus ergibt sich beides: der Eindruck der stärkeren Wölbung der Kurve unmittelbar jenseits der verbindenden Linie und die Überschätzung der Größe der verbindenden Linie selbst. Jene ist zugleich eine relative Unterschätzung der Weite der Einschnürung. Beide optische Täuschungen werden durch den Gegensatz deutlicher, wenn man in Fig. 10 oben eine verbindende Linie anbringt.

Schließlich läßt sich das in diesem Abschnitt Gewonnene verallgemeinern. Wir verstehen es, daß der Eindruck einer Thätigkeit sich steigert in dem Maße, als die Kraft, die durch die Thätigkeit überwunden wird, sichtbar hervortritt, überhaupt sich unserem Bewußtsein möglichst unmittelbar

aufdrängt. Daraus ergibt sich jedesmal eine Überschätzung des sichtbaren Erfolges jener Thätigkeit. — Wir werden noch allerlei Fälle kennen lernen, die dieser Regel sich unterordnen.

#### Anwendungen auf die Kunst.

Die bisher angedeuteten Möglichkeiten optischer Täuschungen und ihrer Wiederaufhebung gelangen zu ihrer eigentlichen Bedeutung in den technischen Künsten, und vor allem in der vornehmsten unter ihnen, der Architektur. Nicht, als wäre der Kunst an Formen als solchen, also auch an der Korrektur von Formen als solcher gelegen. Formen haben für die Kunst Bedeutung, sofern sie etwas bedeuten oder »symbolisieren«. Die sogenannte reine Formenschönheit ist im Kunstwerke, insbesondere im architektonischen, nirgends anzutreffen. Aber eben, weil Formen etwas bedeuten, fordert die Kunst überall solche Formen, deren Bedeutung in den Sinn des Ganzen, dem sie angehören, sich ohne Widerspruch einfügt. Korrigiert die Architektur irgendwo einen optischen Schein, so korrigiert sie in Wahrheit den darin liegenden unzulässigen Gedanken. Freilich ist damit zugleich die Korrektur des Scheines selbst notwendig verbunden. Sofern beides Hand in Hand geht, kann man sogar sagen, daß im Korrigieren des unzulässigen optischen Scheines eine wesentliche und immer wieder sich aufdrängende Aufgabe der Architektur und der technischen Künste überhaupt besteht.

So wird vor allem in gar vielen Fällen der ästhetische Charakter des nackten Rechtecks, das Gebundene und Unfreie, Beengte, Plumpe seines Wesens eine Korrektur erfordern, die zugleich die Form selbst scheinbar verändert. Vielleicht wird die Korrektur durch angrenzende Formen unmittelbar vollzogen; Rechtecke, die sich verbinden, erzeugen ein Ganzes, in dem als Ganzem ein kräftigeres oder freier aus sich heraus tretendes Leben sich entfaltet. Oder sie ordnen sich einem Ganzen aus verschiedenartigen Elementen unter und gewinnen,

wie das Quadrat in Fig. 1, vermöge der Wechselwirkung der Elemente den Charakter des freieren Ausschüßherausgehens in einer bestimmten Richtung. Wo dergleichen nicht von selbst geschieht, müssen geflissentlich geeignete Mittel angewandt werden. Die wichtigsten Mittel liegen aber in Figg. 1, 5 und 8 angedeutet.

Einige einfache Hinweise mögen zur Erläuterung genügen. Wir versehen Bücherdeckel mit Ecken aus praktischen, aber auch aus ästhetischen Gründen. Das Eckdreieck weist nach außen und hebt so die Plumpheit und den optischen Schein der Eingezogenheit der Ecken auf. Wir lassen an Bildern oder Spiegelrahmen die Ecken heraustreten oder versehen sie mit schräg nach außen weisenden Ornamenten und erreichen damit den gleichen Zweck. Die Flächen der Spiegel und Bilder erscheinen freier und weiter. Auch schon die Profilierung des Rahmens mit Stab und Kehle wirkt, sofern sie die geradlinige Bewegung steigert, in gleicher Richtung.

Wichtiger sind die Veranstaltungen, durch die architektonische Rechtecke, die Thüren, die Fenster, die Wände, eines unzulässigen ästhetisch-optischen Scheines entkleidet werden. Die Wände eines Gebäudes, so nehme ich an, treten zunächst im Sockel kräftig heraus. Infolge davon scheinen die nachfolgenden Teile sich kräftiger zusammenzufassen; ihr Aufsteigen wird ein konzentrierteres, kräftigeres, freieres. Zugleich müßten sie gegen ihr oberes Ende hin zu konvergieren oder sich nach innen zu neigen scheinen. Dieser Schein wird aufgehoben durch die Gegenbewegung des im allgemeinen schräg heraustretenden abschließenden Gesimses. Daß es im ganzen schräg austritt, läßt es innerlich in höherem Grade an die Wand gebunden erscheinen; die schräge Bewegung ist die Fortsetzung der vertikalen Bewegung der Wand, nur daß in ihr zugleich die in der Wand überwundene, aber doch vorhandene Gegenwirkung gegen die Zusammenfassung nach innen zur Geltung gelangt. Indem dieselbe sichtbar hervorbricht,

gewinnen wir von ihr einen lebendigen Eindruck, der auch den optischen Schein zu überwinden vermag.

Freilich nicht jede schräge Ausladung ergibt den bezeichneten Erfolg mit gleicher Sicherheit. Lasse ich, wie in Fig. 11, an das obere Ende der vertikalen Linie eine einfache Schräge unmittelbar sich ansetzen, so wird dadurch der Eindruck der Neigung nach innen eher verstärkt. Die Vertikale scheint hier, wie wir später — vgl. S. 274 f. — im Zusammenhang sehen werden, durch ihre Neigung der Auswärtsbewegung der Schräge das Gegengewicht halten zu müssen und darum wirklich zu halten. In der That pflegt denn auch in der Architektur an Stelle

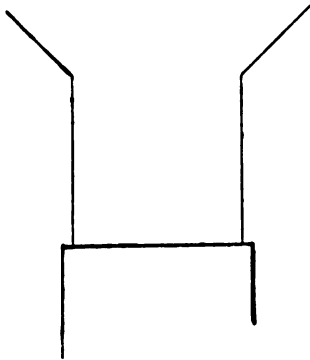


Fig. 11.

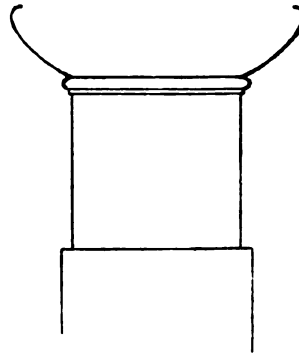


Fig. 12.

jener einfachen Schräge ein komplizierteres System zu treten. Die Schräge selbst wird ersetzt durch ein selbständigeres und von selbständigerer Bewegung erfülltes Profil, das schon seiner Form nach zur Vertikalen nicht mehr einfach wie Bewegung und Gegenbewegung sich verhalten kann. Zwischen dies ausladende Profil und die Wand tritt ein anknüpfendes, zugleich trennendes und vermittelndes Glied, ein Plättchen, Stäbchen, ein Ring; darunter wird schließlich noch durch ein analoges Glied, das auch schon die obere Ausladung in gewisser Weise vorbereitet, ein bandartiger Streifen von der Wand abgetrennt und so eine breitere Vermittelung zwischen Wand und oberer



Ausladung geschaffen. Jetzt ist jener Gedanke, daß die Wand unmittelbar der Schräge das Gegengewicht halte, ausgeschlossen. Das Band ist es, das die Wirkung der Schräge unmittelbar aufnimmt und ihr, der Breite nach sich zusammenfassend, Widerstand leistet. Erst durch das Band hindurch geschieht die Wirkung der Ausladung auf die Wand.. In dem durch das Band und die daran sichtbar festgeknüpfte Ausladung gebildeten Ganzen haben wir unmittelbar und in einem Blick das Bild einer ausdehnenden Kraft, die zunächst gebunden, schließlich doch siegreich hervorbricht. Daraus entsteht, wie wir wissen, die Vorstellung einer Übermacht dieser Kraft, und aus dieser Vorstellung erst erklärt sich die Aufhebung der Konvergenz. Zugleich scheint das ausladende Profil vermöge des zusammenfassenden oder einschnürenden Bandes kräftiger herauszuspringen. — In Fig. 11 fehlt an der Stelle, wo die Schräge wirkt, die Gegenwirkung, die wir durch die Bewegung in der Schräge überwunden denken können; es fehlt darum dieser Bewegung die optische, ebenso wie die rechte ästhetische Kraft. Daß das in der Architektur an die Stelle tretende kompliziertere System, auch schon abgesehen von dem »Bande«, die behauptete optische Wirkung übt, will Fig. 12 zeigen. Der Schein der Konvergenz ist bei ihr verschwunden.

Der Eindruck der Neigung der Wand wird stärker oder schwächer sein, je nach der Art und dem Grade der Ausladung ihrer Basis. Er ist sehr deutlich, wenn wir den ionischen Fries, der auf dem successive nach außen drängenden Architrav aufsteht, ohne das abschließende Gesims betrachten. Durch die bezeichnete Art der Ausladung des Architravs erhöht sich der Eindruck der nach innen wirkenden, am unteren Ende noch gebundenen Kraft des Frieses. Der Schein der Neigung bleibt bestehen, wenn man in einer Zeichnung des fraglichen Frieses die weit überhängende Platte unmittelbar, d. h. ohne jenes ausladende Gesims auf dem Fries

auffliegen läßt. Nebenbei bemerkt, entspricht es der geringen Höhe des Frieses, wenn hier, wie in obiger Figur, das »Band« in das anknüpfende Glied zusammenschrumpft.

In modernen Bauten fällt jene Neigung nach innen oft genug auf bei Halbgeschossen, die ohne eigenes kräftiges Kranzgesims über dem kräftig ausladenden Hauptgesims eines Gebäudes als letzter Abschluß sich erheben, oder bei Balustraden, die auf das kräftig ausladende flache Dach aufgesetzt sind. Dem Schein kann man hier aber auf anderem Wege zu begegnen suchen, nämlich durch frei nach oben weisende Gebilde, die auf die Ecken bzw. Pfeiler aufgesetzt werden und deren Höhentendenz vermehren. Auch aufwärtsweisende Formen haben ja aufrichtende Kraft; ja sie haben sie natürlich in erster Linie. Die Türme oder Türmchen, die Fialen, Erker des gotischen oder gotisierenden Stils zeigen dies zur Genüge.

Jenes oben bezeichnete Zusammenwirken der schrägen Ausladung mit dem darunter herlaufenden Band begegnet uns in der Architektur, und den technischen Künsten überhaupt, in den mannigfachsten Modifikationen. In sehr eigenartiger Gestalt beispielsweise bei der dorischen Säule. Es tritt bei ihr auf als Zusammenwirken und Gegeneinanderwirken von Echinus und Abakus einerseits und Hypotrachelion andererseits, oder von Säulenkopf und Säulenhals mit den dazu gehörigen, trennenden und zugleich anknüpfenden, in jedem Falle zusammenfassenden Ringen und Einschnürungen. Es ist nach Fig. 9 kein Zweifel, läßt sich aber auch durch genaue Zeichnung und Vergleichung von dorischen Säulen mit und ohne Ringe und Einschnürungen direkt zeigen, daß die Ringe, die den Echinus an seinem unteren Ende zusammenassen, den Echinus kräftiger herauspringen lassen, und daß daraus zugleich dem Hals, auch optisch, eine größere Breite und Gedrungenheit erwächst. Andererseits wirken die Einschnürungen, die Hals und Schaft verbinden und trennen, auf letzteren, wiederum nicht nur ästhetisch, sondern auch optisch;

beides um so mehr, je größer die Anschwellung des Schaftes ist. Diese Anschwellung oder Ausbauchung wird nach oben zu durch die innere Gegenwirkung der Säule allmählich aufgehoben. Der Gefahr des Auseinandergehens wird noch in besonderer Weise begegnet an der Stelle, wo dies speziell erforderlich scheint, also unter dem Kapitäl. Die Einschnürungen leisten der auseinanderreibenden Kraft der Schwere passiven Widerstand. Dies läßt den Schaft am oberen Ende scheinbar stärker herausquellen, so daß die Ausbauchung weiter nach oben geschoben erscheint; zugleich wird der Schaft an der Stelle der Einschnürung verbreitert. Das ganze Gebilde erscheint kräftiger, gedrungener, stämmiger. Insbesondere entsteht an der Stelle der Einschnürung der Eindruck außerordentlicher innerer Spannung und sicherer Festigkeit.

Zum Eindruck größerer Gedrungenheit gehört auch die scheinbare Verkürzung des Schaftes, die gleichfalls durch die Einschnürung bedingt ist. Jede Einschnürung hat, weil sie die Bewegung in der dazu senkrechten Richtung, in unserem Falle die Bewegung nach oben, hemmt, diesen Erfolg. Die Einschnürung ist allemal Ruhe, Sammlung, also das Gegenteil der Bewegung.

#### Krummlinige Grundformen.

Der ausgebauchte Säulenschaft schlägt uns die Brücke zu einer genaueren Betrachtung derjenigen Formen, die in der unendlichen Menge der krummlinigen Formen die eigentlichen Grundformen sind. Ich meine damit die reine Einziehung und die reine Ausbauchung, Kehle und Rundstab, Trochitus und Torus.

Die Einziehung -- Fig. 14 -- drängt oder schmiegt sich nach innen, elastischen Widerstand überwindend, damit zugleich mehr und mehr hervorruhend. Sie gelangt zu einem Punkte der höchsten Spannung, von dem an das Verhältnis der Kräfte sich umkehrt. Die elastische Rückwirkung hat

das Übergewicht gewonnen; und so kehrt das Gebilde auf demselben Wege, auf dem es aus seiner ursprünglichen Gleichgewichtslage heraustrat, wiederum in dieselbe zurück. — Was ich hier sage, ist nur ein unzureichender Ausdruck für ein streng gesetzmäßiges Geschehen.

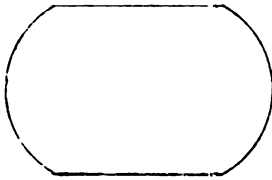


Fig. 13.

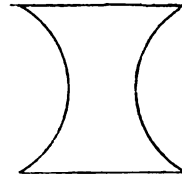


Fig. 14.

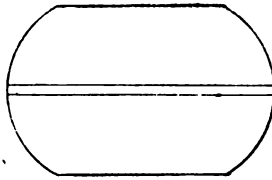


Fig. 15.

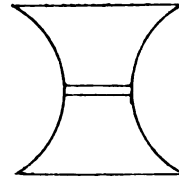


Fig. 16.



Fig. 17.



Fig. 18.

Dagegen sehen wir den Wulst in Fig. 13 einem Druck nachgeben und aus sich heraustreten, dann von einem Punkte der größten Spannung aus gleichfalls sich zur Gleichgewichtslage zurückwenden.

Vergleichen wir beide Formen im Ganzen, so erscheint

jene als Ausdruck freier oder aktiver Gegenwirkung gegen den Druck, diese als Ausdruck passiven Widerstandes. Jene schließt mit der Bewegung nach innen zugleich eine Bewegung nach oben in sich. Das Drängen der Masse nach innen oder die innere Konzentration der Kraft drängt das Gebilde nach oben. Diese schließt ebenso mit der Bewegung nach außen zugleich eine Bewegung nach unten in sich. Darum erscheint jene Form höher, diese niedriger; jene oben und unten enger, diese weiter, als das Quadrat, dessen Ecken die Endpunkte der krummen Linien bilden.

Gleichzeitig wird die Breite der Einziehung in der Mitte nicht, wie man erwarten könnte, unterschätzt, sondern überschätzt, ebenso die Breite des Wulstes in der Mitte nicht überschätzt, sondern unterschätzt. Die geraden Horizontal-linien unter Fig. 15 und Fig. 16 geben die wirkliche Gröfse dieser Distanzen an und lassen jene Über- bzw. Unterschätzung deutlich erkennen.

Auch dieser Thatbestand folgt aus der Entstehungsweise der beiden Formen oder den Kräften, die wir in ihnen wirksam denken, mit Notwendigkeit. In der Einziehung, sagten wir, rufe die nach innen drängende Kraft nach der Mitte zu eine stärkere und stärkere Gegenwirkung hervor; in der Mitte selbst sind beide Kräfte sich gleich. Auch hier besteht eine Art von Gleichgewichtszustand; nur freilich nicht der natürliche oder ursprüngliche Gleichgewichtszustand der an den Enden stattfindet. Wie aber der Gleichgewichtszustand der Enden im Begriffe ist, durch die Bewegung nach innen, so ist dieser Gleichgewichtszustand der Mitte im Begriffe, durch die Bewegung nach außen aufgehoben zu werden. Dort sind wir vom Gedanken an die Bewegung nach innen, hier ebenso vom Gedanken der notwendigen Rückkehr nach außen beherrscht. Die Kraft, die von der Mitte an nach auswärts treibt, und die nach innen wirkende Kraft überwindet, hat in der Mitte ihren eigentlichen Sitz; dort eigentlich findet sich

der Antrieb zur Auswärtsbewegung. Indem wir diesem Antrieb in unserer Vorstellung folgen, entsteht an dieser Stelle die Überschätzung der Breite. Sie hat, wie sonst, ihren Grund in der Übermacht des Gedankens an eine vorhandene Kraft, oder, was dasselbe sagt, in der Übermacht dieser Kraft innerhalb unserer Gedanken. Ist die Kraft innerhalb unserer Gedanken übermächtig, so muß sie die Übermacht auch beweisen, d. h. in unseren Gedanken den entsprechenden Erfolg haben.

Wir haben hier nur von der Mitte gesprochen, als ob nur die Weite der Mitte überschätzt würde und nicht vielmehr die Überschätzung der Weite nach der Mitte zu — aus der ursprünglichen Unterschätzung heraus — allmählich entstünde und wüchse. Indem wir dies Versäumnis nachholen, drücken wir zugleich auch das eben Gesagte noch etwas anders aus.


In der That müssen wir schon vor der Mitte vorzugsweise unter dem Eindruck der nach aufsen treibenden Kraft stehen. Dafs wir die Kraft nach der Mitte zu wachsen, die Kraft der Einziehung nach der Mitte zu abnehmen sehen, läßt jene Kraft schon auf dem Wege zur Mitte in unseren Gedanken mehr und mehr über die Kraft der Einziehung das Übergewicht gewinnen. Auch im praktischen Leben pflegt ja vorzugsweise die wachsende Kraft uns in Anspruch zu nehmen. Wir sympathisieren mit ihr und vertrauen ihr vor der abnehmenden. Wir eilen der Zunahme der einen, ebenso der Abnahme der anderen Kraft in unseren Gedanken voraus, so wie wir auch sonst Bewegungen, die einmal angefangen haben, in Gedanken vorausseilen. Wir antizipieren das Wachsen und Abnehmen und glauben, den Erfolg, den wir erwarten und erwarten müssen, eben weil wir ihn erwarten, schon eintreten zu sehen. Vielmehr, indem wir ihn erwarten oder voraussetzen, haben wir ihn in unseren Gedanken schon, wir brauchen ihn nicht mehr zu vollziehen, sondern er ist schon vollzogen.

Aus denselben Gründen ergibt sich bei der Ausbauchung



der umgekehrte Erfolg. Es dient aber vielleicht der Sache, wenn ich hier den Sachverhalt wiederum anders formuliere. Bei der Ausbauchung wird, wie oben gesagt, durch die Bewegung nach aufsen eine stärkere und stärkere Tendenz der Rückkehr nach innen erzeugt. Damit wird jene Bewegung mehr und mehr gehemmt. Wir unterliegen, wenn wir die Breitenausdehnungen von den Enden nach der Mitte zu untereinander vergleichen, mehr und mehr dem Eindruck der Hemmung, mit der die Breitenausdehnungen zu kämpfen haben. Nun wissen wir, daß der Erfolg der freien und hemmungslosen Bewegung uns größer erscheint, als der Erfolg der gehemmten oder nur mit innerer Anstrengung sich vollziehenden. Also muß die Breitenausdehnung nach der Mitte zu, im Vergleich mit gleich großen Linien, die sich frei in die Breite strecken können — und solche sind die Horizontallinien unter den Wülsten in Fig. 13 und Fig. 15 — geringer erscheinen.

Die ausgesprochene Anschauung erfährt eine auffallende Bestätigung, wenn wir die neue optische Täuschung ins Auge fassen, der wir bei Fig. 15 und Fig. 16 im Vergleich mit Fig. 13 und Fig. 14 begegnen. Bei Fig. 16 bedingen die Horizontallinien — es könnte auch jedesmal nur eine einzige sein — eine scheinbare Verringerung, bei Fig. 15 eine scheinbare Vergrößerung der mittleren Breite. Zugleich sind beide Gebilde niedriger geworden. Die Erklärung ist im Grunde schon gegeben. Die Einziehung in Fig. 14 verdankt ihre relativ große mittlere Breite, oder kurz ihre mittlere Ausweitung der durch die Kraft der Einziehung hervorgerufenen Tendenz der Rückkehr in die natürliche oder ursprüngliche Gleichgewichtslage; ebenso die Ausbauchung in Fig. 13 ihre relativ geringe mittlere Ausbreitung, oder kurz, ihren mittleren Zusammenhalt der durch die Bewegung nach aufsen hervorgerufenen Tendenz der Rückkehr in jene Gleichgewichtslage. An das Vorhandensein, also auch an die Wirkung dieser Tendenz,



können wir aber nur glauben, sofern uns die Gebilde als einheitliche erscheinen, sofern insbesondere die Bewegung von unten nach oben als eine stetige, in einem einzigen ununterbrochenen Zuge geschehende sich darstellt. Nur unter dieser Bedingung kann das untere und obere Ende wirklich als derselbe natürliche Gleichgewichtszustand eines und desselben Gebildes und die Veränderung nach der Mitte zu als successive Aufhebung und aus der Aufhebung von selbst sich ergebende, nämlich stetig daraus herauswachsende Wiederherstellung eben dieses Gleichgewichtszustandes erscheinen. Dagegen gewinnen wir ein vollständig anderes Bild, wenn die Bewegung in der Mitte unterbrochen ist. Die Unterbrechung ist relatives Ende und relativ neuer Anfang oder Ansatz. Sofern die Querlinien unterbrechend wirken, erscheinen die Hälften beider Figuren aus dem einheitlich stetigen Zusammenhang gelöst, die untere hat in der Mitte ihr Ende erreicht, die obere beginnt von da.

Damit stehen sie unter einem völlig anderen Gesetz. Die Hälften von Figg. 15 und 16 erscheinen im gewissen Grade in demselben Lichte, wie die Gebilde in Fig. 17 und Fig. 18, die nichts sind, als die ganz und gar isolierten Hälften der Figg. 15 und 16. Nun gilt die selbstverständliche Regel, daß in jedem für sich stehenden, nach oben sich entwickelnden Gebilde der Zustand am oberen Ende der Zustand des natürlichen Gleichgewichts ist. Wäre es nicht so, so könnte ja das Gebilde in dem Zustand nicht bleiben, der Zustand könnte also nicht Endzustand oder Abschluß des Gebildes sein. Unterscheidet sich von diesem Endzustand der Anfangszustand, so ist das Gebilde in seinem Anfang aus dem natürlichen Gleichgewicht herausgenötigt. So hat auch das Gebilde in Fig. 18 an seinem unteren Ende eine Ausweitung, das Gebilde in Fig. 17 eine Einschnürung sich gefallen lassen müssen. Beide drängen sie dann, indem sie sich nach oben entwickeln, in den natürlichen Gleichgewichtszustand zurück. Und sie thun dies, lediglich ihrem natürlichen



Streben folgend, also, wenn nicht absolut, wovon später, so doch im Vergleich mit den Gebilden in Figg. 13 und 14 frei und hemmungslos. Daraus ergibt sich ein scheinbar größerer Erfolg der Bewegung nach außen bzw. innen, also eine größere scheinbare Weite, bzw. Enge im Vergleich mit den eben genannten Figuren.

Zugleich scheint sich notwendig ihre Höhe zu vermindern. Das Herausgehen aus der Einschnürung, das Sichgehenlassen in die Breite in Fig. 17 muß diesen Erfolg nicht minder haben, als die freie Rückkehr nach innen in Fig. 18. — Man vergleiche übrigens, was über beide Figuren später — S. 259 f. — ergänzend gesagt werden wird.

Denselben ästhetischen Eindruck nun, den die völlig isolierten Hälften der Einziehung und des Wulstes machen, müssen in gewissem Grade auch die durch die horizontalen Linien relativ aus ihrem Zusammenhang gelösten Hälften in Fig. 15 und 16 machen. Die letzteren müssen damit auch an dem optischen Eindruck der ersteren teilnehmen. Noch besonders kann darauf aufmerksam gemacht werden, daß in Fig. 16 die Auswärtsbewegung, in Fig. 15 die Einwärtsbewegung jenseits der Horizontallinien rascher, d. h. in stärkerer Biegung sich vollzieht, als in den von den Horizontallinien freien Gebilden. In Fig. 16 erscheint die Kurve etwas nach innen, in Fig. 15 etwas nach außen geknickt. Es fehlt eben in beiden Fällen in gewissem Grade die haltende und die Linien relativ streckende Wirkung der Kraft, die in Figg. 14 und 13 der Auswärtsbewegung bzw. Einwärtsbewegung entgegensteht.

#### Freie Konvergenz und Divergenz.

Fassen wir in Figg. 13 und 14 die Überschätzung bzw. Unterschätzung der oberen und unteren und die Unterschätzung bzw. Überschätzung der mittleren Breite für sich ins Auge, so könnten wir in Versuchung geraten, an die

Stelle der gegebenen ästhetischen eine rein optische Erklärung der bezeichneten Täuschungen zu setzen. Ich meine folgende. Die beiden krümmen Linien von Fig. 14 nähern sich einander von den Enden nach der Mitte zu oder entfernen sich voneinander von der Mitte nach den Enden zu allmählich. Wegen dieser Allmählichkeit übersehen wir die Annäherung oder Entfernung teilweise, wir unterschätzen also den Unterschied der Distanzen, schätzen insbesondere die untere und obere Weite zu klein. Aus gleichem Grunde schätzen wir die untere und obere Weite in Fig. 13 zu groß. Natürlich schätzen wir zugleich die mittlere Breite dort zu groß, hier zu klein. — Diese Erklärung ist unmöglich oder genügt zum mindesten nicht. Sollte sie als eine genügende gelten, so müßte in ganz derselben Weise auch die obere Breite von Figg. 17 und 18 unterschätzt bzw. überschätzt werden. Die Täuschung ist aber hier, wenn sie auch nicht völlig fehlt, wovon später, doch eine wesentlich geringere.

Zugleich verweise ich hier auch schon auf die Figg. 19 und 20, die später — S. 296 — noch besonders zu besprechen sein werden. In beiden werden Distanzen allmählich weiter und enger. Auch hier also müßte eine Unterschätzung des Grades der Distanzveränderung stattfinden. Aber daraus könnte sich nichts anderes ergeben, als das Bild einer wechselseitigen Annäherung der Geraden an die Kreisbogen und umgekehrt. Statt dessen scheinen in Fig. 19 die Geraden an den Enden sich von den Kreisbogen hinwegzubewegen, also sich einander zu nähern; die Kreisbogen ihrerseits wenden sich, wo sie sich von den Geraden entfernen, mit auffallend plötzlicher Biegung von ihnen hinweg, so daß sie an der Stelle, wo sie den Geraden am nächsten kommen, gegen die Geraden zu etwas eingeknickt erscheinen. Dies entspricht gewiß nicht dem Bild einer durchgängigen, die Entfernungsunterschiede ausgleichenden wechselseitigen Annäherung.

Noch auffallender aber ist, daß Fig. 20 nicht das ent-

gegengesetzte, sondern ein ähnliches Bild zeigt. Auch hier sind die geraden Linien von den Kreisbogen scheinbar weggebogen, und wiederum ist die Art, wie die Kreislinien von ihnen zurückweichen, eine besonders schroffe. — Diese Thatbestände genügen, um zu zeigen, daß es ein allgemeines Gesetz der Unterschätzung der allmählich geschehenden Vergrößerung oder Verringerung von Distanzen nicht giebt.

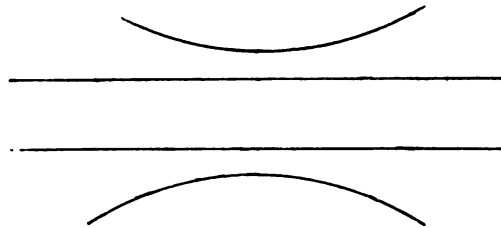


Fig. 19.

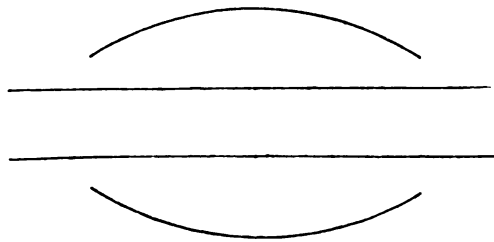


Fig. 20.

Dennoch ist es zweifellos, daß, wie in Figg. 13 und 14, so in vielen anderen Fällen, der Grad der allmählich sich vollziehenden Distanzveränderung von uns unterschätzt wird. So bei Fig. 21, die mit Fig. 13 Ähnlichkeit hat. Die Figur erscheint ebenso wie jene früher besprochene in der Mitte enger, oben und unten weiter, als sie erscheinen müßte. Es findet hier, wie dort, eine »absolute« Unterschätzung, bezw. Überschätzung der betreffenden Breitendistanzen statt. Man ver-

gleiche die Figur mit dem daneben und dem darunter stehenden Rechteck. Ebenso wird in Fig. 24 der Unterschied der oberen und unteren Distanz unterschätzt, also jene für größer, diese für kleiner gehalten, als sie ist. Besonders auffallend ist die Sache bei den nebeneinanderstehenden und einander gleichen Gebilden in Fig. 25. Die rechte Weite des

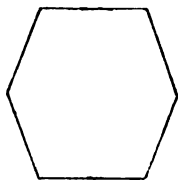


Fig. 21.

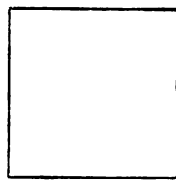


Fig. 22.

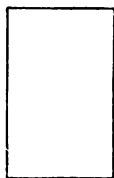


Fig. 23.

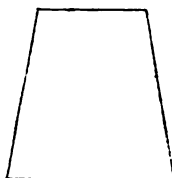


Fig. 24.

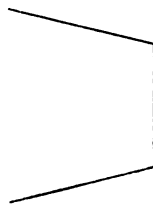
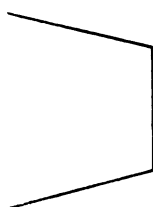


Fig. 25.

rechten Gebildes scheint von der linken Weite desselben Gebildes weniger verschieden, als sie ist. Dagegen wird das Verhältnis zwischen der rechten Weite des linken Gebildes und der linken Weite des rechten richtig erkannt. Infolge davon erscheint das rechte Gebilde beträchtlich weiter, als das linke. Dafs die Täuschung wirklich eine Unterschätzung

des Distanzunterschiedes in sich schließt, ergibt sich besonders deutlich, wenn wir, wie in Fig. 26 geschehen ist die größere Enddistanz zweier divergierender Linien durch angefügte gerade Linien auf die geringere reduzieren. Die reduzierte erscheint dann wesentlich kleiner.

Nicht minder liegt eine Unterschätzung von Distanzunterschieden vor, wenn Fig. 28 in der Mitte und oben breiter, dagegen Fig. 29 enger erscheint, als ein gleich breites Rechteck.

Ebenso könnte es endlich auf solche Unterschätzung zurückgeführt werden, wenn in Fig. 27 die obere Weite geringer erscheint, als die untere. Die größte Breite des Bildes nähert sich der unteren allmählicher, der oberen weniger allmählich. Infolge davon nähern wir ihr in Gedanken die untere Breite mehr, als die obere.

Damit stehen wir vor einem Scheinwiderspruch, der doch leicht gelöst ist. Allmähliche Distanzveränderung ist mit Unterschätzung des Distanzunterschiedes verbunden und ist gelegentlich auch nicht damit verbunden. In vielen Fällen scheint die Annahme, daß wir allmähliche Distanzveränderungen teilweise übersehen, zur Erklärung unseres Verhaltens solchen Distanzveränderungen gegenüber zu genügen; in anderen genügt sie ganz und gar nicht. Daraus schliessen wir, daß wir den Grund dieses Verhaltens tiefer suchen, und wie bei Einziehung und Wulst, so auch bei den jetzt eben erwähnten Formen andere Faktoren verantwortlich machen, oder zum mindesten mitsprechen lassen müssen. Als solcher tieferer Grund oder hinzutretender Faktor ergibt sich aber kein anderer als der, in welchem alle bisher geltend gemachten zusammentreffen: der Einfluß der in unserer Vorstellung dominierenden Kraft und Kraftwirkung. Die allmähliche Distanzveränderung wirkt, sofern sie mit diesem gedanklichen Faktor verbunden ist. Sie selbst ist gar kein neues erklärendes Moment.

Konvergierenden oder divergierenden Linien ist die Be-

wegung in der mittleren Richtung gemeinsam. Diese Bewegung erscheint damit in größerem oder geringerem Grade als die dominierende. Weichen die Linien nach rechts und links in gleicher Weise von der vertikalen Richtung ab, so ist die vertikale Bewegung die dominierende Bewegung des Liniensystems. So wird niemand anstehen, das Gebilde in Fig. 24 als ein nicht nur in gewisser vertikaler Ausdehnung sich haltendes, sondern als ein sich aufrichtendes zu bezeichnen. Richtet sich nun aber das Gebilde auf, so nähern sich die schrägen Linien der parallelen Lage. Zugleich überschätzen wir die Höhe in sehr viel stärkerem Maße, als wir sonst Höhen überschätzen.

Das Gleiche gilt hinsichtlich der Überschätzung der unteren

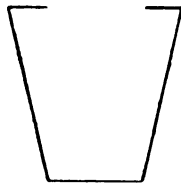


Fig. 26.

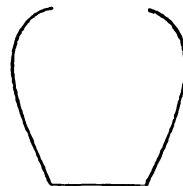


Fig. 27.

horizontalen Distanz im Vergleich zur oberen und zugleich der Höhe gegenüber der Breite in Fig. 27. Wir brauchen die Form nur mit der Form von Fig. 13 zu vergleichen, um zweifellos den Eindruck zu gewinnen, daß in ihr nicht ein Nachgeben und passives Widerstehen gegen die Wirkung der ausbreitenden Kraft, sondern ein Überwinden derselben, also eine Bewegung nach oben sich vollziehe. Speziell die Kurven in ihrem unteren Verlauf erwecken diese Vorstellung. Demgemäß richten wir dieselben in unseren Gedanken am unteren Ende steiler. Dagegen scheinen sie in ihrem oberen Verlauf zusammenzusinken, nur ihrem natürlichen Streben folgend in die Gleichgewichtslage zurückzukehren; vom Gedanken an diese Bewegung beherrscht, rücken wir die oberen Enden zusammen.

Das Gesagte bedarf nun aber noch mancherlei näherer Bestimmungen. Zunächst, was die Überschätzung der Höhe angeht. Wir überschätzen die Höhe von Fig. 24 nicht nur im Vergleich zu ihrer Breite, sondern auch, wie der Vergleich mit dem darüberstehenden Quadrat zeigt, absolut. Dies erklärt sich nicht so ohne weiteres aus der gedanklichen Aufrichtung der schrägen Linien. Wir könnten die schrägen Linien steiler stellen und doch bei Betrachtung des ganzen Gebildes den Eindruck der wirklichen Höhe haben. Bei Fig. 21 verhält es sich sogar thatsächlich so. Der Vergleich mit dem daneben- und dem darunterstehenden Rechteck, die in ihrer Breite mit der mittleren bzw. oberen und unteren Weite von Fig. 21 übereinstimmen, ergibt, wie schon gesagt, eine scheinbare Verengung in der Mitte und Erweiterung an den Enden. Und doch erscheint die Figur nicht höher, als die Rechtecke in Figg. 22 und 23, sondern eher niedriger.

Bleiben wir zunächst bei Fig. 24. Auch am einfachen Rechteck wird die Höhe gegenüber der Breite überschätzt; es scheint, indem es sich aufrichtet, die niederdrückende und zugleich in die Breite drängende Wirkung der Schwere zu überwinden. Aber wir haben von diesem Vorgang keineswegs den denkbar unmittelbarsten Eindruck. Wir sehen die niederdrückende Wirkung der Schwere nicht, und die Ausdehnung in die Breite hängt mit der Höhenausdehnung nur mittelbar zusammen. Die Vertikale an sich hat mit Breitenausdehnung nichts zu thun; und das ganze Gebilde dehnt sich zwar in die Breite, aber die Breitenausdehnung ist gegenüber der Höhe fürs Auge etwas völlig Selbständiges, ganz und gar eine Sache für sich.

Durchaus anders verhält es sich mit der schrägen Linie und dem schräglinig begrenzten Gebilde. Hier ist die Breitenrichtung und Breitenausdehnung unmittelbar in den sich aufrichtenden Linien mitgegeben und wird von ihnen im Akte des Sichaufrichtens selbst überwunden. Auch im ganzen

Gebilde ist die Breitenausdehnung nicht mehr als etwas für sich Bestehendes, sondern nur als etwas, das überwunden wird, vorhanden. Nun wissen wir, beispielsweise aus der ästhetisch-optischen Wirkung der Einschnürungen, müßten es übrigens auch abgesehen davon als selbstverständlich ansehen, daß der Eindruck einer Thätigkeit sich steigert, wenn uns mit der Thätigkeit zugleich die Gegenwirkung, die durch sie überwunden wird, entgegentritt. Letzteres ist hier in besonderem Maße der Fall. So unmittelbar als irgend möglich, ist mit dem Eindruck der vertikalen Thätigkeit der Eindruck der durch sie zu überwindenden und thatsächlich überwundenen Tendenz der Ausdehnung in die Breite verbunden. Daher kommt es, daß wir hier in ganz besonderer Weise den Eindruck des Emporstrebens und siegreichen Sichaufrichtens, oder allgemeiner, der Thätigkeit in der den schrägen Linien gemeinsamen Richtung haben. Nicht an sich, aber im Vergleich mit Fig. 24 scheint das darüberstehende Rechteck nur einfach in seiner Höhenausdehnung zu verharren.

Diese Thätigkeit des Sichaufrichtens nun erscheint in Fig. 21 gehemmt. Die unteren und die oberen schrägen Linien haben die Freiheit ihrer Bewegung verloren. Die oberen erheben sich nicht spontan, sondern stützen sich auf die unteren oder gehen daraus hervor, die unteren üben gegen die oberen ein Gegengewicht oder lassen sie aus sich hervorgehen. Welchen dieser Ausdrücke wir auch wählen mögen, in jedem Falle ist deutlich, daß in die Linien, die unteren wie die oberen, durch ihre Wechselbeziehung ein Konflikt hineinkommt, eine innere Spannung, die das Gegenteil des freien Sichaufrichtens ist. Dadurch wird die relative Überschätzung der vertikalen Ausdehnung nicht vermindert. Die vertikale Ausdehnung erscheint ja hier, eben wegen der Gegeneinanderbewegung der unteren und oberen schrägen Linien, erst recht als die über die Breitenausdehnung dominierende. Wohl aber muß die absolute Höhe des Gebildes



vermindert erscheinen. Das Gebilde bekommt im ganzen im Vergleich zu Fig. 24 einen Charakter des Eingengten, Mühsamen, Gebundenen.

Im Vergleich mit den zuletzt genannten Figuren scheinen Figg. 28 und 29 unter einen besonderen Gesichtspunkt zu fallen. Die mittlere und obere Breite wird bei jener beträchtlich überschätzt, bei dieser in geringerem Mafse unterschätzt. Zugleich erscheint bei jener die Höhe gröfser, bei dieser geringer, als bei dem gleich hohen Rechteck. Der Fall ist derselbe, wie bei den gleichartigen Gebilden in Figg. 17 und 18. Von den letzteren war schon die Rede. Es kam uns aber bei ihnen ehemals nur darauf an, dafs sie wegen des Mangels der elastischen Rückwirkung, die in den

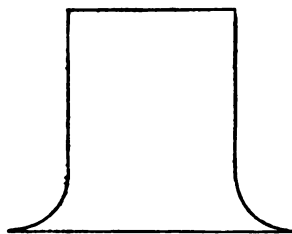


Fig. 28.

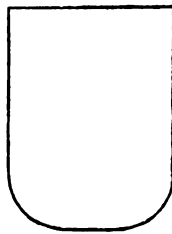


Fig. 29.

Figg. 13 und 14 stattfindet, beide niedriger erscheinen, als diese, und dafs zugleich Fig. 17 oben breiter geschätzt wird, als Fig. 13, dagegen Fig. 18 schmaler, als Fig. 14. Dagegen nahmen wir dort noch keine Rücksicht darauf, dafs doch zugleich, absolut betrachtet, die eben bezeichneten Über- und Unterschätzungen stattfinden, dafs vor allem Fig. 17 oben etwas weniger breit erscheint, als die darüber gezeichnete gerade Linie, Fig. 18 etwas breiter, als die Linie, die seine wirkliche obere Breite bezeichnet.

Bleiben wir indessen zunächst bei unseren Figuren 28 und 29. Die Überschätzung der oberen Breite der ersteren, und die Unterschätzung der oberen Breite der letzteren sind, wie schon oben gesagt, Beispiele der Unterschätzung des

Grades allmählicher Distanzveränderungen. Dagegen scheinen sie mit unserem allgemeinen Erklärungsprinzip unverträglich. Man könnte sagen: In jener wird die untere zwangsweise Ausbreitung durch die Bewegung nach innen überwunden. Der Erfolg der eine vorhandene Gegenwirkung überwindenden Kraft erscheint größer; also muß die Figur schmaler erscheinen. Aus völlig analogem Grunde muß Fig. 29 für breiter gehalten werden.

In der That ist es so: Der Erfolg der siegreichen Kraft wird überschätzt — nämlich da, wo die Kraft unmittelbar als siegreich sich darstellt; wo dieser Eindruck schwindet, erfolgt ebenso sicher die Reaktion. Wir kennen schon Beispiele für die allgemeine Regel, daß die abnehmende Kraft in ihrem Erfolg oder ihrer Leistung unterschätzt, die zunehmende überschätzt wird. Man denke an das über „Einziehung“ und „Wulst“ auf Seite 247 ff. Gesagte.

Daß eine solche Reaktion sich in unserer Phantasie wirklich vollzieht, zeigt auch, wie ich hier nachträglich bemerke, Fig. 9 im Vergleich mit Fig. 10. Indem in jener bei der Betrachtung von unten nach oben die Vorstellung der Gegenbewegung gegen die einschnürende oder den Eindruck der Einschnürung vermehrende horizontale Linie weicht, also der Eindruck des gewaltsamen Auswärtsdrängens sich vermindert, verwandelt sich die ursprüngliche Überschätzung der Ausbauchung in eine Unterschätzung; die Kurven verlaufen in ihrer oberen Hälfte scheinbar gestreckter, als die entsprechenden Kurventeile in Fig. 10, nähern sich also einander stärker: die Weite der oberen Hälfte von Fig. 9 erscheint geringer als die von Fig. 10. Der obere Teil der Fig. 9 gewährt so das entgegengesetzte Bild, wie der untere. Wir verstehen aber den Grund. Das Auswärtsdrängen des Gebildes, das als Gegenwirkung gegen die einschnürende Linie erschien, findet wiederum seine Gegenwirkung in der natürlichen Kraft der Zusammenfassung, die jedem geschlossenen

Gebilde notwendig eignet. Während jene Auswärtsbewegung abnimmt, nimmt diese Gegenwirkung zu. Und sie nimmt um so rascher zu, je stärker die Bewegung nach außen war. Davon ist die Überschätzung der Einwärtsbewegung oder die Unterschätzung der Ausbauchung und Weite des oberen Teiles von Fig. 9 im Vergleich mit Fig. 10 die notwendige Folge.

Etwas Ähnliches findet nun auch bei unseren Figg. 28 und 29 statt. Die erstere zieht sich zusammen, und der Erfolg dieser Thätigkeit wird zunächst überschätzt: wir unterschätzen die untere Weite von Fig. 28, so gut wie die von Fig. 24. — Die Einwärtsbewegung geschieht aber nicht plötzlich, sondern allmählich. Also hat sie eine Gegenwirkung zu überwinden. Diese Gegenwirkung ist nicht von der besonderen Art wie die Gegenwirkung, die bei der Einziehung — Fig. 13 — durch die Bewegung nach innen erst ins Dasein gerufen wird. Sie ist vielmehr nur die Wirkung des natürlichen und in jedem ausgedehnten Gebilde von vornherein vorhandenen Ausdehnungsbestrebens. Dies Ausdehnungsbestreben nun ist nicht nur vorhanden, sondern es mehrt sich sichtlich von Punkt zu Punkt. Dagegen erlahmt die Kraft der Einwärtsbewegung. Also muß hier der Eindruck des Ausdehnungsbestrebens sich steigern, der Eindruck der Einwärtsbewegung entsprechend sich vermindern. Wir schätzen auch hier die Kraft höher, die in sich die Fähigkeit der Steigerung enthält, diejenige geringer, die nicht einmal sich zu erhalten vermag. In dem stärkeren Hervortreten nun des Gedankens des Ausdehnungsbestrebens, nachdem ursprünglich die Einwärtsbewegung in unserer Vorstellung dominiert, dann aber ihre Vorherrschaft allmählich aufgegeben hat, besteht in unserem Falle die fragliche »Reaktion«. Das Ende ist, daß beide Kräfte, wo sie im Gleichgewicht sind, eben darum nicht im Gleichgewicht scheinen, sondern die nach auswärts drängende für uns das Übergewicht gewonnen

hat. — Dafs wir in Fig. 28 thatsächlich die Abnahme der einwärtswirkenden Kraft oder das Wachstum der Gegenwirkung überschätzen oder ihm »vorausseilen«, so dafs wir schliesslich zur Vorstellung des Übergewichtes der letzteren gelangen müssen, davon überzeugt man sich am unmittelbarsten durch Betrachtung der Kurve selbst. Sie ist thatsächlich ein Kreisbogen. Sie scheint aber dem Mittelpunkte dieses Kreisbogens nach oben zu näher zu rücken.

Auch die Überschätzung der Höhe der Fig. 28 ist uns jetzt verständlich. Sie ist geringer, als bei der »Einziehung«, weil sie keine gleich energisch wirkende Ursache hat; sie beruht aber doch auf einem ähnlichen Grunde. Auch hier wird durch die Bewegung nach innen die Masse nach oben gedrängt, oder wenn man diesen Ausdruck zu »massenhaft« finden sollte, die stärkere und stärkere innere Zusammenfassung oder Konzentration erzeugt oder ermöglicht eine kräftigere Aufwärtsbewegung. Der Erfolg ist hier geringer, weil die Einwärtsbewegung nicht spontane Thätigkeit, sondern natürliche Reaktion ist. Dafs diese Reaktion eine gewaltsame Ausbreitung voraussetzt und diese vielmehr das Gebilde sich nach unten senken lassen müfste, thut nichts zur Sache. Was wir in dem Gebilde, wenn wir seinen Verlauf in der natürlichen Richtung, also von unten nach oben, verfolgen, wahrnehmen oder wahrzunehmen glauben, ist in jedem Falle Einwärtsbewegung, also Aufwärtsbewegung. Und dieser folgen wir wiederum in unserer Phantasie oder eilen ihr voraus.

Die Überschätzung der Höhe bleibt auch bei Umkehrung der Figur. Der Eindruck ist hier ein anderer, aber er hat gleichartige Wirkung. Das Gebilde ist hier zunächst in sich zusammengefafst, um dann nachzulassen und ins natürliche Gleichgewicht zurückzukehren. Jene Konzentration, die eben aus dem nachfolgenden Nachlassen deutlich wird, bedingt hier die Aufwärtsbewegung. Danach ist der eigentliche Quell der Bewegung hier mehr im engeren, dort mehr im weiteren Teile,

d. h. jedesmal unten zu suchen. Dem entspricht es, daß ich bei Halbierung der Höhendistanz von Fig. 28 die untere Hälfte, bei Umkehrung der Figur diejenige, die bei der Umkehrung die untere ist, zu überschätzen geneigt bin.

Von Fig. 29 brauche ich nun im Grunde nicht mehr besonders zu sprechen. Genau so, wie in Fig. 9 ist hier die Wirkung nach aufsen die nach oben zu abnehmende, die Gegenwirkung, d. h. die Wirkung der natürlichen Kraft der Zusammenfassung die zunehmende und darum schließlich überschätzte. Die Höhe wird unterschätzt, weil die Bewegung nach aufsen als ein Nachgeben erscheint, das ein Sinken zur Folge hat. Man erinnert sich des gleichen Thatbestandes bei der Form des »Wulstes.« Kehren wir die Figur um, verwandeln sie also in ein zunächst ohne weitere Hülfe und Hemmung sich aufrichtendes vertikales Gebilde, das nur oben zusammengeschnürt ist, so erscheint nach bereits früher Gesagtem — man erinnere sich der dorischen Säule — eben diese Einschnürung als Hemmung; nicht erst der Punkt der vollendeten, sondern naturgemäfs schon die werdende Einschnürung hemmt die Bewegung nach oben. Indem sie wird, drängt sie das Innere des Gebildes nach unten. Auch bei dieser Figur scheint mir, bei gewöhnlicher und umgekehrter Betrachtung, eine Tendenz der Überschätzung der jedesmal im Gesichtsfeld unten liegenden Hälfte obzuwalten. Besonders stark ist sie bei mir, wenn die Einschnürung sich oben befindet. Indessen lege ich hier — ebenso wie auch oben — auf diese meine Schätzung der oberen und unteren Hälften kein Gewicht. Die ganze Angelegenheit bedarf noch einer weiteren Prüfung. Auffallend ist es mir, daß ich, offenbar im Widerspruch mit sonstigen Angaben, auch schon bei einfachen Rechtecken, obgleich in geringerem Grade, geneigt bin, die untere Hälfte zu überschätzen. Immerhin besteht die Vermutung, daß in diesen Schätzungen ein Mittel liege, den Eindruck der Abnahme oder Zunahme der in einem

Gebilde für unsere Phantasie waltenden Bewegung genauer zu bestimmen.

Von den Figg. 28 und 29 aus müssen wir nun endlich aber auch die Breitenschätzungen der Gebilde von der Art der Fig. 24 noch einmal ins Auge fassen. Ein Zwischenglied bilden die später in anderem Interesse anzuführenden Figg. 35 und 36, zunächst in ihrer Umkehrung. Bei ihnen findet hinsichtlich der Höhen-, wie hinsichtlich der Breitenschätzungen dasselbe statt, wie bei Figg. 28 und 29; und offenbar müssen diese Schätzungen ganz unter den Gesichtspunkt der betreffenden Schätzungen bei letzteren Figuren gestellt werden. Die Gebilde gleichen sich, nur mit dem Unterschiede der Krummlinigkeit und Geradlinigkeit.

In der That beansprucht das mit Rücksicht auf Figg. 28 und 29 Gesagte erweiterte Geltung. Die krummlinig sich verengernden Gebilde, die »Einziehung« in Fig. 13, ebensowohl wie das Gebilde in Fig. 28, erfahren eine scheinbare Verengung zunächst beim Beginn der Einwärtsbewegung, also an der Stelle der größten Weite. Kein Wunder, da hier die einwärtsdrängende Kraft einsetzt, also noch ungeschwächt uns entgegentritt. Ebendasselbe ist aber auch der Fall bei der geradlinigen Einwärtsbewegung in der umgekehrten Fig. 35. — An die Stelle der Unterschätzung der Weite tritt dann bei jenen Gebilden allmählich die Überschätzung. Dies schien uns ein natürlicher Erfolg der Verminderung der einziehenden Kraft oder der vermehrten Gegenwirkung. Wiederum aber vermindert sich auch bei der geradlinigen Einwärtsbewegung diese Kraft und vermehrt sich die Gegenwirkung. Wir sehen die Einwärtsbewegung schliesslich an einem Punkte aufhören. Hier also ist die Kraft der Einwärtsbewegung erlahmt, d. h. durch das ihr entgegenstehende natürliche Ausdehnungsbestreben des Gebildes allmählich überwunden. Damit ist, vor allem an dieser Stelle, die Vorstellung des Ausdehnungsbestrebens in uns zur herrschenden,

oder das Ausdehnungsbestreben selbst, für unsere Vorstellung, zum herrschenden geworden. Wir stehen, wenn wir bei der Betrachtung des Gebildes an diese Stelle gelangen, unter dem Eindruck einer Gegenbewegung, durch welche die Einwärtsbewegung aufgehoben worden ist. Dieser Eindruck ist der notwendige Grund der Unterschätzung der Einwärtsbewegung an der Stelle, wo sie aufhört, oder der Grund der Überschätzung der Weite an dieser Stelle; oder sie ist, wenn man will, diese Unterschätzung bzw. Überschätzung selbst.

Wie der Einwärtsbewegung, so schreiben wir auch der Auswärtsbewegung — in der umgekehrten Fig. 36 — bei ihrem Beginne einen größeren, bei ihrem Aufhören einen geringeren Erfolg zu. Es ist aber beides schliesslich nur ein Spezialfall einer allgemeineren Regel. Jede Bewegung überhaupt wird in ihrem Erfolg überschätzt in ihrem Beginn, unterschätzt, wo sie aufhört; oder noch allgemeiner, wir überschätzen den von einer Bewegung durchmessenen Weg, wenn die Bewegung sich weiter fortsetzt, also die Kraft zu solcher Fortsetzung in sich trägt; wir unterschätzen den Weg, wo die Kraft zu Ende geht, also überwunden erscheint. Die beginnende oder einsetzende Bewegung ist aber vor allem eine solche, die sich fortsetzt, also die Kraft oder den Antrieb zur Fortsetzung in sich schliessen muß.

Beispiele für die angeführte allgemeinere Regel sind uns begegnet und werden uns in verschiedener Richtung begegnen. Ich erinnere an die Quadratseiten in Figg. 3 und 4, ebenso in Fig. 8, verglichen mit Fig. 6. Jedesmal wurden die Linien überschätzt, deren Bewegung weiter fortging, diejenigen unterschätzt, deren Bewegung aufhörte. Auch das Quadrat in Fig. 1, dessen Bewegung nach oben in den folgenden Teilen des Gebildes sich fortsetzt, kann hierher gezogen werden. Was spätere Beispiele betrifft, so verweise ich insbesondere auf die Überschätzung der fortgehenden, die Unterschätzung der abgebrochenen Einwärtsbewegung der Kreislinie.

Das soeben über die Über- und Unterschätzung des Grades der Einwärts- oder Auswärtsbewegung Gesagte hat nun natürlich ebenso wie auf Fig. 35, bzw. deren Umkehrung, auch auf Fig. 24 und die ihr ähnlichen Bezug. Damit scheint unsere frühere Betrachtungsweise der scheinbaren Form von Fig. 24 durch eine andere ersetzt. In der That hat sie nur eine Ergänzung oder Rechtfertigung erfahren. Fig. 24 »streckt sich«, so sagte ich. Ich meinte dann zunächst, in dieser Streckung liege nicht notwendig eine absolute Vermehrung der Höhengausdehnung. Es liegt aber darin auch nicht ohne weiteres die thatsächlich stattfindende Schätzung der oberen und unteren Breite. Warum soll sich die Figur nicht strecken können, so daß die Breite an beiden Enden bleibt, wie sie ist? Freilich nahmen wir das »Strecken« oben in einem Sinne, der jene Schätzungen in sich schloß; aber eben daß wir dies durften, zeigt sich erst hier.

Ich bemerke noch, daß auch die scheinbare Verminderung der Höhe von Fig. 36 im Vergleich mit Fig. 35 denselben Grund hat, wie die Verminderung der Höhe von Fig. 29 im Vergleich mit Fig. 28. Auch in jenem Falle erscheint die obere Einwärtsbewegung als hemmende Einschnürung, oder, wenn wir die Figur umkehren, die untere Bewegung nach aufsen im Vergleich zur folgenden Aufwärtsbewegung als Nachgeben.

Ein weiterer Zusatz betrifft die Schätzung der Hälften der Höhengausdehnung in einem speziellen Falle. Die Überschätzung der unteren Hälfte scheint in dem Falle, den ich im Auge habe, zweifellos. Verlängern wir in Fig. 24 die Seiten, bis sie sich treffen, so entsteht ein Dreieck. Jetzt ist die Möglichkeit, die Höhe im Vergleich zur Breite zu überschätzen, wesentlich vermindert. Die Seiten sind durch die Spitze aneinander gebunden und schliessen damit den Gedanken der Aufrichtung und Verminderung der Konvergenz aus. Halbieren wir aber in der Vorstellung das Dreieck seiner Höhe nach und betrachten



die untere Hälfte für sich, so kann jener Gedanke wiederum bis zu gewissem Grade platzgreifen. Es wird dann auch die damit verbundene Höhenüberschätzung wieder zur Geltung kommen. In der That unterschätzen wir die untere Hälfte der Höhe eines Dreiecks im Vergleich zur oberen. Wir thun dies in direktem Widerspruch mit der sonst geltenden Regel, daß obere Hälften vertikaler Distanzen überschätzt werden.

### Schräge Abzweigungen.

In unmittelbarem Gegensatz zu den Fällen, in denen gegeneinander geneigte Linien für weniger gegeneinander geneigt gehalten werden, scheinen diejenigen zu stehen, in

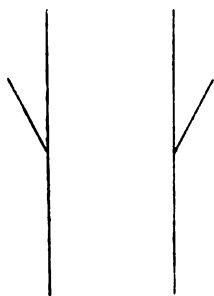


Fig. 30.

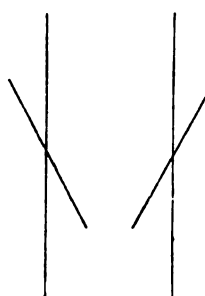


Fig. 31.

denen parallele Linien den Eindruck der Konvergenz oder Divergenz machen. Und doch ist wiederum im letzten Grunde das Erklärungsprinzip das gleiche. Ich denke hier vor allem an das HERINGSche und das ZÖLLNERSche Muster. Da ich nur an sie zu erinnern brauche, so ersetze ich sie hier durch die einfachen Figg. 30 und 31. In beiden Figuren erscheinen die parallelen Vertikallinien nach oben zu gegeneinander geneigt.

Man könnte sich zunächst versucht fühlen, in dieser scheinbaren Neigung nichts anderes zu sehen, als die notwendige Folge der Unterschätzung der Divergenz der von den vertikalen ausgehenden, bzw. sie schneidenden schrägen Linien. Nun wirkt dieser Umstand in unseren Figuren, wie

im HERINGSchen und ZÖLLNERSchen Muster, gewiß mit; aber er ist nicht die eigentliche Ursache der Täuschung. Auch wenn wir eines der beiden Liniensysteme, aus denen jede der Figuren besteht, für sich hinstellen, erscheint die ihm zugehörige Vertikale geneigt.

Diese Täuschungen werden, wie bekannt, von v. HELMHOLTZ, dem WUNDT folgt, auf die Überschätzung spitzer Winkel zurückgeführt. Damit ist, soviel ich sehe, der Thatbestand richtig bezeichnet. Doch fragt es sich, ob diese Überschätzung spitzer Winkel nicht selbst wieder an aufzeigbaren Bedingungen haftet.

Dafs sie besonderen Bedingungen unterliegt, zeigt eine Mitteilung v. HELMHOLTZ' zur Genüge. Wenn wir einem spitzen Winkel, dessen einer Schenkel horizontal liegt, einen gleichen anzulegen versuchen, so machen wir den letzteren nicht unbeträchtlich zu grofs. Wir überschätzen also den Winkel an der Horizontalen. In Übereinstimmung damit finde ich insbesondere, dafs bei Halbierung eines rechten Winkels mit einem horizontalen Schenkel der halbe Rechte an der Horizontalen erheblich gröfser erscheint.

Es können aber selbst hier wiederum besondere Umstände den Erfolg modifizieren. Fig. 32 ist nach unten und oben, abgesehen von dem angefügten »Plättchen« oder »Riemchen«, durchaus symmetrisch; es erscheint aber die obere schräge Linie steiler, als die untere, infolge davon die untere Ecke weiter nach rechts heraustretend, als die obere, und der Streifen, den die untere Schräge nach rechts begrenzt, niedriger, als der entsprechende obere Streifen. Hier haben wir eine verschiedene Schätzung gleicher Winkel, die beide an der Horizontalen liegen.

Einer ähnlichen verschiedenen Schätzung begegnen wir in einem Falle, den WUNDT aus verschiedenen Gründen nicht so ohne weiteres als Beleg für die Überschätzung spitzer Winkel, vor allem nicht mit seiner näheren Begründung, hätte

anführen sollen. In Fig. 45 auf S. 291 scheint der Kreisbogen zwischen den Ecken des eingeschriebenen Quadrats herausgezogen. Lassen wir hier dahingestellt, ob man dies so ohne Weiteres als eine Überschätzung der Winkel bezeichnen darf, welche die Seiten des Quadrats mit dem Kreisbogen einschließen. Dafs die Kleinheit der Winkel hier nicht als solche den Erfolg hervorbringt, zeigt jedenfalls die einfache und naheliegende Probe, die in Fig. 46 angestellt ist. Statt die Seiten des Quadrats von innen, läfst man ihre Verlängerungen von außen an den Kreis stoßen. Dann ergibt sich nicht die gegenteilige Täuschung, d. h. eine scheinbare

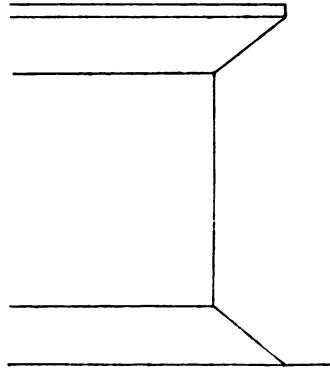


Fig. 32.

Abflachung der Kreisbogen, sondern die Täuschung in Fig. 45 bleibt bestehen. Hier würden also spitze Winkel vielmehr unterschätzt.

Derartige Thatbestände haben mich ehemals veranlaßt bei Erklärung des HERINGSchen und ZÖLLNERSchen Musters die Überschätzung spitzer Winkel ganz dahingestellt zu lassen und einen anderen Grund aufzusuchen. Wenn an eine Linie von bestimmter Richtung, so meinte ich, eine Linie von anderer, aber nicht allzu stark abweichender Richtung ansetzt, so sind wir in gewissem Grade geneigt, die letztere als Fortsetzung der ersteren zu fassen. Thun wir dies aber, dann kann die

wirkliche Fortsetzung nicht mehr als solche gelten, sondern muß nach der entgegengesetzten Seite geneigt scheinen.

Diese Regel erklärt ohne Frage die Fälle, die sie erklären sollte. In Fig. 30 setzen die beiden schrägen Linien an die vertikalen in nicht zu stark abweichender Richtung an. Sind wir in Versuchung, die schrägen Linien als Fortsetzung der vertikalen zu betrachten, so müssen die vertikalen von dem Ansatzpunkte der schrägen Linien an nach der entgegengesetzten Seite geneigt erscheinen. In Fig. 31 müssen aus gleichem Grunde die ganzen vertikalen Linien den Eindruck der Neigung machen.

Indessen auch diese Regel erfordert noch eine nähere Begründung und Bestimmung. Worauf beruht unsere Geneigtheit, die schrägen Linien als Fortsetzung der vertikalen zu betrachten? Worin besteht der eigentliche Sinn dieser Betrachtungsweise? Die Beantwortung der Frage führt uns wiederum auf das Gebiet der ästhetischen Betrachtung. Wir lernen das uns zur Genüge bekannte ästhetische Erklärungsprinzip optischer Täuschungen von einer neuen Seite kennen. Eben damit kommt dann auch die Annahme der Überschätzung spitzer Winkel wiederum zu ihrem Rechte.

In den schrägen Linien »setzen« sich die vertikalen »fort«. Mit diesem Ausdruck sind wir im Grunde schon mitten in der ästhetischen Betrachtungsweise. Für den optischen Standpunkt besteht nur ein Aneinander ähnlich gerichteter Linien. Daß jener Ausdruck uns dennoch völlig natürlich scheint, beweist nur, wie natürlich uns die ästhetische Betrachtungsweise ist. Noch deutlicher wird der ästhetische Standpunkt, wenn ich sage, die schräge Linie gehe aus der vertikalen hervor. Geht sie daraus hervor, so ist sie darin enthalten, nämlich der Möglichkeit nach. Eine schon in der vertikalen Linie liegende Kraft oder Tendenz der Auswärtsbewegung nach rechts oder links verwirklicht sich in der thatsächlich nach dieser Richtung abbiegenden schrägen Linie.

In der vertikalen Linie selbst nun ist diese Tendenz der Bewegung nach rechts oder links gebunden, natürlich durch eine gegenwirkende Tendenz, d. h. eine Tendenz der Auswärtsbewegung nach der entgegengesetzten Seite. Beide Tendenzen binden sich wechselseitig. Wo aber aus der vertikalen Linie die schräge hervorgeht, wird die Tendenz der Bewegung nach der einen Seite frei; die Bewegung, die in der Schräge sich verwirklicht, ist eben diese befreite Tendenz. Damit ist zugleich auch die entgegengesetzte Tendenz frei geworden. Ist sie aber frei, so muß sie wirken. Also strebt die Fortsetzung der vertikalen Linie nach der entgegengesetzten Seite.

Zum gleichen Resultate gelangen wir, wenn wir als Ausgangspunkt oder Mittelpunkt der Betrachtung die Stelle der Gabelung wählen. Wegen der inneren Einheit des aus Vertikale und Schräge bestehenden Liniensystems, die für die ästhetische Betrachtung jederzeit besteht, müßte die Auswärtsbewegung, die in der Schräge sich verwirklicht, dem oberen Ende der vertikalen Linie sich mitteilen. Geschieht dies nicht, so muß eine Kraft da sein, die jenem Zug der Schräge das Gegengewicht hält und ihn überwindet. Als Träger einer solchen erscheint die Fortsetzung der Vertikalen. Sie erscheint so nicht, weil es uns so beliebt sondern weil jene Linie selbst durch die Art ihres Verlauf diesen an sich nur möglichen oder naheliegenden Gedanken herausfordert. Sie thut dies, sofern die in ihr liegende Bewegung in der That eine von der Bewegung der Schräge divergierende, nach anderer Richtung drängende, also derselben für unsere Vorstellung relativ entgegenwirkende ist. Auch dies genügte noch nicht, wenn in dem Gebilde ein anderes Element sich fände, das uns erlaubte, die Existenz und den Bestand des Liniensystems uns in anderer Weise sinnvoll zu deuten. Aber ein solches besteht nicht. Insbesondere giebt es außer jener Fortsetzung der Vertikalen nichts, was als Gegengewicht gegen die Wirkung der Schräge

gefaßt werden könnte. Nun überschätzen wir jedesmal den Erfolg einer Bewegung, durch die eine entgegenstehende Kraftwirkung oder Bewegung aufgehoben oder überwunden scheint. Also überschätzen wir die Divergenz der Fortsetzung der vertikalen von der schrägen Linie.

Nichts hinderte uns endlich, das Liniensystem auch von oben nach unten zu betrachten und wiederum zum gleichen Resultate zu gelangen. Doch genügt das Gesagte.

Es genügt auch, um zu zeigen, daß das Erklärungsprinzip unser bekanntes ist. Kein Wunder, da es sich überall um gleichartige Probleme handelt. Insbesondere springt die Analogie zwischen der scheinbaren Neigung der Fortsetzung der vertikalen Linie in unseren Figuren und der Neigung des ionischen Frieses oder der Verjüngung des oberen Endes in Fig. 1 oder des oberen und unteren in Fig. 2 in die Augen. Es ist dasselbe ästhetische Moment, das hier wie dort die Täuschung bewirkt. Überall in der Architektur können wir der optischen Täuschung begegnen, die uns im HERINGSchen und ZÖLLNERSchen Muster — nur vermöge der Verstärkung der Bedingungen in diesen besonders deutlich — entgegentritt.

Genauer gesagt, ist das Problem hier wie dort ein mechanisches, ein Problem des mechanischen Gleichgewichts. Es ist darum nicht minder ein ästhetisches. Die ästhetische Betrachtung ist eben in weitem Umfange eine mechanische. Nur daß bei ihr die mechanischen Kräfte lediglich in der Phantasie ihr Dasein haben, und daß der Gedanke an sie zumeist unbewußt in uns wirkt und nur ihr Ergebnis ins Bewußtsein tritt. Ihr Dasein und Wirken ist nach einem geläufigen, obzwar wenig genauen Ausdruck Sache unseres »Gefühls«, nicht Sache der Reflexion. Dies hindert nicht, daß der Aesthetiker reflektieren und vermöge seiner Reflexion das Gefühl in bewußte Gedanken umsetzen muß. Es besteht eben darin seine wesentlichste Aufgabe.

Lassen wir in Fig. 30 die Fortsetzung der vertikalen

Linie jenseits des Ansatzpunktes der schrägen weg, dann fehlt der Bewegung nach aufsen, die die schräge Linie repräsentiert, das Gegengewicht. Diese Bewegung scheint danach wirken, d. h. die vertikale Linie an ihrem oberen Ende nachziehen zu müssen.

Der Schlufs scheint zwingend; und doch kann man ebensowohl umgekehrt schliessen. Wir sehen, daß die vertikale Linie der Bewegung nicht folgt. Kann dafür die Fortsetzung der vertikalen Linie nicht verantwortlich gemacht werden, so scheint das Gegengewicht in der vertikalen Linie selbst gesucht werden zu müssen. Das Ergebnis wäre, daß die vertikale Linie selbst eine Neigung nach der der schrägen Linie entgegengesetzten Richtung zu haben schiene.

In der That ist von diesen Schlüssen der eine so richtig wie der andere. Beide zusammen repräsentieren sie die beiden einander entgegengesetzten Arten, wie überhaupt bei Betrachtung einer Form der Gedanke einer Bewegung vor andern sich aufdrängen und somit eine optische Täuschung aus ästhetischen Gründen sich ergeben kann. Die Form weckt unmittelbar den Gedanken einer Bewegung, die eine ihr entgegenstehende Kraft überwindet; oder aber eine in der Form scheinbar wirkende Kraft weckt den Gedanken an eine für den Bestand des Gebildes erforderliche, also jener Kraft übermächtige Gegenwirkung.

Zugleich ist doch keiner der Schlüsse ohne weiteres richtig. Je nach Umständen nötigt sich uns der eine oder der andere Gedanke auf und drängt den entgegenstehenden zurück; je nach Umständen entsteht in unserem Falle die eine oder die andere Täuschung. Die Frage ist nur, welcher der beiden Gedanken aus anderweitigen Gründen den Vorrang gewinnt. Halten sich beide die Wage, so unterbleibt jede Täuschung.

Fig. 33 und Fig. 34 erscheinen als einheitliche und aufrechte Gebilde. In beiden dominiert also für unsere Vor-

stellung die vertikale Bewegung oder Kraftwirkung. Damit dominiert zugleich die Bewegung nach innen, die Zusammenfassung oder Konzentration, über die Bewegung in die Breite. Jene scheint im Objekte diese zu besiegen.

Anders ausgedrückt: Nehmen wir an, das Gebilde zerfiele, dann ist der nächstliegende Gedanke der des Auseinanderfallens, nicht der einer Bewegung nach innen. Das Gebilde erhält sich danach in seinem Bestande, indem es die Tendenz des Auseinanderfallens, oder allgemeiner, der Bewegung nach außen überwindet. Darin liegt für unsere Phantasie eine beständig sich vollziehende Bewegung nach innen.

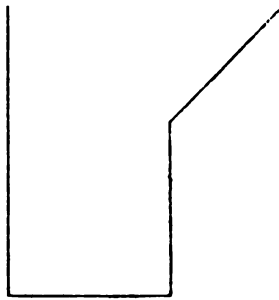


Fig. 33.



Fig. 34.

Daraus nun ergibt sich zunächst, warum in Fig. 33 die vertikale Linie etwas nach der der Schräge entgegengesetzten Seite geneigt erscheint. Die Linie ist schon Träger einer nach innen gehenden Bewegung, also einer Bewegung von ähnlicher Art, wie sie erforderlich ist, wenn der Auswärtsbewegung der Schräge durch die Linie das Gleichgewicht gehalten werden soll. Indem wir die Linie vermöge jener Einwärtsbewegung die auswärtsdrängende Wirkung der Schwere überwinden sehen, scheint sie schon auf dem Wege auch die auswärtsdrängende Wirkung der Schräge zu überwinden. Jener Gedanke gibt diesem Gedanken gleichartigen Inhalts einen Anhaltspunkt; er lockt ihn hervor und läßt ihn über den



an sich gleichfalls möglichen Gedanken des Nachgebens gegen die Auswärtsbewegung der Schräge das Übergewicht gewinnen. — Man erinnert sich, daß wir das hier in Rede stehende Phänomen, früher — S. 242 — schon einmal zu streifen Veranlassung hatten.

Ebenso ist auch in Fig. 34 die vertikale Linie schon vorher Träger einer einwärtsgehenden Bewegung, aber hier ist mit diesem Gedanken nicht der Gedanke der Gegenbewegung gegen die Bewegung der Schräge, sondern vielmehr der Gedanke des Nachgebens gegen dieselbe inhaltlich gleichartig. Darum wird hier dieser letztere Gedanke vorzugsweise in uns angeregt und zum herrschenden gemacht. Wir glauben an das Nachgeben aus demselben Grunde, aus dem wir in Fig. 33 an die Gegenbewegung glaubten. Wiederum meinen wir, das Nachgeben ebendeswegen zu sehen. Die optische Täuschung geschieht in beiden Fällen nach der einleuchtenden Regel, daß wir dann, wenn an einer Stelle der Gedanke an zwei einander entgegengesetzte Bewegungen an sich gleich nahe liegt, die eine oder die andere Bewegung als vorhanden betrachten, je nachdem an dieser Stelle ein Hinweis auf die eine oder die andere Bewegung bereits vorliegt.

Freilich ist es nun aber auch wegen jener Möglichkeit entgegengesetzter Betrachtungsweisen nicht zu verwundern, wenn diese Täuschungen — auch bei etwas schräger Betrachtung, um die ich hier noch besonders bitte — nicht jedermann gleich aufdringlich erscheinen. Insbesondere bei Fig. 33 scheint es sich in der That so zu verhalten. Dieser Umstand bestätigt zunächst, daß die mechanisch ästhetische Deutung die Täuschungen bedingt. Zugleich zeigt er aber doch auch, daß nicht jedem die Deutung, die uns die nächstliegende schien, gleich nahe zu liegen braucht. So bin ich selbst schon gelegentlich einem wenig sicheren Urteil über Fig. 33 begegnet. Mein eigenes Urteil wird unsicher bei der der Fig. 33 entsprechenden aber symmetrischen Fig. 35. Was bei dieser Figur

der Täuschung entgegensteht, ergibt sich aus dem, was über die beiderseits schräglinig begrenzten Gebilde oben gesagt wurde. Daß bei der Umkehrung die Täuschung in ihr Gegenteil umschlägt, also eine Überschätzung der Weite an der Stelle des Ansatzes der schrägen Linien stattfindet, bestätigt, so viel ich sehe, die Annahme, daß die Wirkung des bei Fig. 33 geltend gemachten Faktors dennoch auch hier stattfindet. Bei der Umkehrung tritt ja jener Faktor zurück oder wirkt in umgekehrter Richtung.

Wie leicht nun aber überhaupt eine Deutung an die Stelle einer anderen treten und damit eine Täuschung aufgehoben oder in ihr Gegenteil verkehrt werden kann, zeigt sich, wenn

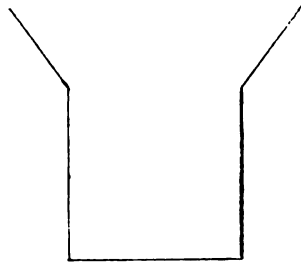


Fig. 35.

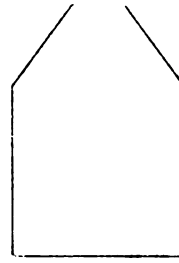


Fig. 36.

wir in unseren Figg. 33 und 34 einfache Modifikationen eintreten lassen. Zunächst schwindet der Schein der Konvergenz oder der Annäherung der stumpfen Ecke an die gegenüberliegende Seite nicht nur, wie eben gesagt, bei Fig. 35, sondern ebenso bei Fig. 33, und geht in sein Gegenteil über, wenn ich die Figur umkehre. Das Gleiche gilt von der letzteren Figur, wenn ich am oberen Ende derselben eine der Basis gleiche horizontale Linie anfüge. Und doch scheint dabei gleichzeitig die Fortsetzung der in die Schräge mündenden Vertikalen nicht auf den Endpunkt dieser Linie, sondern auf einen weiter einwärts liegenden Punkt derselben zu treffen. Beides verstärkt sich bei der Umkehrung. Es ist hier in gewisser Weise der Schein, als ob die stumpfe Ecke auswärts gedrückt

sei, mit dem gegenteiligen Schein verbunden. Man sehe Fig. 38. Bringe ich endlich an Fig. 34 die gleiche Modifikation oder Erweiterung an, so scheint bei gewöhnlicher und bei umgekehrter Betrachtung die stumpfe Ecke über das Ende der frei endigenden Horizontalen hinaus gezogen, derart, daß der in Gedanken verlängerte vertikale Schenkel auf einen in der Verlängerung der Horizontalen liegenden Punkt zu treffen scheint. — Dies zeigt Fig. 37.

Solches verstehen wir, wenn wir uns noch einmal der Vorstellung erinnern, die bei den Täuschungen in Figg. 33 und 34 zu Grunde lag. Es war die Vorstellung, die Gebilde seien sich ausbreitende und nach oben ausdehnende Flächen, bzw.

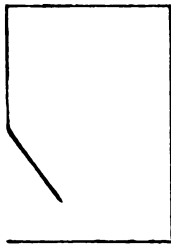


Fig. 37.

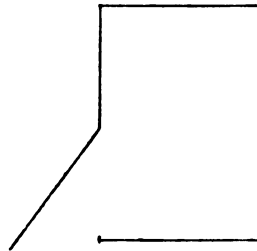


Fig. 38.

Körper, kurz Gebilde mit Inhalt, die Linien die bloßen Grenzen derselben. Diese Vorstellung wird erschwert durch die hinzutretenden frei endigenden Horizontallinien. Sie wird unmöglich bei der Umkehrung der so entstehenden Gebilde, also bei unseren Figg. 37 und 38. Mit ihr streitet sich oder an ihre Stelle tritt eine andere Vorstellung, nämlich die Vorstellung eines starren Linien- oder Stäbesystems.

Achten wir speziell auf Fig. 38. Sofern das Gebilde als ein reines Liniensystem erscheint, ist bei ihm von Zusammenfassung der Kraft, die in seiner Breite wirkte und nach außen drängte, also auch von einem Gegengewicht, das sich die zusammenfassende Thätigkeit und die Tendenz nach außen hielten und das in den Linien repräsentiert sein könnte, keine

Rede mehr. Nur die Vorstellungsweise bleibt überhaupt hinsichtlich der hier vorliegenden Verbindung der vertikalen und schrägen Linie übrig, die bei jeder stumpfwinkligen Verbindung von Linien, soweit sie nur eben als Verbindung von Linien erscheint, die nächstliegende oder zunächst einzig mögliche ist, nämlich die Vorstellung der Einheitlichkeit der in beiden repräsentierten Bewegung. Beide Bewegungen gehen auseinander hervor. Damit erscheint die gemeinsame Bewegung als die herrschende; wir halten also den stumpfen Winkel für stumpfer. Ganz dasselbe wäre es, wenn ich sagte, die eine Linie scheine die andere an ihrem Ende »nachzuziehen«. Die Wirkung ist also hier dieselbe, wie in Fig. 34, ohne den dort vorhandenen und erforderlichen Grund. — Dafs wir auch in Fig. 33 und ebenso in Fig. 35 die Linien als blofse Linien betrachten können, sie also nicht als Grenzen eines sich ausbreitenden und aufrichtenden Gebildes betrachten müssen, das ist es gewifs vor allem, was die von uns behauptete optische Täuschung nicht allen gleich aufdringlich werden läfst. Dagegen übt bei Figg. 34 und 36 wenigstens diese mögliche Betrachtungsweise keinen störenden Einfluß. Hier ist die Täuschung darum sicherer.

Mit jener Abstumpfung des stumpfen Winkels ist nun das Übrige, was in Fig. 38 auffällt, gegeben. Indem sie sich vollzieht, nähert sich der vertikale Schenkel des Winkels in seiner Richtung dem schrägen Schenkel; die Drehung des vertikalen Schenkels teilt sich dann aber dem ganzen System mit; dasselbe wird oben nach rechts, unten nach links verschoben. Insbesondere nähert sich das freie Ende der unteren Horizontalen dem Endpunkt der Schräge. Kurz, es ergibt sich das Bild, das die Figur gewährt. Man wird nicht einwenden, dafs nach dem Vollzug der ganzen Bewegung der Endpunkt der unteren Horizontalen doch wieder in die Fortsetzung des vertikalen Schenkels des stumpfen Winkels falle. Hier handelt es sich ja nicht um das, was ist,

sondern um unseren unmittelbaren Eindruck. Nur dieser wirkt optisch. Wir unterliegen aber dem Eindruck der Abstumpfung des stumpfen Winkels, wenn unsere, hier wie überall successive Betrachtung bei diesem Winkel weilt, ebenso dem Eindruck der Bewegung des freien Endes der unteren Horizontalen, wenn wir, dem Verlauf der Linien folgend, mit unserer Betrachtung bei dieser Horizontalen angelangt sind. Mag also immerhin jeder frühere Teil der Gesamtbewegung durch die folgenden Momente derselben in seiner verschiebenden Wirkung wieder aufgehoben werden, für den mechanisch-ästhetischen und darauf beruhenden optischen Eindruck bestehen alle diese Wirkungen nebeneinander. — Soweit an der scheinbaren Gestalt von Fig. 38 nicht alles ist, wie man es nach dem Gesagten erwarten könnte, ist wohl der Eindruck von Hemmungen, denen die Gesamtbewegung hier unterliegt, dort nicht unterliegt, verantwortlich zu machen. Am ungehemmtesten kann sich offenbar die Bewegung des freien Endes der unteren Horizontalen verwirklichen. Wie nach gleichem Prinzip in Fig. 37 die analoge optische Wirkung zu stande kommt, brauche ich nicht besonders zu sagen.

Blicken wir zurück, so sehen wir aus der Verbindung einer geraden Linie mit einer in schräger Richtung daran angefügten bald diese bald jene optische Wirkung hervorgehen, je nachdem bei der Betrachtung dieser oder jener mechanisch-ästhetische Gedanke die Oberhand gewinnt. Beweis genug, daß überall die mechanisch-ästhetischen Gedanken die Wirkung bedingen. Was die nach Obigem nächstliegende Wirkung, die Abstumpfung des stumpfen Winkels, betrifft, so erinnert man sich, daß wir derselben bereits in früherem Zusammenhang begegnet sind. Die Wirkung der schrägen Linien auf die Form des Quadrates in Figg. 5 und 7 fällt ganz unter diesen Gesichtspunkt. Dasselbe Prinzip liegt zu Grunde bei der Ausbauchung am unteren Ende von Fig. 9 und in ähnlichen Fällen, obgleich es sich hier um gerade und

krumme Linien handelt. Wir werden ihm ebenso weiterhin beim Kreise begegnen.

#### Divergenz von einem Punkte.

Beim HERINGSchen und ZÖLLNERSchen Muster, bezw. den einfacheren linearen Gebilden, die wir an ihre Stelle setzten, ging die schräge Linie jedesmal von einer anderen, wie der Zweig vom Stamme, aus. Aber auch, wo dies nicht der Fall ist, sondern zwei Linien von vornherein im spitzen Winkel auseinandergehen, bemerken wir den dort zunächst in Betracht gezogenen Erfolg, d. h. die scheinbare Vergrößerung des spitzen Winkels. Daraus ergibt sich in den Figg. 39 und 40 die Neigung der vertikalen Winkelschenkel gegen die zum Vergleich daneben gestellten einfachen Vertikallinien. Der

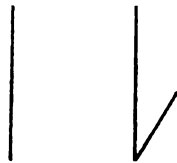


Fig. 39.

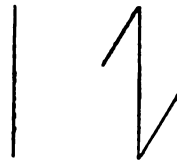


Fig. 40.

gleichartige Erfolg hat gleichartige Gründe. Nicht in einer Linie, aber in einem Punkte sind in unserem Falle verschiedene Bewegungstendenzen aneinander oder durcheinander gebunden. Diese Bindung ist es, die die divergierenden Linien überwinden, oder aus der sie sich befreien. Sie überwinden sie in unserer Figur nicht, sofern sie nach aufwärts bzw. abwärts, sondern sofern sie nach auswärts gehen. Darum muß die Auswärtsbewegung überschätzt werden.

Sehr lehrreich ist hier der Vergleich mit der Divergenz von Linien, die nicht in einem Punkte aneinander gebunden, noch auch in einer Linie zusammengefaßt erscheinen, oder kurz gesagt, mit der freien Divergenz. Die optische Wirkung beider Arten der Divergenz wird daraus verständlicher. Wir meinten von den frei divergierenden Linien, sie streckten sich scheinbar

in der Richtung der gemeinsamen und eben darum in unserem Gesamteindruck dominierenden Bewegung. Diese scheinbare Streckung war als solche eine Unterschätzung der Divergenz. Also unterschätzen wir die freie Divergenz, während wir die Divergenz von einem Punkte aus überschätzen. Darin scheint ein Widerspruch zu liegen. Auch die freie Divergenz macht uns den Eindruck der Befreiung aus dem Zustand der Gebundenheit. Divergieren die Linien nach oben zu, so ist dieser Zustand durch die untere Distanz oder verbindende Linie repräsentiert. Weil dieser Zustand durch die auseinandergehenden Linien überwunden wird, so muß auch hier eine Überschätzung des Aufeinander stattfinden. — Aber dies ist ja auch wirklich der Fall. Wir wissen, daß die Streckung der nach oben frei divergierenden Linien ein Auseinandergehen am unteren Ende, also eine Verbreiterung der unteren Distanz in sich schließt. Insofern dies der Fall ist, erscheint die freie Divergenz und die Divergenz von einem Punkte unter einem Gesichtspunkt. Wiederum ergibt sich Gleichartiges aus gleichartigen Gründen. Nur modifiziert sich zugleich der Erfolg, d. h. der Schein der Vergrößerung des Aufeinander, in einer der Verschiedenheit der Umstände entsprechenden Weise. Die untere Distanz oder verbindende Linie der nach oben frei divergierenden Linien kann sich für unsere Schätzung dehnen und somit der Forderung der Vergrößerung des Aufeinander unmittelbar genügen. Ist ihr genügt, so können die divergierenden Linien weiterhin frei dem Zug nach oben folgen. Dagegen läßt sich der Punkt keine Dehnung gefallen. Darum kann bei den von einem Punkte aus divergierenden Linien erst jenseits desselben dem Streben nach auswärts Genüge geschehen. Die wesentliche Gleichartigkeit beider Fälle wird völlig deutlich, wenn wir beachten, daß auch die von einem Punkte aus divergierenden Linien dem Streben nach außen vor allem unmittelbar jenseits des zusammenfassenden Punktes genügen, weiterhin

aber die Reaktion eintritt. In Fig. 39 divergiert die vertikale Linie von der schrägen erst stärker, um dann sich ihr wieder relativ zuzuwenden; die Linie erscheint dadurch unten nach links gebogen. In Fig. 40 erscheint entsprechend die von der schrägen Linie gekreuzte Vertikale von der Mitte an nach entgegengesetzten Seiten gebogen. Denken wir uns, der Punkt könne sich, dem hier sichtbaren Zuge folgend, zur Linie dehnen, so würde der Erfolg völlig demjenigen entsprechen, den wir bei der freien Divergenz verwirklicht sehen. Darin liegt eine wesentliche Bestätigung der ausgesprochenen Anschauung.

Ich mache hier nachträglich darauf aufmerksam, daß aus gleichem Grunde auch die vertikalen Linien in Figg. 30 und 31 nicht gerade, sondern in derselben Weise wie die in Figg. 39 und 40 gebogen scheinen.

Wie eng diese Anschauung, auch abgesehen von der Beziehung zwischen Divergenz von einem Punkte und freier Divergenz, in den Zusammenhang unserer ganzen Betrachtungsweise sich einfügt, ergibt sich unter anderem aus dem Umstande, daß die ehemals besprochene scheinbare Einziehung oder Abstumpfung der Ecken und Ausweitung der Seiten des Quadrates ebensowohl hierhergezogen, d. h. aus der Überschätzung der Divergenz der Seiten von den Eckpunkten aus abgeleitet werden könnte. Damit wäre die ehemalige Betrachtung und Erklärungsweise nicht aufgehoben, sondern nur bestätigt. Ohne Zweifel ist es dasselbe, ob ich sage, die Schenkel eines Winkels streben von den Ecken an auseinander oder sie werden an den Ecken zusammengeschnúrt. Das Eine setzt das Andere voraus; beides ist derselbe Thatbestand von verschiedenen Seiten betrachtet. Nun scheint es zwar, als hätten wir ehemals das Streben nach aufsen, das Sichweiten des Quadrats nicht in derselben Weise begründet, wie hier das Auseinanderstreben der Winkelschenkel oder die Überschätzung der Divergenz begründet wurde. Aber auch hierin laufen, genauer besehen, beide Betrachtungsweisen völlig auf



eins hinaus. Je zwei Seiten des Quadrates, so sagte ich, fassen die beiden anderen an den Enden zusammen. Sie erscheinen, sofern sie dies thun, speziell als die Träger der zusammenfassenden Kraft des Quadrats. Entsprechend müsse das Quadrat im übrigen vorzugsweise als Träger der ausbreitenden Kraft erscheinen, die im Quadrat der zusammenfassenden die Wage halte. — Hierin liegt eben der Gedanke ausgesprochen, den uns nach Obigem jede Divergenz von einem Punkte aus aufdrängt. In den Ecken des Quadrats verdichtet sich so zu sagen die zusammenfassende Kraft. Im übrigen überwiegt die ausbreitende. Sie überwiegt oder hat das Übergewicht über die entgegenstehende Kraft der Zusammenfassung. In den Ecken, also den Punkten, von denen aus die Seiten divergieren, ist die Kraft gebunden, zwischen den Ecken überwindet sie die Bindung, kommt also in einer Bewegung nach außen zur Geltung. Daher die optische Täuschung.

Natürlich ist hier vorausgesetzt, daß das oben zunächst über die spitzwinklige Divergenz von einem Punkte Gesagte allgemeinere Geltung hat, insbesondere auf die gleichartige rechtwinklige Divergenz ohne weiteres übertragen werden kann. Aber daran ist kein Zweifel. Bedingung ist nur, daß die Schenkel des rechten Winkels wirklich zu divergieren, d. h. auseinanderzustreben, daß nicht der eine von dem anderen als seiner Basis sich zu erheben, überhaupt von ihm als einem bereits vorhandenen auszugehen, abzubiegen oder sich an ihn anzufügen scheint. Von der mittleren Richtung müssen sich beide, nicht einer darf sich von dem anderen entfernen. Diese Bedingung ist aber eben beim nackten Quadrat, sofern es ein für sich bestehendes und in sich abgeschlossenes, von der Mitte nach den Seiten und Ecken gleichmäßig sich ausdehnendes und andererseits wiederum nach der Mitte zu sich zusammenfassendes Gebilde ist, am ehesten erfüllt. Je mehr es nicht nur ein solches Gebilde ist, sondern

sich auch als solches darstellt, je mehr insbesondere der dieser Betrachtungsweise vor allem entgegenstehende Gedanke, daß das Quadrat sich aufrichte, zurücktritt, um so mehr können die Ecken als Ausgangspunkte, von denen verschieden gerichtete Bewegungen gleichzeitig und in gleicher Weise ausgehen, oder, was dasselbe sagt, als Zielpunkte, denen diese Bewegungen gleichzeitig und in gleicher Art zustreben, zur Geltung kommen, um so mehr kann auch der damit verbundene ästhetische und optische Eindruck relativer Stumpfheit und Plumpheit, des gewaltsam Eingeengten, andererseits träge oder widerspenstig Heraustretenden sich einstellen. Freilich wird jener Gedanke des Sichaufrichtens nie völlig zurückgedrängt werden können, darum auch beim nackten Quadrat die optische Wirkung der rechtwinkligen Divergenz von einem Punkte nie rein heraustreten. Immerhin kann jener Gedanke mehr oder minder zurückgedrängt werden. Er drängt sich naturgemäß stärker auf, wenn wir das Quadrat von unten nach oben betrachten, wie wir dies thun werden, wenn wir die Höhe schätzen und mit der Breite vergleichen; er tritt zurück, wenn wir geflissentlich die Mitte zum Ausgangspunkte oder Mittelpunkte der Betrachtung machen. In der That stehe ich vorzugsweise bei der letzteren Art der Betrachtung unter dem eben bezeichneten ästhetischen und optischen Eindruck.

Diese Bemerkung hat wiederum allgemeinere Bedeutung. Entgegenstehende Gedanken können sich in einem und demselben Gebilde ästhetisch, darum auch optisch entgegenwirken. Je nachdem der eine oder der andere mehr zur Geltung kommt, modifiziert sich die ästhetische und optische Wirkung. Es kann aber der eine oder der andere mehr zur Geltung kommen je nach der Art der Betrachtung, ihrem Ausgangspunkt oder Mittelpunkt, ihrer Richtung, der Folge, in der wir die Teile ins Auge fassen.

Aber auch abgesehen davon leuchtet die Bedeutung der

Art der Betrachtung ein. Unsere Gebilde sind Träger von Bewegungen, und diese haben ihre Richtungen, eine bestimmte Art ihres Verlaufes; die ganzen Gebilde entstehen, wie oben betont wurde, und haben darum, wie alles, was entsteht, Anfang und Ende. Dem Weg, den sie bei ihrem Entstehen einschlagen, den Bewegungen, die die Gebilde im ganzen und in den einzelnen Teilen in sich vollziehen, müssen wir folgen, wenn dieselben in unserer Vorstellung zur Wirkung kommen sollen.

Was ihnen folgt, ist zunächst nicht das Auge, sondern die Aufmerksamkeit, nicht der äußere, sondern der innere »Blickpunkt«. Und dabei werden wir von den Gebilden selbst geleitet. Aber die Wege, die die Aufmerksamkeit und die, die das Auge einschlägt, bedingen sich wechselseitig; die Bewegungen beider fördern und hemmen sich. Kreuzt das Auge bloß den Weg, den eine für den Gesamteindruck eines Gebildes wesentliche Linie einschlägt, so wird die Bewegung in der Linie auch nicht in dem Maße Gegenstand der Aufmerksamkeit, wie sie es sonst würde, und ihre Wirkung vermindert sich; halten wir den Blick geflissentlich fest, so wird die Wirkung, die aus der Auffassung der in einem Gebilde lebendigen Bewegungen sich ergibt, überhaupt in Frage gestellt werden können. Weil ihnen der äußere Blickpunkt nicht folgt, folgt ihnen naturgemäß auch der innere Blickpunkt nicht; und wenn wir uns Mühe geben, ihnen trotzdem in Gedanken zu folgen, so vereitelt vielleicht schon die Anstrengung der Festhaltung des äußeren Blickpunktes den Erfolg der Bemühung.

Danach ist es kein Wunder, wenn Augenbewegungen für allerlei optische Täuschungen sich als wesentlich erweisen. Wie wesentlich sie vor allem beim HERINGSchen und ZÖLLNERschen Muster sind, erfahren wir aus v. HELMHOLTZ' bezüglichen Mitteilungen. — Etwas anderes aber, als die Tatsache, ist die Deutung, die ihr WUNDT und neuerdings MÜNSTERBERG

angedeihen lassen. So gewiß wir die Thatsache anerkennen, so wenig ziehen wir daraus die weitabliegende Konsequenz, daß die grössere Schwierigkeit oder Leichtigkeit der Augenbewegungen die Täuschungen bedinge. Vielmehr finden wir in jener Thatsache für unsere Anschauungen eine weitere Bestätigung.

#### Winkel an der Horizontalen.

Nicht nur die Augenbewegungen sind, weil sie die Art der Auffassung bedingen, für die optischen Täuschungen von Bedeutung; auch die Lage der Gebilde zu unserem Auge oder in unserem Sehfeld kommt aus gleichem Grunde in Betracht. Hierher gehören zunächst die Fälle, in denen der Gegensatz des Oben und Unten der Natur der Sache nach für die Täuschung ausschlaggebend ist. Ausserdem kommt ein Punkt in Betracht, auf den v. HELMHOLTZ gleichfalls bei Gelegenheit des HERINGSchen und ZÖLLNERSchen Musters aufmerksam macht. Dreht man das letztere in seiner Ebene um  $45^{\circ}$ , so erscheinen die Konvergenzen und Divergenzen des Musters stärker. Daraus zieht v. HELMHOLTZ den Schluß, daß wir uns über die Richtung von Linien leichter täuschen, wenn sie im Gesichtsfelde eine schräge, als wenn sie eine vertikale Lage haben. Diese Regel kann man vielfach bestätigt finden. Man betrachte etwa die zuletzt besprochenen Figg. 39 und 40 zuerst in gewöhnlicher Lage, dann halb von der Seite. Die Regel ordnet sich aber einer allgemeinen und uns schon bekannten ästhetisch-optischen Regel unter. Die Bewegung nach oben, so sahen wir, drängt sich uns vor andern auf, sie übt auf unser Bewußtsein und Gefühl die grösste Wirkung. Daraus folgt ein Doppeltes. Erstlich, daß sich die vertikale Linie als Träger dieser Aufwärtsbewegung gegen Einwirkungen, die sie in unserer Vorstellung zu verneinen oder zu verändern drohen, leichter behaupten, daß sie also insbesondere optischen Täuschungen in höherem Grade

widerstehen wird, als die schräge. Dies ist der Inhalt jener v. HELMHOLTZschen Regel. Zweitens ergibt sich daraus die Überschätzung der Höhe aufgerichteter oder sich aufrichtender Formen.

Von der letzteren nun sind uns mehrfache Beispiele begegnet. Eines haben wir noch ausdrücklich unter diesen Gesichtspunkt zu stellen. Ich meine die von v. HELMHOLTZ mitgeteilte und auf S. 268 erwähnte Überschätzung solcher spitzer Winkel, deren einer Schenkel horizontal liegt. Der andere Schenkel erhebt sich von diesem horizontalen Schenkel als seiner neutralen Basis oder strebt von ihm hinweg. Sofern er von ihm hinwegstrebt und mit Erfolg hinwegstrebt, vollzieht er eine vertikale Bewegung. Auch die Schenkel anderer spitzer Winkel vollziehen freilich vertikale Bewegungen. Aber sofern an einem Winkel beide Schenkel sie vollziehen, kann es zu dem Gedanken besonders starker Divergenz der Schenkel nicht kommen. Beim Winkel mit einem horizontalen Schenkel dagegen kann, bzw. muß sich dieser Gedanke aus der oben bezeichneten Art der vertikalen Bewegung, in unserer Vorstellung hervorzutreten, ergeben. Der schräge Schenkel besiegt, indem er sich erhebt, die Schwere, wie alles, was sich erhebt oder aufrichtet, und dem Zug dieser siegenden oder die Gegenkraft überwindenden Bewegung folgen wir in unserer räumlichen Vorstellung oder unserer Schätzung räumlicher Vorstellungsinhalte. — Daß die Überschätzung des Winkels bestehen bleibt, auch wenn der obere Schenkel horizontal liegt, hat nichts Verwunderliches. In diesem Falle scheint der horizontale durch eine Bewegung nach oben von dem schrägen sich los zu machen. Der Eindruck der Übermacht der Aufwärtsbewegung über die Schwere ist in beiden Fällen derselbe.

Nehmen wir diese Überschätzung der spitzen Winkel mit einem horizontalen Schenkel zusammen mit der sonstigen Überschätzung spitzer Winkel, so bedarf es für die That-

sache, daß uns geteilte Winkel größer erscheinen, als ungeteilte, soviel ich sehe, keiner weiteren Erklärung.

Im Zusammenhang mit der Überschätzung der Winkel an der Horizontalen erwähnte ich ehemals auch schon die Fig. 32. Die Steilheit der oberen Schräge gegen die der unteren und damit zugleich die Größe des oberen spitzen Winkels gegen die des unteren wird überschätzt. Wie die umgekehrte Betrachtung beweist, liegt dies nicht am Gegensatz des Oben und Unten, sondern an dem oben aufgesetzten Plättchen oder Riemchen. In ihm setzt sich die vertikale Thätigkeit der Schräge nach oben fort. Dadurch wird der Gedanke der in der Schräge liegenden vertikalen Thätigkeit gegenüber der ebensowohl in ihr vorhandenen horizontalen Bewegung hervorgehoben.

Nun scheint freilich erst recht die in der unteren Schräge vorhandene vertikale Bewegung durch die darauffolgende vertikale Linie fortgesetzt zu werden. Aber dies ist keine Fortsetzung von gleicher Art. Jene vertikale Linie geht aus der unteren Schräge hervor, aber als etwas relativ Neues, ihr Entgegengesetztes. Die untere Schräge wendet sich nach innen, zusammenfassend, konzentrierend. Dies ist ihre wesentliche Funktion. Auf Grund dieser Konzentration kann sich dann die nachfolgende vertikale Bewegung kräftiger vollziehen. Dagegen kann aus der oberen Schräge die vertikale Linie des Plättchens unmittelbarer hervorgehen, weil sie selbst aus der vertikalen Bewegung unter ihr hervorzugehen scheint. In der oberen Schräge tritt die vorangehende vertikale Bewegung aus sich heraus; ihre Bewegung ist die vorangehende Bewegung in vertikaler Richtung, nur aus der Spannung oder Konzentration heraustretend und sich selbst überlassen. Eben diese Bewegung faßt sich dann in dem Plättchen von neuem zusammen. Die Schräge bildet also vom einen zum anderen Stadium der Bewegung den Übergang. Weil sie als solcher Übergang oder solches blosses Durch-

gangsstadium der vertikalen Bewegung erscheint, sehen wir in ihr vorzugsweise eine Trägerin dieser vertikalen, nicht ebenso eine Trägerin der in ihr gleichzeitig vorhandenen horizontalen Bewegung.

Freilich kann nun auch die untere Schräge in ähnlichem Lichte erscheinen: sie braucht nur ebenso als Überleiterin vertikaler Kraft oder Bewegung sich darzustellen. Um eine solche untere Schräge zu gewinnen, brauchen wir nur die Figur umzukehren.

Aus dem Gesagten leuchtet ein, welche Bedeutung die Platte oder der Abakus über den schräg herausspringenden Gesimsen oder Kapitälern hat. Es ergänzt sich dadurch die Wirkung der darunter befindlichen zusammenfassenden oder einschnürenden Glieder. Lassen diese die schrägen Gesimse und Kapitälern kräftiger herausspringen, so faßt die deckende Platte sie wiederum kräftig zusammen und schließt so das Bild des elastisch widerstandskräftigen Gebildes in sich ab. Die Platte bezeichnet den in sich gesammelten Abschluß der Bewegung, damit zugleich den Punkt, jenseits dessen eine neue, gleichartige Bewegung beginnen kann.

Nicht minder leuchtet die Bedeutung der vertikalen Sockel unter schrägen Anläufen, Fußgesimsen, eventuell Basen ein. Diese selbst gewinnen, und damit zugleich gewinnt die auf sie folgende vertikale Bewegung größeren Zusammenhalt und größere Kraft.

### Die Kreislinie.

Im Zusammenhang mit dem HERINGSchen und dem ZÖLLNERSchen Muster, die ich hier zum letzten Male erwähne, habe ich auch schon der Täuschung in Fig. 45 gedacht. Ich komme jetzt erst darauf zurück, weil ich von da aus den Übergang zu einer neuen Art von Täuschungen gewinne.

Der Kreis verdankt sein Dasein dem Zusammenwirken einer tangential und einer radial gerichteten Kraft. Die

letztere erscheint uns aber als die Hauptkraft. Dies liegt daran, daß ihre Wirksamkeit die eigentliche »Thätigkeit« in der Bewegung des Kreises bezeichnet. Wenn ich laufend einen Kreis beschreibe, so erscheint mir die Tendenz in der Tangente weiterzugehen als etwas, das mir begegnet und überwunden werden muß; die Einwärtsbewegung als Kraftanstrengung, durch welche ich jene Tendenz thatsächlich überwinde. Wie überall, so sind wir aber auch hier geneigt, dem Eindruck der Thätigkeit vor dem des bloßen Geschehens, bei thatsächlichem völligen Gleichgewicht beider, uns zu überlassen, also jener Vorstellung in uns das Übergewicht über diese zu verstatten. So kommt es, daß der geschlossene Kreis für uns viel eher Einwärtsbewegung ist, welche die nach auswärts treibende Kraft besiegt, als Auswärtsbewegung,

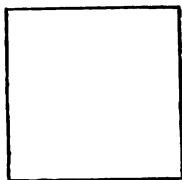


Fig. 41.

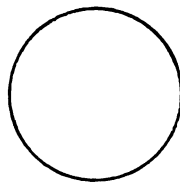


Fig. 42.

durch die der Zug nach innen überwunden wird, viel eher ein sich in sich zusammenschließendes als ein aus sich heraus tretendes Gebilde. Sollen wir sagen, ob der Kreis den Mittelpunkt zu suchen oder zu fliehen scheine, so entscheiden wir uns für das Erstere. — Diese gedankliche Bevorzugung ist, wie man sieht, von völlig der gleichen Art, wie die gedankliche Bevorzugung der vertikalen Bewegung und der Bewegung der Konzentration.

Daraus erklärt sich zunächst, daß die Kreisfläche in ihrer ganzen Größe unterschätzt wird. Sie zieht sich auch optisch in sich zusammen. Sind Höhe und Breite eines Quadrates dem Durchmesser eines daneben gezeichneten Kreises gleich, so erscheinen sie beträchtlich größer. Man vergleiche Fig. 42 mit Fig. 41.



Ebendamit hängt auch die Täuschung in Figg. 43 und 44 zusammen. Man kann allgemein sagen, daß wir die Einwärtsbewegung des Kreises, also den Grad seiner Krümmung überschätzen, wo immer wir Gelegenheit dazu haben. Angenommen zunächst, es wendet sich eine Gerade in stumpfem Winkel von der Peripherie des Kreises nach innen. Diese

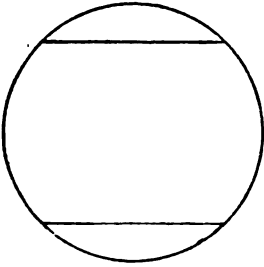


Fig. 43.

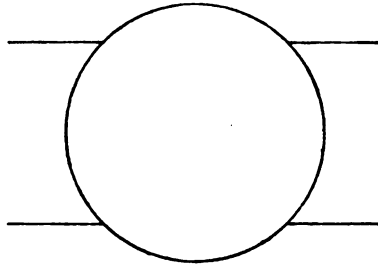


Fig. 44

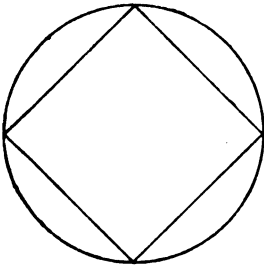


Fig. 45.

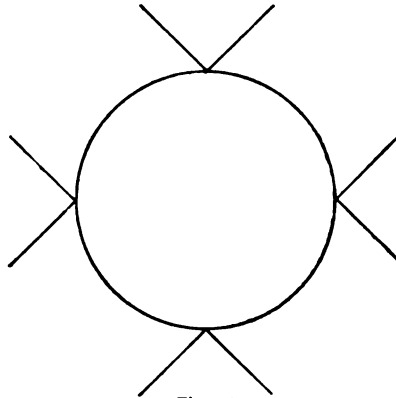


Fig. 46.

Gerade könnten wir, von dem oben Gesagten abgesehen, zur Kreislinie in doppelte innere Beziehung setzen oder, was dasselbe sagt, wir könnten die innere sachliche Beziehung der beiden Linien, die wir anzunehmen in keinem Falle umhin können, in doppelter Weise deuten. Entweder die Kreislinie folgt dem Zuge der geraden Linie da, wo sie in dem stumpfen Winkel abbiegt, bzw. umgekehrt; oder die

Kreislinie setzt sich vermöge ihrer eigenen Bewegung diesem Zuge entgegen, übt also eine centrifugale Gegenwirkung. Diese beiden Möglichkeiten kennen wir schon. Sie sind in anderer Form repräsentiert in den Figg. 33 und 34.

Da aber, wie wir gesehen haben, in dem Gesamteindruck der in sich geschlossenen Kreislinie die Vorstellung der Einwärtsbewegung überwiegt, so ist nur die eine der Deutungen möglich. Indem diese Vorstellung dem Gedanken, die Kreislinie folge dem Zug der Geraden, entgegenkommt, verschafft sie ihm über den entgegenstehenden Gedanken das Übergewicht. Es scheint also die Kreislinie von der Geraden nach innen mitgenommen zu werden. Eine in sich gleichartige Bewegung scheint durch Kreislinie und Gerade hindurchzugehen oder beide aus sich hervorgehen zu lassen. Der gleiche Sachverhalt lag schon vor in Fig. 9. — Wird aber die Bewegung in der Kreislinie mit der Bewegung in der geraden Linie derartig vereinheitlicht, so muß die wirkliche Fortsetzung der Kreislinie, also das Stück, das von der geraden Linie im spitzen Winkel abgeht, aus der Kreisbewegung herauszutreten, in Form und Richtung von ihr abzuweichen scheinen.

Das Gesagte könnte auch noch anders ausgedrückt werden. In der Kreislinie binden sich eine centrifugale und eine centripetale Kraft. In der geraden Linie scheint die centripetale, darum in der Fortsetzung der Kreislinie die centrifugale oder tangentielle Kraft frei zu werden, oder für sich zur Wirkung zu gelangen. Da aber die centripetale Kraft im Kreise als die herrschende erscheint, so betrachten wir vorzugsweise die Gerade als Ausfluß oder Fortsetzung der Bewegung der Kreislinie. Diese Art, den Sachverhalt zu bezeichnen, liefse die Analogie mit dem Thatbestand in Fig. 30 und zugleich den Unterschied beider Fälle hervortreten.

Damit ist zunächst die optische Täuschung verständlich geworden, der wir in Fig. 43 begegnen. Der Kreis scheint, wo er in die gerade Linie mündet, vollkommener in sie zu

münden, als er es wirklich thut, d. h. er scheint nach innen umgebogen; dagegen scheint die Fortsetzung des Kreises jenseits der Geraden aus dem Kreis herauszustreben. Sie ist zunächst scheinbar gestreckt, also der geraden Linie genähert, dann entsprechend stärker gebogen. In der That müßte es sich so verhalten, wenn in ihr wirklich die der Einwärtsbewegung der Kreislinie entgegengesetzte oder ihr das Gleichgewicht haltende Bewegung sich verwirklichte. Ich bemerke nebenbei, daß der letztere Umstand für sich allein genügen würde, die Erklärung der hier vorliegenden optischen Täuschung aus der nackten Überschätzung spitzer Winkel zu widerlegen. Es müßte sich ja daraus genau der umgekehrte Erfolg ergeben. Die Kreislinie müßte, wo sie mit der Geraden den spitzen Winkel bildet, zunächst stärker, dann entsprechend weniger gekrümmt erscheinen.

Wie die scheinbare Bewegung des Kreises, also auch die optische Täuschung sich modifizieren muß, wenn an einem Punkte des Kreises zwei gerade Linien oder zwei Kreissehnen zusammenstoßen, ist leicht zu ersehen. Die Einbiegung des Kreises, wo er in die Sehnen mündet, und die Streckung jenseits dieser Stelle gleichen sich wechselseitig aus und ergeben eine Abplattung, wie sie in Fig. 45 sich darstellt.

Nur unter der Voraussetzung eines solchen Zusammenstoßens von Kreissehnen gilt nun zunächst, was ich schon oben S. 269 sagte, daß der Kreis genau dieselbe Verbiegung zu erleiden scheine, wenn an die Stelle der Sehnen ihre Fortsetzungen über den Kreis hinaus gesetzt werden. Lassen wir vom Kreise die beiderseitigen Fortsetzungen isolierter Sehnen ausgehen, so ist der Erfolg in gewisser Weise der umgekehrte. In Fig. 43 scheinen der rechte und linke Kreisbogen an den Enden gerundeter, der obere und untere an den Enden gestreckter. Dagegen erscheinen bei Fig. 44 der obere und untere Kreisbogen an ihren Enden gerundeter, die

seitlichen an ihren Enden gestreckter. Eine unmittelbare Darstellung dieses Verhältnisses der Krümmungen giebt Fig. 47.

Wir können indessen diese Umkehrung des Erfolges in der Betrachtung wieder aufheben. Wir brauchen nur die Betrachtungsweise umzukehren. Fassen wir also etwa den unteren Teil der Fig. 44 so ins Auge, daß wir mit dem unteren Kreisbogen beginnen. Das optische Phänomen erklärt sich dann aus unseren Voraussetzungen leicht. Ist bei der Kreislinie die Bewegung nach innen für unser Gefühl und Bewußtsein die herrschende, so fassen wir notwendig das Verhältnis zwischen ihr und der auswärts gerichteten Linie

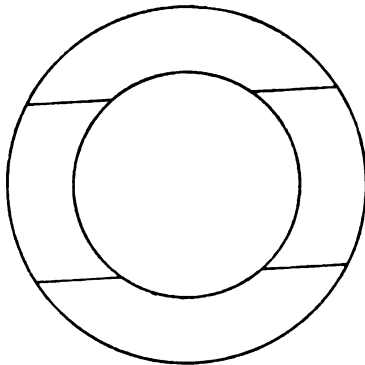


Fig. 47.


als ein gegensätzliches; d. h. die Bewegung des Kreises nach innen erscheint als eine gegen den Zug der geraden Linie nach außen gerichtete und ihn überwindende Gegenbewegung. Daraus folgt, ebenso wie aus der Vorstellung der Nachgiebigkeit der Kreislinie gegen die Einwärtsbewegung der Sehne oder des Hervorgehens dieser aus jener, eine Überschätzung der Einwärtsbewegung der Kreislinie. Man vergleiche auch hier wiederum Figg. 33 und 34, wo ebenfalls aus entgegengesetzten Gründen und doch nach denselben Grundsätzen eine Überschätzung der Einwärtsbewegung erfolgte.

Gehen wir dann weiter zur wirklichen Fortsetzung des Kreises über die gerade Linie hinaus, so muß dieselbe, ebenso

wie oben, im Gegensatz zur vorangehenden Einwärtsbewegung als Bewegung nach außen oder als Hervorbrechen der in der Kreislinie vorhandenen und an dieser Stelle frei gewordenen tangentialen Bewegung erscheinen. Der Vorgang ist mit dem entsprechenden bei Fig. 43 identisch, nur daß hier das Hervorbrechen der tangentialen Bewegung eine Annäherung an die nach auswärts gehende gerade Linie bedeutet, während es dort eine Entfernung von der Sehne in sich schloß.

Von der geschlossenen Kreislinie war bisher die Rede. Die Geschlossenheit giebt ihr, wie dies schon im Namen liegt, ihren Zusammenschluß. Man denke sich einen Kreis aus festem Material, der, wie dies für die ästhetische Betrachtung von jedem Kreise gilt, nicht bloß vorhanden ist, sondern durch eine nach innen gehende, einen Druck nach außen überwindende Thätigkeit sich erhält oder sich jeden Augenblick von neuem erzeugt. Schneide ich von einem solchen Kreise ein Stück ab, so tritt es aus der Kreisform heraus und nähert sich der geraden Linie. Dasselbe muß für die mechanisch-ästhetische Betrachtung bei jedem aus dem Zusammenhange losgelösten Kreisbogen geschehen.

Oder psychologischer ausgedrückt: Wir glauben an die biegende Kraft in einem Punkte des Kreises oder sind von der Vorstellung dieser Kraft beherrscht, vorzugsweise dann, wenn wir jenseits des Punktes weiter und weiter in ununterbrochener Kontinuität die Kraft wirken und schließlich das ganze geschlossene Gebilde erzeugen sehen. Wir können nicht in dem Maße an sie glauben oder unter ihrem Eindruck stehen, wenn wir jenseits des Punktes die Wirkung aufhören sehen. Die Bewegung geschieht, wie ich sagte, im geschlossenen Kreise in ununterbrochener Kontinuität. Diese Kontinuität ist stetiger innerer Zusammenhang, die Bewegung jedes Momentes ist Fortsetzung der Bewegung des vorangehenden; sie geht aus ihr hervor, ist also darin schon enthalten. Umgekehrt, geht aus der Bewegung eines Momentes keine gleichartige





Bewegung mehr hervor, so ist keine solche gleichartige Bewegung oder keine Kraft zu solcher Bewegung in ihr enthalten; sie ist relativ kraftlos. Also muß der abgeschnittene, aus dem Zusammenhang des Ganzen gelöste, ebendamt aus dem einheitlichen Zug der Einwärtsbewegung herausgerissene Kreisbogen sich nach auswärts bewegen. Er bleibt sich selbst und der, abgesehen von jenem einheitlichen Zug der Einwärtsbewegung, in ihm wirksamen Kraft überlassen, am meisten da, wo er auch fürs Auge am meisten sich selbst überlassen ist, also gegen die Enden hin. Der Zusammenschluß konzentriert sich nach der Mitte, wo die Kontinuität oder der Eindruck derselben noch besteht.

Von diesem Thatbestande überzeugt man sich am einfachsten, wenn man in einem Kreise zwei nicht zu kleine Lücken läßt, die den Kreis in zwei Bogen von ungleicher Größe zerteilen. Läßt man die Bogen in Gedanken über die Lücke hinweg sich fortsetzen, so schneiden sie sich; die Fortsetzung jedes Bogens geht über den anderen Bogen hinaus, oder umfaßt ihn; und zwar gilt dies in höherem Maße von dem kleineren, als von dem größeren Bogen.

Auch in unseren Figg. 43 und 44 gab es schon relativ sich selbst überlassene, wenn nicht in Wirklichkeit, so doch gedanklich abgeschnittene Bogen. In der ersteren sind die oberen und unteren, in der letzteren die seitlichen Bogen insofern sich selbst oder der centrifugalen Kraft überlassen, als die einwärtswirkende Kraft dort in den Sehnen sich fortsetzt, hier gegen die Sehnenfortsetzungen sich wendet, also beide Male anderweitig absorbiert ist. Doch übt hier der Gegensatz gegen eben jene Einwärtsbewegung noch eine besondere und den Effekt verstärkende, zugleich auch ihn modifizierende Wirkung.

Eine ähnliche den Effekt verstärkende Wirkung findet nun auch statt in den Figg. 19 und 20. Schon daß die Kreisbogen isolierte sind, zwingt sie an den Enden auseinander zu

gehen, und zwingt uns, des Ausgleichs wegen, die geraden Linien in Gedanken zu krümmen. Wir sehen hier aber außerdem in den geraden Linien jedesmal eine centrifugale oder der centrifugalen gleichartige Bewegung unmittelbar vor uns. Dadurch wird die Vorstellung dieser Bewegung, auch soweit eine solche in den Kreisbogen vorhanden scheint, lebendiger. Und dies wiederum ergibt eine Verstärkung unseres Eindrucks von dem Verhalten der Kreisbogen zu dieser centrifugalen Bewegung. Die Bogen wenden sich deutlicher nach innen da, wo nach oben Gesagtem ihre Einwärtsbewegung sich kon-

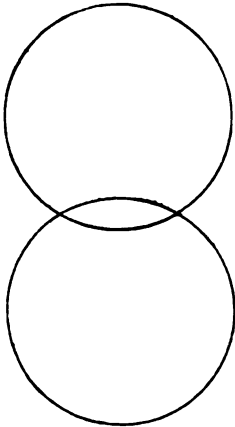


Fig. 48.

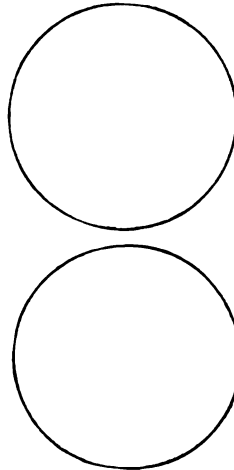


Fig. 49.

zentriert, also in der Mitte, sie strecken sich deutlicher da, wo sie wegen ihrer Isoliertheit sich strecken müssen, d. h. nach den Enden zu. Das Ergebnis ist eine scheinbar stärkere Krümmung in der Mitte und eine scheinbar gröfsere Annäherung an die gerade Linie nach den Enden zu. — Ich bemerke noch, dafs aus analogem Grunde, d. h. vermöge einer ähnlichen Kontrastwirkung, auch geschlossene Kreise, die in nicht zu grofser Entfernung aneinander vorbeigehen — s. Fig. 49 —, an der Stelle der gröfsten Annäherung stärker gekrümmt, dann entsprechend gestreckt erscheinen.

Betrachtet man Figg. 19 und 20 für sich, so könnte auch eine andere, rein optische Erklärung dieser Figuren möglich scheinen. Wir übersehen einen Teil der allmählich sich vollziehenden Krümmung der Bogen und übertragen darum die Bewegung der wechselseitigen Annäherung und Entfernung der Bogen und der Geraden zum Teil auf letztere. Nun thun wir dies freilich, nur nicht aus optischen, sondern aus den oben angegebenen Gründen. Erklärte sich speziell Fig. 20 aus einer allgemeinen Regel der Verteilung der wechselseitigen Annäherung, bezw. Entfernung auf die sich einander nähernden bezw. sich voneinander entfernenden Linien, so müßte sich die völlig gleichartige Veränderung der Krümmung des oberen und unteren Kreisbogens und die scheinbare Einwärtsbiegung der zugehörigen Sehnen in Fig. 43 genau ebendaraus erklären. Und wiederum müßte aus dem gleichen Prinzip die Thatsache erklärt werden, daß derselbe Effekt, wie in Fig. 43, sich auch ergibt, wenn zwei gleiche Kreise sich schneiden und wechselseitig nicht zu große Bogen voneinander abtrennen. Auch hier scheinen die abgetrennten Bogen in der Mitte gekrümmter und an den Enden gestreckter. Man vergleiche Fig. 48. Hier könnte aber jene Verteilung der Annäherung und Entfernung nur die Wirkung haben, daß wir zu sehen glaubten, was tatsächlich vorliegt.

#### Stetige Linienverbindung.


Die Betrachtung der Täuschungen, die beim Kreise stattfinden, sollte uns, wie oben gesagt, zu einer anderen Gattung von Täuschungen hinführen. Damit meinte ich die Täuschungen, die ebenso, wie die besprochenen, die Form einer Linie betreffen, aber nicht aus der Verbindung der Linie mit anderen, sondern aus ihrem stetigen Übergang in eine Linie von anderer Form sich ergeben.

Eben daß die Linien verschiedenartige, d. h. einem verschiedenen Bewegungsgesetz gehorchende sind und doch stetig



ineinander übergehen, bedingt die Täuschung. Vermöge des stetigen Zusammenhangs scheinen sie trotz ihrer Verschiedenartigkeit Eines und von einem Gesetze beherrscht. Der Widerspruch zwischen dieser scheinbaren Einheit und der thatsächlichen Verschiedenheit ist es, den wir durch unser Urteil auszugleichen bemüht sind. Natürlich ist das Urteil jedesmal eine Korrektur, oder vom Standpunkte der Wahrnehmung aus gesprochen, ein Fälschung der Wahrnehmung. Dafs jener Widerspruch, bezw. der Versuch, ihn auszugleichen, zu Korrekturen der Wahrnehmung oder zu optischen Täuschungen führen kann, wundert uns nicht, da die meisten bisherigen Täuschungen gleichfalls als Ausgleichungen des Widerspruches zwischen einer scheinbaren inneren Einheit der Linien oder einem scheinbaren inneren Zusammenhang der in denselben repräsentierten Bewegungen einerseits und der Wahrnehmung andererseits bezeichnet werden können. Nur war bei ihnen der Schein der Einheit nicht durch den stetigen Übergang vermittelt.

Die hier in Frage kommenden optischen Täuschungen sind mannigfaltig und doch nur gleichartige Beispiele derselben Regel. Ich begnüge mich darum mit dem speziellen Hinweis auf einen Fall. Die elastische oder elastisch scheinende Spirale — Fig. 50 — kann nicht von selbst in die gerade Linie übergehen, in die sie thatsächlich übergeht; d. h. die in ihr lebendige Bewegung kann nicht ihrem eigenen Gesetze folgend zur geradlinigen Bewegung werden. Vielmehr hat sie da, wo in der Figur die geradlinige Bewegung beginnt, die Tendenz, in gleichartiger Krümmung weiterzugehen, also die geradlinige Bewegung aufzuheben. Geschieht dies nicht, so mufs in der geraden Linie eine Gegenbewegung stattfinden. Die gerade Linie mufs die Tendenz haben, nach der entgegengesetzten Seite sich zu biegen, und diese Tendenz mufs jenes in der Spirale liegende Streben überwinden. Wie die gerade Linie die Biegung vollzieht, zeigt die Figur deutlich. Es wäre leicht,



die krumme Linie anzugeben, die wirklich als geradlinige Fortsetzung der Spirale erschiene. Die Täuschung wird deutlicher, wenn die gerade Linie an beiden Enden in eine Spirale übergeht. Sie erführe eine leicht ableitbare Modifikation, wenn die Spiralen nach verschiedenen Seiten gingen. Doch würde damit nichts Neues gewonnen.

Wie gerade Linie und Spirale nicht von selbst ineinander übergehen können, so auch nicht gerade Linie und Kreisbogen, Korbbogen etc. Zwingt sie der Architekt dennoch dazu, so hören sie auf, gerade Linien zu sein. Sie bäumen sich so zu

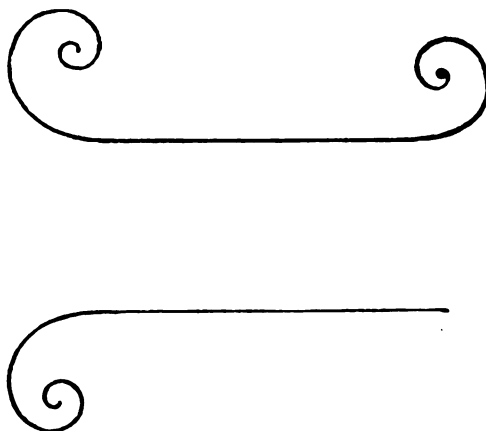


Fig. 50.

sagen sichtbar dagegen. So verrät sich in allen möglichen Fällen, die hier nicht besprochen werden können, der Mangel der Lösung eines ästhetischen Formproblems, oder die mangelhafte Lösung desselben unmittelbar in optischen Täuschungen. Die optischen Täuschungen sind die sofortige und in die Augen springende Kritik des unkünstlerischen Verfahrens.

Ich verweise nur noch auf unsere Figg. 28 und 29. Auch da scheinen die geraden Linien, in denen sich die Kreisbogen fortsetzen, in der Mitte nach außen, bzw. innen gekrümmt. Beweis genug, daß jene Formen ästhetisch unmöglich sind. Die Kurven dürften keine Kreisbögen, sondern

müßten aus aufzeigbaren inneren Gründen bestimmte, asymptotisch der Geraden sich nähernde Kurven sein.

### Gewohnte Formen.

Endlich erwähne ich noch eine Gattung optischer Täuschungen, die mit unserem Thema in etwas loserem Zusammenhang stehen. Hinsichtlich ihrer glaubte ich mich ehemals einer bereits vorhandenen Erklärung anschließen zu müssen. Jetzt sehe ich mich genötigt jene Erklärung preiszugeben, oder zum mindesten durch eine andere zu ergänzen.

Der Buchstabe S, die Ziffer 8 erscheinen oben und unten annähernd gleich breit; kehrt man sie um, so sieht man, daß der obere Teil erheblich kleiner ist. Als weiteres Beispiel füge ich gleich hinzu, daß ich bei architektonischen Abbildungen mit verjüngten Säulen gewöhnlich erst bei umgekehrter Betrachtung die Stärke der Verjüngung erkenne.

Man hat jene beiden ersten Täuschungen abgeleitet aus einer Regel der Überschätzung solcher Größen, die der oberen Hälfte des Gesichtsfeldes angehören, und wiederum den Grund für diese Regel in der besonderen Schwierigkeit der Augenbewegungen gefunden, vermöge welcher wir solche Größen durchmessen. Ich glaubte an jene Regel, fand sie aber verständlich aus eben der »Gewohnheit des Sehens« oder eben den Erfahrungen, die auch der Überschätzung der oberen Hälfte einer vertikalen Linie zu Grunde liegen.

Nun mag diese Gewohnheit des Sehens freilich mitwirken, aber es müssen andere Gewohnheiten des Sehens hinzukommen. Die obere Hälfte einer Linie von der Höhe der 8 wird nicht in gleichem Maße überschätzt, wie die obere Hälfte der 8. Handelte es sich hier um eine allgemeine Überschätzung oberer Distanzen und weiter nichts, so müßte auch von zwei übereinander befindlichen und sich berührenden gleich großen Kreisen der obere größer erscheinen.

Ein überall gleich breiter Pfeiler müßte nach oben sich scheinbar verbreitern u. s. w.

Die Gewohnheit des Sehens, die ich meine, ist jedermann geläufig. Es ist eine bekannte Sache, daß bei vielen Menschen die beiden Gesichtshälften nicht unbeträchtlich verschieden sind, insbesondere die Nasen nach einer Seite stehen. Bei Personen, die wir genauer kennen, fällt uns dergleichen für gewöhnlich nicht auf, um so mehr, wenn wir sie im Spiegel betrachten, der das Bild umkehrt.

Genau dasselbe nun findet, soviel ich sehe, bei dem S und der 8 statt, die wir einmal in gewohnter Weise, das andere Mal umgekehrt betrachten. Niemand wird das Übersehen oder die Unterschätzung der Schiefheit einer Nase auf ein allgemeines Gesetz der Überschätzung oder Unterschätzung bestimmter Dimensionen zurückführen oder gar um dieser Thatsachen willen Augenbewegungen eine größere Leichtigkeit oder Schwierigkeit ihres Vollzuges vorschreiben. Ebenso wenig ist in unserem Falle ein solcher Gedanke am Platz.

Wir übersehen die Schiefheit der Nase, weil wir uns daran »gewöhnt« haben. Aber auch eine allgemeine Regel, der zufolge wir Unterschiede übersehen, weil wir Gelegenheit gehabt haben, uns daran zu gewöhnen, giebt es nicht. »Gewohnheit« ohne genaue Angabe dessen, was man mit dem Worte meine, ist das leichtsinnigste aller Erklärungsprinzipien. Ist uns der Anblick zweier Menschen recht vertraut, so daß wir uns an ihre äußere Erscheinung, an das, was beiden gemeinsam ist, wie an das, was sie unterscheidet, recht haben gewöhnen können, so pflegen wir nicht die Unterschiede, sondern das ihnen Gemeinsame zu übersehen; sie erscheinen uns nicht ähnlicher, sondern voneinander verschiedener, als sie denen erscheinen, die sie zum ersten Male sehen.

Soll der gegenteilige Erfolg eintreten, also ein Unterschied übersehen oder für geringer gehalten werden, so müssen besondere Bedingungen erfüllt sein. Es muß zwischen den

unterschiedenen Elementen eine besondere Beziehung bestehen, ein Gedankenzusammenhang muß sie verbinden, der uns selbstverständlich und geläufig ist, so daß wir auf Grund desselben unvermerkt vom einen zum anderen Element hinübergeleitet werden, oder, dem Zwang der gedanklichen Beziehung folgend, unvermerkt in unserer Vorstellung das eine in das andere verwandeln können.

Dabei braucht der verbindende Gedanke nicht, aber er kann wiederum ästhetischer Natur sein. Er ist es zweifellos bei der Unterschätzung der Verjüngung der Säule, die bei umgekehrter Betrachtung verschwindet. Daß Säulen sich verjüngen, ist uns, wo die Verjüngung aus inneren Gründen am Platze ist und darum angetroffen zu werden pflegt, eine verständliche Sache. Die Form ist uns verständlich, weil uns dasjenige, was sich darin ausspricht und ihren eigenartigen Eindruck bestimmt, die sich steigernde innere Anspannung, unter den obwaltenden Umständen verständlich ist. Solche Verständlichkeit kann zur Selbstverständlichkeit werden. Was die Verjüngung der Säule sagt, ist zu einem integrierenden Moment in dem Gesamteindruck der Säule geworden; es gehört zu diesem Gesamteindruck nun einmal als einer seiner Faktoren mit hinzu; genau so, wie die Säule im ganzen sich darstellt, erscheint sie uns vertraut, natürlich, nicht anders sein könnend, kurz — »selbstverständlich«. Damit ist nicht gesagt, daß uns unverjüngte Säulen, denen wir an anderer Stelle begegnen, unverständlich oder befremdlich sein müßten, so wenig uns eine geradestehende Nase, die wir irgendwo finden, unverständlich und befremdlich ist, weil bei einer uns bekannten Person die schiefstehende nun einmal zur Person und ihrem Gesamteindruck mit hinzugehört. Die Selbstverständlichkeit der Verjüngung besteht zunächst dann, wenn wir ihr innerhalb des Zusammenhanges von Formen, in den wir uns hineingelebt haben, thatsächlich begegnen.

Diese Selbstverständlichkeit nun kann den Erfolg haben,



um dessen Erklärung es sich hier handelt, so gewiß die Selbstverständlichkeit in anderen Fällen einen ganz ähnlichen Erfolg hat. Auch daß das Gesichtsbild eines Objektes sich verkleinert, wenn sich die Entfernung des Objektes vom Auge vergrößert, ist uns selbstverständlich. So oft haben wir es erlebt, daß mit der Vergrößerung der Entfernung die Verkleinerung des Gesichtsbildes Hand in Hand ging, so eng ist darum die Assoziation zwischen beiden Thatsachen geworden, daß sie in uns als blinder Zwang wirkt, d. h. als Zwang, dem wir folgen, ohne davon zu wissen. Wir brauchen nur ein Objekt in unseren Gedanken weiter von uns wegzurücken, und wir vollziehen die entsprechende Verkleinerung seines Gesichtsbildes uns selbst unbemerkt. Wenn ich das Kästchen, das vor mir auf dem Tisch steht, mit dem Ofen in der Ecke des Zimmers vergleiche, so rücke ich es in Gedanken neben den Ofen. Damit gebe ich ihm zugleich in Gedanken die Größe, die es für mein Auge haben würde, wenn es wirklich neben dem Ofen sich befände. Weil ich dies, ohne davon zu wissen, thue, so meine ich — manche Psychologen behaupten: mit Recht — beide Gesichtsbilder verglichen zu haben, während ich in der That das verkleinerte Gesichtsbild des Kästchens mit dem wirklichen Gesichtsbild des Ofens verglichen habe.

Ähnliches nun kann uns auch und muß uns unter Umständen bei der Vergleichung der unteren und oberen Breite der verjüngten Säule begegnen. Wir rücken, wenn wir den Vergleich ausführen, in unserer Vorstellung die untere Breite nach oben, oder nehmen das Bild derselben nach oben mit, bzw. umgekehrt. Nun pflegt in dem Formenzusammenhang, den ich hier voraussetze, und bei Säulen von der Art, wie ich sie hier im Auge habe, die untere Breite nach oben zu eine geringere zu werden; und es ist so nicht nur thatsächlich, sondern aus inneren und für uns, sofern wir uns dem Gesamteindruck der Säule überlassen, zwingenden Gründen. Diese Gründe

wirken in uns auch jetzt; es besteht also in uns ein Zwang, wenn wir vergleichend von unten nach oben gehen, die Vorstellung der größeren in die Vorstellung der geringeren Breite zu verwandeln, oder kurz gesagt, das zuerst gewonnene Gesichtsbild in unseren Gedanken zu verkleinern. Je sicherer und selbstverständlicher der Zwang wirkt, um so mehr wirkt er — hier ebenso wie im vorhin erwähnten Falle — blind; um so mehr entgeht unserem Bewußtsein — hier ebenso wie dort — die vollzogene Verkleinerung. Die geringere obere Breite erscheint als dasselbe oder annähernd dasselbe wie die untere, nur mit dem Unterschied des Oben und Unten, ebenso wie uns der in ein Meter und der in zwei Meter Entfernung gesehene Gegenstand hinsichtlich der wahrgenommenen Größe als derselbe erscheint, nur mit dem Unterschied der Nähe und Ferne; oder, um noch ein anderes Beispiel anzuführen, wie uns die Farbe und Helligkeit der hervor- und zurücktretenden und darum verschieden beleuchteten Teile eines Gegenstandes, wenn nicht durchaus, so doch in gewissem Grade als dieselbe erscheint, nur mit dem Unterschiede des Hervor- und Zurücktretens. — Man erinnert sich der v. HELMHOLTZschen Aufklärungen über diesen Punkt.

Analog nun wird es sich auch mit dem S und der 8 verhalten. Auch sie sind uns, so wie sie sind, geläufig. Es gehört nun einmal zu ihrem Charakter, ich meine zu der inneren Eigenart, die uns die Formen vergegenwärtigen, also zu ihrem ästhetischen Wesen — jede Form hat ja ein solches — daß ein breiterer und schwerer unterer Teil einen leichteren oberen aus sich hervorgehen läßt oder im Fortgang der Bewegung in ihn sich verwandelt. So und nur so besitzen die Gebilde für uns ihre eigenartige Selbstverständlichkeit. Auch hier besteht darum bei der Vergleichung jener sichere und darum unvermerkt wirkende Zwang. Und daraus erst erklärt sich hier wie dort die optische Täuschung.

## Schluß.

Ich breche hiermit die Untersuchung über die ästhetischen Faktoren der Raumschauung ab, ganz und gar ohne den Anspruch, das Thema erschöpft zu haben. Es handelte sich, wenn man will, um Kleinigkeiten. Aber Kleinigkeiten brauchen nicht unwichtig zu sein. Mir wenigstens sind die Ergebnisse aus doppeltem Grunde von Interesse: einmal, weil, so viel ich sehe, auf dem angegebenen Wege ein nicht ganz kleiner Umkreis psychologischer Thatsachen eine gesicherte Erklärung findet. Dabei betrachte ich es als einen nicht geringen Vorzug, daß das aufgestellte Erklärungsprinzip trotz seiner Eigenartigkeit doch nur, wie eingangs betont, das Seitenstück ist zu einem von v. HELMHOLTZ aufgestellten und durch Thatsachen genügend sicher gestellten. Daß jenes Prinzip weiter sicher gestellt werden kann, will ich anderwärts zu zeigen versuchen. Ebenso läßt sich auch das hier angewandte Erklärungsprinzip weiter erhärten.

Zum anderen ist mir an jenen Ergebnissen gelegen wegen ihrer ästhetischen Tragweite. Der Ästhetiker hat, wie oben gelegentlich gesagt, was nur Sache des unmittelbaren Gefühls zu sein pflegt, in bewusste Gedanken umzusetzen. Er hat den gedanklichen Inhalt, der überall sichtbare Formen eindrucksvoll macht, und die Gesetzmäßigkeit desselben herauszustellen. Die Arbeit, die er damit vollbringt, ist eine wissenschaftliche, also rein verstandesmäßige. Sie verliert auch nichts von diesem wissenschaftlichen Charakter durch den Umstand, daß jene Gedankeninhalte, also die Objekte, mit denen sie es eigentlich zu thun hat, der Phantasie angehören, nicht der Phantasie des Ästhetikers, sondern der Phantasie jedes ästhetischen Subjektes. Dennoch hat die Ästhetik zum Teil wegen dieser Eigenart ihrer Objekte mit Vorurteilen zu kämpfen. Vor allem solche, die mit oberflächlicher Betrachtung der Formen und ihrer scheinbaren Gesetzlosigkeit sich zu begnügen



pflegen, sind geneigt, die Ästhetik der sichtbaren Formen, weil sie mit Phantasieobjekten sich beschäftigt, selbst für Phantasiearbeit zu halten und danach zu beurteilen. Solches Urteil zu widerlegen, ist zunächst jede ernstliche ästhetische Untersuchung ein geeignetes Mittel. Aber auch das Verständnis unserer optischen Täuschungen kann dazu einen Beitrag liefern. Zeigt der Ästhetiker, daß die Gedankeninhalte, die Kraftwirkungen, Arten der Lebendigkeit und inneren Regsamkeit, die er in den Formen wirksam sein läßt, sogar den Widerstand der Wahrnehmung zu überwinden und in gesetzmäßiger Weise zu überwinden vermögen, dann hat er damit doch wohl auch gezeigt, daß die Gedankeninhalte da sind und eine Gesetzmäßigkeit besitzen.

---



# Über den Helligkeitswert der Spektralfarben bei verschiedener absoluter Intensität.

(Nach gemeinsam mit R. RITTER ausgeführten Versuchen.)

Von

ARTHUR KÖNIG in Berlin.



## § 1. Einleitung — Geschichtliches.

Dafs verschieden gefärbte Felder in Bezug auf ihre Helligkeit bis zu einem gewissen Grade miteinander verglichen werden können, ist eine ebenso unbezweifelbare Erfahrungsthatſache, wie andererseits zugegeben werden muſs, dafs hierbei niemals diejenige Genauigkeit erreicht werden kann, welche hinsichtlich gleich gefärbter Felder möglich iſt. Farbige Bilder werden durch Radierungen, Lithographien u. ſ. w. nicht nur in den Konturen der dargestellten Gegenstände, ſondern auch in deren Helligkeitsabstufungen reproduziert; aber die darin beſtehende Unſicherheit tritt uns entgegen, wenn wir zwei verſchiedene Stiche deſſelben Gemäldes nebeneinander betrachten, wobei wohl auch einiges der berechtigten Freiheit künſtleriſcher Umgeſtaltung zuzuschreiben iſt.

Den Anfang einer ſolchen Helligkeitsvergleichung und -meſſung verſchiedener Farben, für welche Hr. E. v. BRÜCKE die Bezeichnung »heterochrome Photometrie« eingeführt hat, finden wir, ſoviel ich weiſs, bei J. NEWTON,<sup>1</sup> der über die Helligkeit der Farben des Spektrums folgenden Ausſpruch thut: »It is to be noted, that the most luminous of the prismatic colours are the yellow and orange. These affect the senses more strongly than all the rest together; and next to these in strength are the red and green. The blue com-

---

<sup>1</sup> J. NEWTON, *Opticks*. Book I. Part I. Prop. VII. Theor. VI.

pared with these is a faint and dark colour, and the indigo and violet are much darker and fainter, so that these compared with the stronger colours are little to be regarded.\* An demselben Orte erwähnt er auch, daß die hellste Stelle nicht in der Mitte des Spektrums, also nicht an der Grenze von Grün und Blau liege, sondern zwischen Orange und Gelb. NEWTON stellt diese Betrachtungen an, um diejenige Ebene zu finden, in der das von einer Linse erzeugte Bild am schärfsten erscheint.

Von J. FRAUNHOFER<sup>1</sup> sind dann aus ähnlicher Veranlassung zum ersten Male wirkliche Messungen ausgeführt worden, indem er ein weißes, von einer Öllampe erleuchtetes Feld nacheinander neben die verschiedenen Teile des Spektrums brachte und nun die Helligkeit des weißen Feldes jedesmal so lange veränderte, bis sie der des farbigen Feldes gleich erschien. Die hierzu erforderlichen relativen Helligkeiten des weißen Feldes waren bei der getroffenen Anordnung nach physikalischen Prinzipien leicht zu berechnen. Aus den Mittelwerten von nur vier untereinander wenig übereinstimmenden Versuchsreihen wurde dann eine Intensitätskurve über dem benutzten Dispersionsspektrum als Abscissenaxe gezeichnet. Es ist dieses diejenige Kurve, welche zur Darstellung der Helligkeitsverteilung im Spektrum in den Lehrbüchern der Physik und Physiologie noch jetzt vielfach abgebildet und bei der Berechnung achromatisierter Linsen wohl ausschließlich zu Grunde gelegt wird.<sup>2</sup> Die so erhaltene Kurve hat beinahe denselben Verlauf wie diejenige, welche K. v. VIERORDT<sup>3</sup> dann mehr als

<sup>1</sup> J. FRAUNHOFER, *Denkschriften der bayrischen Akademie*. Bd. V. S. 193. München 1817. (*Gesammelte Schriften*. München 1888. S. 1.)

<sup>2</sup> Vergl. A. STEINHEIL und E. VOIT, *Handbuch der angewandten Optik*. Bd. I. Voraussetzungen für die Berechnung optischer Systeme und Anwendung auf einfache und achromatische Linsen. Leipzig 1891.

<sup>3</sup> K. VIERORDT, *Pogg. Ann.* Bd. 137. S. 200. 1869. — und *Die Anwendung des Spektralapparates zur Messung und Vergleichung der Stärke des farbigen Lichtes*. Tübingen 1871.

fünfzig Jahre später als »Kurve der Stärke des farbigen Lichtes« im Sonnenspektrum veröffentlichte, die aber nach einer ganz anderen Methode gewonnen war und thatsächlich nicht die Helligkeit der verschiedenen Spektralfarben, sondern die Menge desjenigen weissen Lichtes angiebt, welches an den verschiedenen Stellen des Spektrums erforderlich war, um durch seine Zumischung eine eben merkliche Abnahme der Sättigung zu bewirken. Dafs beide Kurven einen so ähnlichen, ja, abgesehen vom blauen und violetten Teile des Spektrums, fast gleichen Verlauf haben, deutet auf einen inneren Zusammenhang hin, der einer weiteren Verfolgung noch wert ist<sup>1</sup>; vor allem müfste untersucht werden, ob bei Zumischung einer eben merklichen Menge eines farbigen, an Stelle des von VIERORDT benutzten weissen Lichtes eine gleiche Kurve entstände.

Ob die erwähnte Abweichung an dem blauen Ende des Spektrums zwischen den von FRAUNHOFER und VIERORDT erhaltenen Werten von objektiver Verschiedenheit des zerlegten Sonnenlichtes, oder von der Benutzung verschiedener Untersuchungsmethoden, oder von dem sogenannten, übrigens auch bei VIERORDTs Beobachtungen deutlich hervortretenden PURKINJESchen Phänomen, zu dessen Besprechung wir uns nunmehr wenden, herrührt, mufs unentschieden bleiben.

Über den Einflufs der absoluten Intensität auf die relative Helligkeit der verschiedenen Farben hat J. PURKINJE die ersten Beobachtungen gemacht. Er beschreibt seine darauf bezüglichen Versuche mit folgenden Worten:<sup>2</sup>

»Objektiv hat der Grad der Beleuchtung grossen Einflufs auf die Intensität der Farbenqualität. Um sich davon recht

---

<sup>1</sup> Vergl. H. v. HELMHOLTZ, *Zeitschr. für Psychologie u. Physiologie der Sinnesorgane*. Bd. II. S. 1. 1891.

<sup>2</sup> J. PURKINJE, *Beobachtungen und Versuche zur Physiologie der Sinne*. Zweites Bändchen. Neue Beiträge zur Kenntnis des Sehens in subjektiver Hinsicht. Berlin 1825. S. 109—110.

lebendig zu überzeugen, nehme man vor Anbruch des Tages, wo es eben schwach zu dämmern beginnt, die Farben vor sich. Anfangs sieht man nur schwarz und grau. Gerade die lebhaftesten Farben, das Rot und das Grün, erscheinen am schwärzesten. Das Gelb kann man von Rosenroth lange nicht unterscheiden. Das Blau war mir zuerst bemerkbar. Die roten Nuancen, die sonst beim Tageslicht am hellsten brennen, nämlich karmin, zinnober und orange, zeigen sich lange am dunkelsten, durchaus nicht im Verhältnisse ihrer mittleren Helligkeit.«

Das Ergebnis dieser Beobachtung läßt sich in folgenden Sätzen zusammenfassen:

1. Es sind noch Helligkeitsunterschiede vorhanden, wenn infolge der geringen Beleuchtung alle Farbenunterschiede verschwunden sind.

2. Bei geringer Beleuchtung ist das Verhältniß der relativen Helligkeit der verschiedenen Farben ein anderes, als bei gewöhnlicher Tagesbeleuchtung, und zwar haben die roten Farben am meisten von ihrer Helligkeit eingebüßt, während Blau am wenigsten beeinflusst wird.

Der in dem zweiten dieser beiden Sätze erwähnte Unterschied in dem Verhalten verschiedener Farben wird neuerdings vielfach das »PURKINJESche Phänomen« genannt.

Die von PURKINJE in der Morgendämmerung zuerst gesehene Abhängigkeit der scheinbaren Helligkeit verschieden gefärbter Pigmente von der Stärke der Beleuchtung muß sich natürlich auch in der Abenddämmerung, dann aber in umgekehrter Reihenfolge zeigen, d. h. es muß das Rot zuerst, das Blau zuletzt seine Helligkeit verlieren. Dieses scheint nun mehrfach beobachtet worden zu sein, denn SEEBECK<sup>1</sup> sagt im Jahre 1837 in seiner für unsere Kenntnis der partiellen Farbenblindheit grundlegenden Abhandlung:

---

<sup>1</sup> A. SEEBECK, *Pogg. Ann.* Bd. 42. S. 222. 1837.



»In der Dämmerung verschwinden bekanntlich die wenigst brechbaren Strahlen zuerst aus dem Lichte der Atmosphäre, wodurch die bekannten Änderungen in dem Ansehen der Farben entstehen.«

Die Erklärung wird freilich hier fälschlich in einer objektiven Änderung der Zusammensetzung des Tageslichtes mit fortschreitender Dämmerung gesucht; aber die Erscheinung selbst ist an einer ganzen Reihe von Beobachtungen, die mit den verschiedenfarbigsten Pigmenten besonders von farbenblinden Personen ausgeführt sind, richtig beschrieben.

H. DOVE<sup>1</sup> hat später dann dieselbe Erscheinung, ohne anfänglich von den SEEBECKSchen Angaben etwas zu wissen, ebenfalls bei der Abenddämmerung in Gemäldegallerien beobachtet. Er untersuchte sie eingehend vermittels roter und blauer Gläser, beschränkte sich aber auf diese beiden Farben.

Weitere Beobachtungen an Pigmentfarben liegen noch vor von Hrn. GRAILICH<sup>2</sup> und Hrn. AUBERT.<sup>3</sup>

Hr. H. v. HELMHOLTZ<sup>4</sup> hat zuerst die relative Helligkeit von Spektralfarben nach dieser Richtung hin untersucht. Er fand, daß eine verschiedene Abhängigkeit zwischen Reizstärke und Empfindungsstärke nicht nur zwischen zwei spektralen Lichtern besteht, von denen das eine dem langwelligen, das andere dem kurzwelligen Teile des Spektrums angehört, sondern daß sie auch, freilich in geringerem Maße, hervortritt, wenn die beiden Farben derselben Hälfte des Spektrums entnommen sind; am geringsten ist sie, wenn dieses der weniger brechbare Teil des Spektrums

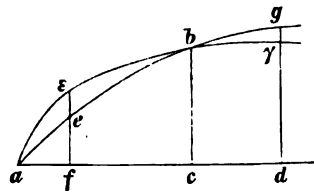
<sup>1</sup> H. W. DOVE, *Ber. der Berliner Akad.* 1852. S. 69. — *Pogg. Ann.* Bd. 85. S. 397. 1852. — *Darstellung der Farbenlehre und optische Studien.* Berlin, 1853. S. 183.

<sup>2</sup> J. GRAILICH, *Sitzungsber. der Wiener Akad.* Bd. 54. S. 252. 1854.

<sup>3</sup> H. AUBERT, *Physiologie der Netzhaut.* Breslau 1865. S. 125.

<sup>4</sup> H. HELMHOLTZ, *Pogg. Ann.* Bd. 94. S. 18—21. 1855. (*Wissenschaftliche Abhandl.* Bd. II. S. 61—64. Leipzig 1883.) und *Physiolog. Optik.* 1. Aufl. S. 317. Leipzig 1867.

ist. Haben zwei verschieden gefärbte Felder bei einer mittleren Intensität gleiche Helligkeit, so wird nach gleicher Verminderung der objektiven Intensität beider dasjenige Feld, welches von dem kurzwelligeren Lichte erleuchtet ist, das hellere sein, während nach einer Vergrößerung der objektiven Intensität das langwelligere heller aussieht. Man kann die Erscheinung auch in folgender Weise beschreiben: Geht man von zwei verschieden gefärbten Feldern gleicher Helligkeit aus, so ändert sich bei gleicher objektiver Veränderung der Reizstärke die Intensität der Empfindung bei dem kurzwelligeren Lichte stets weniger als bei dem langwelligeren.



An dem Beispiele eines gelben und eines violetten Lichtes erläutert Hr. H. v. HELMHOLTZ in der ersten Auflage seines *Handbuches der Physiol. Optik*<sup>1</sup> die Erscheinung in folgenden Worten an nebenstehender Figur.

»Die horizontalen Koordinaten längs der Linie  $ad$  mögen den objektiven Lichtstärken proportional sein, die vertikalen der Intensität der Lichtempfindung. Es stelle  $aebg$  die Kurve für die Intensität der Empfindung des gelben Lichtes dar, und es seien die Einheiten des gelben und violetten Lichtes so gewählt, daß für die Lichtmenge  $ac$  die Empfindungsstärke in beiden Lichtarten die gleiche sei, so folgt aus den angegebenen Thatsachen, daß die Kurve, welche die Empfindungsstärke des violetten Lichtes ausdrückt, die Lage  $aeb\gamma$  gegen die frühere haben müsse. Verkleinert man beide Lichtmengen im Verhältnis  $af : ac$ , so findet man für das gelbe Licht die Empfindungsstärke, ausgedrückt durch die Linie  $fe$ , kleiner als die Empfindungsstärke  $fe$  des Violett. Umgekehrt, wenn man beide Lichtmengen auf die Größe  $ad$

<sup>1</sup> H. HELMHOLTZ, *Physiolog. Optik*. 1. Aufl. S. 318. Leipzig 1867.

bringt, findet sich die zugehörige Empfindungsstärke des Gelb  $d_g$  gröfser, als die des Violett  $d_v$ .«

Diese Auffassung des PURKINJESchen Phänomens ist seitdem unverändert beibehalten worden, bis Hr. E. BRODHUN<sup>1</sup> fand, dafs dasselbe mit steigender Helligkeit der verglichenen Farben immer mehr und mehr abnimmt, und dafs sich, wenigstens bei den von ihm untersuchten drei Personen (A. KÖNIG = normaler Trichomat, E. BRODHUN = »Grünblind« und R. RITTER = »Rotblind«) eine Helligkeit angeben liefs, oberhalb welcher es durch die unvermeidlichen Beobachtungsfehler und die in der Natur der Sache liegenden Schätzungsunsicherheiten verdeckt wurde. Nimmt man als Mafs der Helligkeit diejenige Einheit, welche in der gemeinsam von Hrn. E. BRODHUN und mir ausgeführten experimentellen Untersuchung über die psychophysische Fundamentalformel<sup>2</sup> benutzt und definiert ist, nämlich diejenige Helligkeit, in welcher einem durch ein Diaphragma von 1 qmm blickenden Auge eine mit Magnesiumoxyd überzogene Fläche<sup>3</sup> erscheint, die in einem Abstand von 1 m durch eine ihr parallel stehende 0,1 qcm grofse Fläche von schmelzendem Platin senkrecht bestrahlt wird, so fand Hr. BRODHUN die obere Grenze für einen noch sicher nachweisbaren Grad des PURKINJESchen Phänomens bei etwa 15 dieser Einheiten<sup>4</sup>. Es mag an dieser Stelle schon erwähnt werden, dafs in der vorliegenden Untersuchung eine obere Grenze des PURKINJESchen Phänomens bei mir nicht gefunden wurde, obschon Helligkeiten bis zu ca. 600 der eben definierten Einheiten untersucht wurden; bei Hrn. R. RITTER

<sup>1</sup> E. BRODHUN, *Beiträge zur Farbenlehre*. Inaug.-Dissertat. Berlin 1887.

<sup>2</sup> A. KÖNIG und E. BRODHUN, *Sitzungsber. der Berl. Akad. vom 26. Juli 1888 und 27. Juni 1889*.

<sup>3</sup> Vergl. A. KÖNIG, *Gräfes Archiv*. Bd. 30 (2). S. 162. 1884 — und *Wied. Ann.* Bd. 22. S. 572. 1884.

<sup>4</sup> Hr. E. BRODHUN benutzt in seiner Inaugural-Dissertation eine andere Helligkeitseinheit, doch ist die Umrechnung auf die von uns beiden später eingeführte und oben definierte sehr einfach.

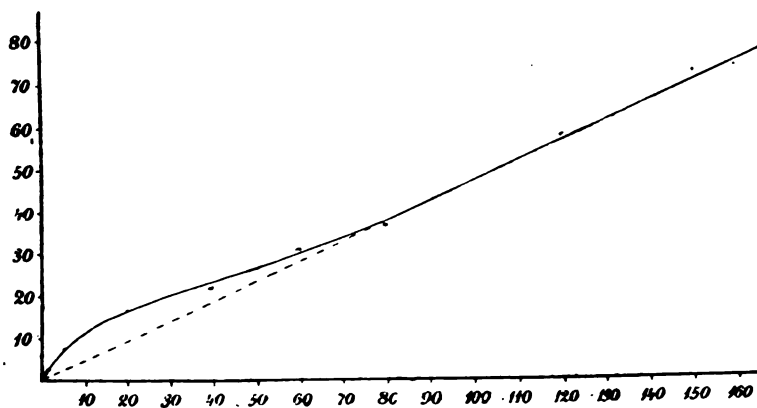
hingegen fand sich jetzt ungefähr dieselbe Grenze wie damals. Bei Hrn. E. BRODHUN habe ich keine erneute Prüfung daraufhin angestellt. Der Widerspruch zwischen meinen frühern und jetzigen Beobachtungen ist aber nur scheinbar. Die Abweichung erklärt sich sofort bei einer Vergleichung der benutzten Intensitätsintervalle. Würde Hr. BRODHUN ebenso hohe Helligkeiten benutzt haben, wie sie jetzt angewendet werden konnten, so hätte sich ohne Zweifel auch damals das jetzt erhaltene Resultat ergeben. Das PURKINJESche Phänomen ist bei den Helligkeiten zwischen 15 und 400 unserer Einheiten schon sehr schwach und kann erst durch starke Variation der Intensität nachgewiesen werden. Hr. BRODHUN hatte überhaupt nur Intensitäten bis zu etwa 30 Helligkeitseinheiten zur Verfügung und war daher nicht im stande, die Erscheinung weiter zu verfolgen. Wir werden später noch Gelegenheit haben, auf die Schwierigkeit und Unsicherheit einer solchen Grenzbestimmung näher einzugehen.

Hr. E. BRODHUN giebt entsprechend den von ihm erhaltenen Resultaten eine von der HELMHOLTZschen in der Form abweichende graphische Darstellung des PURKINJESchen Phänomens. Trägt man bei verschiedenen absoluten Intensitäten die zur Herstellung gleicher Helligkeit erforderlichen, etwa in Spaltbreiten des benutzten Spektralapparates ausgedrückten Lichtmengen in der Weise graphisch auf, daß das rote Licht als Abscisse, das blaue als Ordinate genommen wird, so müßte man ohne Vorhandensein des PURKINJESchen Phänomens eine Gerade erhalten, welche durch den Anfangspunkt der Koordinaten ginge. Das PURKINJESche Phänomen in der Form, wie es Hr. BRODHUN gefunden, bewirkt aber, daß eine Kurve entsteht, welche bei größeren Intensitäten zwar mit dieser Geraden zusammenfällt, bei niederen jedoch von ihr nach oben hin abweicht. Nehmen wir als Beispiel die Zahlenwerte einer von mir ausgeführte Vergleichung der Helligkeiten von zwei Licht-

arten der Wellenlänge  $670\ \mu\mu$  und  $450\ \mu\mu$ <sup>1</sup> (wobei in der letzten Columnne Differenzen von weniger als 5% nicht angegeben sind, da sie innerhalb der Beobachtungsunsicherheit liegen):

450 $\mu\mu$ Spaltbreite	670 $\mu\mu$ Spaltbreite	Gerade	Differenz der Beobachtung	Differenz in Prozenten
5	7.2	2.3	4.9	213 %
10	10.0	4.6	5.4	117 %
20	16.7	9.2	7.5	82 %
40	21.4	18.5	2.9	16 %
60	30.5	27.7	2.8	10 %
80	36.4	37.0	—	—
120	56.3	55.4	—	—
160	72.9	73.9	—	—

In der nachstehenden Figur sind diese Ergebnisse in der angegebenen Weise graphisch dargestellt.



Der Verlauf der Kurven war bei einer solchen Vergleichung mit Licht von der Wellenlänge  $670\ \mu\mu$  für alle Teile des Spektrums vom violetten Ende bis zur Wellenlänge

<sup>1</sup> S. 24 der BRODHUNschen Dissertation.

570  $\mu\mu$  sowohl für Hrn. BRODHUN als auch für mich ein völlig analoger; hingegen war für Licht größerer Wellenlänge kein PURKINJESches Phänomen mehr zu beobachten.

Auf Grund dieser Ergebnisse stellte Hr. BRODHUN dann eine Kurve der Helligkeitsverteilung im Spektrum für die drei von ihm untersuchten, schon genannten Personen auf, die oberhalb einer Helligkeit von 15 Einheiten unabhängig von der absoluten Intensität sein sollte, und die daher, sobald die objektiven, physikalischen Intensitätskoeffizienten bekannt sind, von einem Dispersionsspektrum auf das Interferenzspektrum, von einer Lichtquelle auf eine andere umzurechnen sei. Wenn auch, wie oben schon erwähnt ist, wenigstens bei meinem Farbensystem nach der vorliegenden Untersuchung die tatsächlichen Verhältnisse etwas anders sind, so verdanken wir doch Hrn. BRODHUN die erste Bestimmung von Helligkeitskurven, bei der der wesentlichste in Betracht kommende, bis dahin aber nicht beachtete Gesichtspunkt deutlich erkannt ist und die davon herrührenden Fehler thunlichst vermieden sind.

Es sollen daher an dieser Stelle diejenigen Bestimmungen der spektralen Helligkeitsverteilung übergangen werden, welche außer den schon erwähnten, zum Teil nach nicht einwurfsfreien Methoden aus, und deswegen das angestrebte Ziel gar nicht erreichend, zum Teil ohne Berücksichtigung des bisher Geleisteten ausgeführt worden sind.

Die vorliegende Arbeit knüpft unmittelbar an die BRODHUNSche Untersuchung an. Die Intensitäten wurden nach oben hin bis zu der schon angegebenen Helligkeit gesteigert, und nach unten hin wurde in geeigneten Abstufungen die Intensität so lange verringert, bis man an dem durch die Natur unseres Auges bedingten Ende dieser Reihe, nämlich der Reizschwelle, angelangt war.

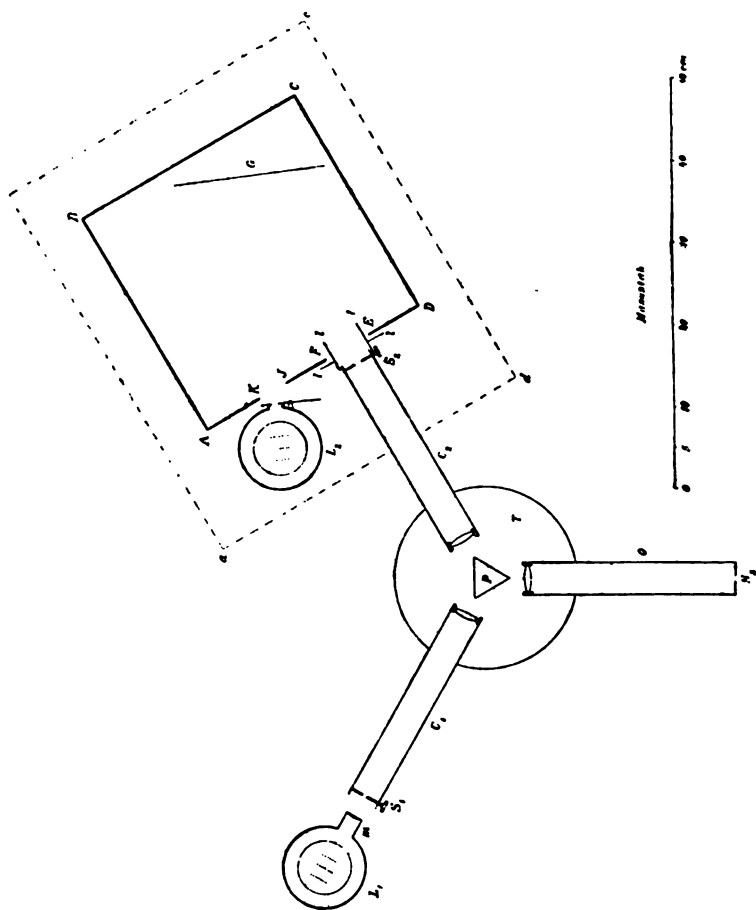
Die Untersuchung wurde gemeinsam von Herrn Dr. R. RITTER und mir begonnen. Auf unsere Farbensysteme be-

ziehen sich daher auch die meisten der mitgeteilten Beobachtungen. Leider wurde Herr RITTER durch zwingende Verhältnisse genötigt, zu verreisen und daher seine Mitarbeit zu unterbrechen, ehe die in dem ursprünglichen Plan enthaltenen Beobachtungsreihen vollständig ausgeführt und der Zusammenhang des schon Erhaltenen, sowohl untereinander als zu den Ergebnissen anderweitiger Untersuchungen, einer völligen Verarbeitung und Durchrechnung unterzogen war. An seine Stelle trat dann meine Schwägerin, Fräulein ELSE KÖTTGEN, die selbst noch mehrere Beobachtungsreihen ausführte und deren geschickte und ausdauernde Hülfe beim Beobachten und Rechnen es mir allein ermöglichte, noch innerhalb der durch den gegebenen Zeitpunkt der Veröffentlichung dieser Festschrift bedingten Frist die Arbeit so weit durchzuführen, als es die vorhandenen experimentellen Hilfsmittel überhaupt gestatten.<sup>1</sup> Ihr und allen im folgenden noch genannten Personen, welche bereitwilligst die von mir gewünschten Bestimmungen machten, vor allem aber Herrn RITTER, bin ich zu großem Danke verpflichtet.

## § 2. Apparate.

Zur Ausführung der Versuche diente derselbe HELMHOLTZsche Farbenmischapparat, den auch Hr. E. BRODHUN benutzt hat und den mir Hr. Professor A. KUNDT aus der Sammlung des hiesigen Physikalischen Instituts in dankenswerter Weise bereitwilligst zur Verfügung stellte. Die Doppelspathe aber, sowie die NICOLSchen Prismen und die mit Alaunlösung gefüllten Glaskästen zwischen den Lampen und

<sup>1</sup> Binnen kurzem hoffe ich in der Lage zu sein, an einem weit vollkommeneren Apparate die jetzt nur in ihren Grundzügen angefangene Arbeit fortzusetzen. Vor allem glaube ich, dann auch die Gesichtspunkte berücksichtigen zu können, welche Hr. E. v. BRÜCKE in seiner Abhandlung über »Die heterochrome Photometrie« (Über einige Konsequenzen der YOUNG-HELMHOLTZschen Theorie. II. Abhandl. *Sitzungsber. der Wiener Akademie*. Bd. 84. 1881) entwickelt.





den Spalten waren entfernt; daher war die jetzt erreichbare Maximal-Intensität höher als bei Hrn. BRODHUN, die Dispersion von der früheren etwas verschieden und daher auch die relative Intensität der einzelnen Teile des Spektrums eine etwas andere. Die nebenstehende Figur giebt in schematischer Weise eine Darstellung der benutzten Gesamtanordnung.

Die runde Metallplatte  $T$  trägt das auf allen drei Seiten geschliffene gleichseitige Flintglasprisma  $P$ , die beiden Collimatoren  $C_1$  und  $C_2$ , welche an den Enden bilaterale, durch Mikrometerschrauben meßbare Spalte  $S_1$  und  $S_2$  besitzen, und endlich das Okular-Rohr  $O$ , das am vorderen Ende einen kleinen vertikalen Spalt  $S_3$  von 1.85 mm Höhe und 0.8 mm Breite hat. Diese geringe Breite ist erforderlich, um möglichst homogene Farben in das Auge gelangen zu lassen, während die geringe Höhe eingehalten werden muß, damit auch bei den hellsten Intensitäten sie noch stets von dem Pupillendurchmesser übertroffen wird. Werden die Spalte  $S_1$  und  $S_2$  erleuchtet, so erscheinen einem durch  $S_3$  blickenden Auge zwei spektral leuchtende, in einer vertikalen Geraden (der vorderen Prismenkante) aneinanderstoßende Halbkreise. Ihre Farbe hängt ab von der jedesmaligen Stellung des betreffenden Collimatorrohres, und die Wellenlänge des betreffenden Lichtes kann in bekannter Weise durch Spiegelablesung am Collimatorrohre mittels Fernrohr und Skala genau bestimmt werden. Für den rechten Halbkreis, der also dem linken Collimatorrohr  $C_1$  entspricht, wurde stets Licht von der Wellenlänge  $535 \mu\mu$  benutzt. Die Beleuchtung geschah durch einen »Triplex-Gasbrenner«  $L_1$ , in dem drei parallele Flammen zuerst von einem in dem mittleren Teile elliptischen Glascylinder, dann von einem runden Thoncylinder umgeben sind. Der letztere hat einen kurzen Metallansatz  $m$ , der eine Konvexlinse enthält, in deren Brennpunkt sich die mittlere der drei Flammen befindet. Die Intensität wurde durch den

Spalt  $S_1$  und vorgesetzte grüne Absorptionsgläser verändert. Der linke Halbkreis wurde durch entsprechende Stellungen des rechten Collimatorrohres  $C_2$  mit Licht von den Wellenlängen  $670\ \mu\mu$ ,  $650\ \mu\mu$ ,  $625\ \mu\mu$ ,  $605\ \mu\mu$ ,  $590\ \mu\mu$ ,  $575\ \mu\mu$ ,  $555\ \mu\mu$ ,  $535\ \mu\mu$ ,  $520\ \mu\mu$ ,  $505\ \mu\mu$ ,  $490\ \mu\mu$ ,  $470\ \mu\mu$ ,  $450\ \mu\mu$  und  $430\ \mu\mu$  bei jeder der näher untersuchten Intensitäten erleuchtet. Die Wellenlängen  $505\ \mu\mu$  und  $470\ \mu\mu$  wurden gewählt, weil sie nach einer gemeinsam von Hrn. C. DIETERICI und mir<sup>1</sup> ausgeführten Untersuchung hinsichtlich des Farben-

<sup>1</sup> A. KÖNIG und C. DIETERICI, *Sitzungsber. der Berliner Akademie*, 29. Juli 1886. Hr. E. HERING hat die Resultate dieser Abhandlung bisher nur in zwei beiläufigen Anmerkungen einer Kritik unterzogen (*Pflügers Arch.* Bd. 41. S. 44. 1887 und Bd. 47. S. 425. 1890). Worin unsere »ganz willkürlichen, zum Teil nachweisbar irrigen, zum Teil das Endergebnis bereits präjudizierenden Annahmen« zum Aufbau der Intensitätskurven der Elementarempfindungen, sowie die »falsche Deutung und Benutzung einer an sich brauchbaren Formel« bei der Umrechnung dieser Kurven in die Kurven der Grundempfindungen bestehen, vermag ich auch bei vorurteilsfreier Durchsicht der vor fünf Jahren geschriebenen Abhandlung noch immer nicht zu finden. Ich muß daher von jeder Rechtfertigung der damals gemachten Schlusfolgerung absehen. Für die Bemerkung, welche sich auf die Angabe der Farbentöne der Grundempfindungen bezieht, bin ich Hrn. HERING dankbar, da ich durch dieselbe angespornt werde, mich in der Ausarbeitung meiner Abhandlungen einer größeren Schärfe des Ausdruckes zu befleißigen. Wir haben damals den Farbenton der drei »Grundempfindungen« (der YOUNGSchen Farbentheorie) zu bestimmen versucht und gelangten zu dem Resultat, daß unsere Beobachtungen dann ziemlich widerspruchsfrei zu vereinigen waren, wenn man als Farbenton der Grundempfindungen annahm:

1. ein Rot, welches etwas von dem äußersten Spektralrot nach dem Purpur abweicht;
2. ein Grün von der Wellenlänge etwa  $505\ \mu\mu$ ;
3. ein Blau von der Wellenlänge etwa  $470\ \mu\mu$ .

Wir fügten in unserer Abhandlung noch hinzu: »Es sind die somit bestimmten Grundempfindungen genau diejenigen Farben, welche Hr. HERING als »Ur-Rot«, »Ur-Grün« und »Ur-Blau« bezeichnet.« Hr. HERING nimmt nun mit vollem Rechte an dem Worte »genau« Anstoß, da »Ur-Rot« und »Ur-Grün« komplementär sind, unsere beiden entsprechenden Farben es aber nicht sein können. Es sei hiermit bereitwilligst zugestanden, daß das HERINGSche »Ur-Rot« von dem Farbentone der von uns bestimmten roten Grundempfindung nach Blau abweicht, und daß der Wortlaut an der von

tones wahrscheinlich ziemlich genau der grünen, resp. blauen Grundempfindung (im YOUNG-HELMHOLTZschen Sinne) der normalen trichromatischen Farbensysteme entsprechen;  $575\ \mu\mu$  ist diejenige Stelle im Spektrum, wo nach der in derselben Untersuchung gemachten Voraussetzung eine gleich starke Auslösung der Rotempfindung und der Grünempfindung statt hat;  $670\ \mu\mu$  und  $430\ \mu\mu$  entsprechen in ihrer Farbe den »Endstrecken« normaler trichromatischer Systeme, also denjenigen Regionen, in denen sich an den Enden des Spektrums keine Nuancenänderung, sondern nur noch Intensitätsänderung findet. Die Wellenlänge  $605\ \mu\mu$  war in der von Hrn. E. BRODHUN und mir über die psychophysische Grundformel ausgeführten Untersuchung<sup>1</sup> benutzt, und es erschien mir wünschenswert, was hinsichtlich der unteren Reizschwelle später noch besonders hervortreten wird, im Anschluß an diese Arbeit zu bleiben. Die übrigen Wellenlängen sind dann so gewählt, daß das ganze Spektrum in möglichst gleiche Intervalle zerlegt wird.

Bei den größeren Helligkeiten wurde auch am rechten Collimatorrohr vor den Spalt  $S_2$  ein Triplex-Gasbrenner gesetzt. Um die niederen Helligkeiten herzustellen, schalteten wir dann zunächst einen Episkotister zwischen Lampe und Spalt ein, auf den sich mehrere Scheiben mit verschiedenen Ausschnitten aufsetzen ließen. Dadurch war eine objektiv völlig gleichmäßige Verdunkelung aller Spektralregionen

---

Hrn. HERING angegriffenen Stelle nicht so streng formuliert war, als es, besonders mit Rücksicht auf die Wichtigkeit der behandelten Frage, hätte geschehen müssen. Übrigens liegt der Schwerpunkt jeder Abhandlung, welche über eine experimentelle Untersuchung berichtet, nicht in den Schlussfolgerungen, welche der Verfasser aus den Versuchsergebnissen zieht, sondern in diesen letzteren selbst, und in Bezug hierauf sehen wir den ferneren Urteilen der Sachverständigen, insbesondere aber dem immer noch ausstehenden Urteile des Hrn. HERING in aller Ruhe entgegen.

<sup>1</sup> A. KÖNIG und E. BRODHUN, *Sitzungsber. der Berliner Akademie*. 26. Juli 1888.

sicher hergestellt.<sup>1</sup> Es zeigte sich aber bald, daß sich in dieser Art die Intensität auch noch nicht bis zu den der Reizschwelle nahegelegenen Dunkelheiten herabsetzen liefs, und es wurde daher Gebrauch von einem Verfahren gemacht, welches Hr. F. HILLEBRAND<sup>2</sup> in einer ähnlichen Untersuchung, auf die wir unten noch weiter einzugehen haben, benutzte. Die Anordnung ist diejenige, welche in unserer Figur wiedergegeben. An Stelle der Lampe (oder der Lampe und des Episkotisters) wurde ein innen völlig mattschwarzer Pappkasten *ABCD* vorgesetzt, der bei *EF* eine Öffnung hatte, in die eine aus Pappe hergestellte, zur Abhaltung von Nebenlicht geeignet geformte Verlängerung *IIII* des Collimators *C*<sub>2</sub> hineinragte. Im Innern des Kastens stand vertikal eine Glas-tafel *G*, welche auf der vorderen Seite mit weißem Papier beklebt und dann mit Magnesiumoxyd überzogen war. Sie wurde beleuchtet durch einen der schon beschriebenen Triplex-Brenner *L*<sub>2</sub>, der, außerhalb des Pappkastens stehend, sein Licht durch eine zweite, viel kleinere Öffnung *JK* sandte. Der Metallansatz mit der Konvexlinse war an dem Thon-cylinder dieser Lampe entfernt und durch eine Drehscheibe mit runden Öffnungen in verschiedenster Gröfse ersetzt; indem diese gewechselt wurden, konnte eine sehr verschiedene Beleuchtung der Tafel *G* hergestellt werden. Diese diente dann als Lichtquelle für den Collimator *C*<sub>2</sub>. Durch besondere, schon von Hrn. C. DIETERICI und mir im Verlaufe unserer oben angeführten Untersuchung angestellte Versuche ist der Nachweis geführt, daß von der Tafel, d. h. von dem Magnesiumoxyd reflektiertes Licht stets dieselbe Farbe, also gleiche spektrale Zusammensetzung hat, wie das auffallende. Damit

<sup>1</sup> Durch Absorptionsgläser, deren Verdunkelungskoeffizienten für alle benutzten Wellenlängen besonders hätten bestimmt werden müssen, wäre dieses nur in viel ungenauerer und zeitraubenderer Weise möglich gewesen.

<sup>2</sup> F. HILLEBRAND, *Sitzungsber. der Wiener Akad.* Bd. 97. Abt. III. Sitzung vom 21. Februar 1889.

nun auch immer dieselbe Stelle der Tafel ihr Licht durch den Spalt  $S_2$  sandte, war der Kasten  $ABCD$  samt der Lampe  $L_2$  auf einem großen Brette  $abcd$  befestigt, und dieses, auf einer Glastafel leicht verschiebbar, wurde vermittelt besonderer Visiervorkehrungen zum Collimatorrohre  $C_2$  stets in dieselbe relative Lage gebracht.

Um alles die Genauigkeit der Messungen beeinträchtigende Nebenlicht abzuhalten, war der Spektralapparat mit einem völlig undurchsichtigen Tuche überdeckt, und der Beobachter saß in einem besonderen, durch schwarze Vorhänge nach allen Seiten abgegrenzten Raume, in den nur das vordere Ende des Okularrohres  $O$  hineinragte, und aus dem er durch einen schmalen, an seine Kleider enganschließenden Schlitz den Arm hinausstrecken konnte, um die Mikrometerschraube des Spaltes  $S_2$  zu drehen. Auf diese Vorsichtsmaßregeln mußte besonders bei den niederen Intensitäten und der Bestimmung der unteren Reizschwellen großes Gewicht gelegt werden.

Die Ablesungen an der Mikrometerschraube geschahen stets von einem Gehülfen, so daß der Beobachter, d. h. der die Gleichheit der Helligkeiten Schätzende über seine Einstellungen vor der Beendigung einer Versuchsreihe nichts erfuhr.

### § 3. Methode der Untersuchung.

Die experimentelle Bestimmung der Helligkeitsverteilung im Spektrum kann in zwei Methoden ausgeführt werden:

Erste Methode. Man läßt, während der Collimator  $C_2$  die den verschiedenen Spektralregionen entsprechenden Stellungen einnimmt, die Breite seines Spaltes  $S_2$  unverändert. Die Herstellung gleicher Helligkeit geschieht vermittle des Spaltes  $S_1$ , dessen Breite dann in gewisser Beziehung ein Maß für die Helligkeit der verschiedenen Spektrallichter ist. Nimmt man das Spektrum als Abscissenaxe, die Spaltbreiten von

$S_1$  als Ordinaten, so erhält man eine Kurve, die an den Enden des Spektrums in Null übergeht und am höchsten da ist, wo die Helligkeit am größten. Diese Kurve wollen wir die »Kurve der Helligkeit« nennen. Während der Beobachter das Spektrum durchgeht, hat er verschiedene Helligkeiten (vom Maximum bis Null) vor sich.

Eine solche Kurve hat aber geringen Wert, denn ihre Gültigkeit beschränkt sich nicht nur auf ein ganz bestimmtes Spektrum, sondern auch auf die gerade benutzte (von dem Spalt  $S_1$  herrührende) Vergleichsfarbe.

Ändert man die objektive Intensität des untersuchten Spektrums gleichmäßig an allen Stellen, etwa durch Änderung von  $S_2$ , so erhält man jetzt eine Kurve, deren Ordinaten denen der ersten nicht proportional sind; denn das zwischen der konstanten Vergleichsfarbe und den mit ihr verglichenen Farben bestehende PURKINJESCHE Phänomen bewirkt eine im Verlaufe des Spektrums sich stetig ändernde Reduktion der Ordinaten.

Aus demselben Grunde ist eine Umrechnung der Kurve etwa von dem benutzten Dispersionsspektrum auf das Interferenzspektrum unmöglich.

Läßt man aber auch das untersuchte Spektrum unverändert und nimmt nur eine andere Farbe zur Vergleichsfarbe, also zur Ausfüllung des rechten Halbkreises, so erhält man infolge des PURKINJESCHEN Phänomens ebenfalls andere Spaltbreiten von  $S_1$ ; die Kurve der Helligkeit hat also auch dann schon einen anderen Verlauf. Das, was wir oben über das PURKINJESCHE Phänomen erfahren haben, läßt uns leicht erkennen, wie sie sich verändert hat. Ist die zweite Vergleichsfarbe von größerer Wellenlänge als die erste, so werden bei gleicher Höhe des natürlich stets an derselben Stelle bleibenden Maximums alle übrigen Ordinaten größer sein. Von dem Maximum aus wird die Kurve erst geringere, dann stärkere Neigung nach den Enden des Spektrums hin



haben; stets bleibt sie aber oberhalb der zuerst erhaltenen. Nimmt man Licht von kürzerer Wellenlänge zum Vergleich, so ist die Abweichung die umgekehrte.

Unsere bisherigen Kenntnisse über den quantitativen Verlauf des PURKINJESchen Phänomens sind aber noch viel zu gering, als daß wir solche Umgestaltungen der Kurve auch nur einigermaßen genau vorher übersehen könnten.

Selbst wenn es für das Vorhandensein des PURKINJESchen Phänomens eine obere Grenze geben sollte, so wird man doch niemals bei dieser Art der Helligkeitsbestimmung gänzlich von der Einwirkung desselben frei sein. Denn liegt auch in dem mittleren Teile die Helligkeit des zu messenden Spektrums oberhalb jener Grenze, die Enden werden doch stets darunter bleiben und ihre Helligkeitsschätzung wird dem Einfluß des PURKINJESchen Phänomens unterworfen sein. Am roten Ende des Spektrums, wo auf einer größeren Strecke (von cca. 655  $\mu\mu$  an) für normale trichromatische Augen keine Nuancen-, sondern nur Intensitätsunterschiede vorhanden sind, wäre freilich bei Spektren von so hoher Intensität, daß der Beginn dieser Endstrecke oberhalb jener Grenze liegt, dieser Nachteil der Methode nicht vorhanden.

Nach dieser Methode sind, wie wir oben schon gesehen, die FRAUNHOFERSchen Bestimmungen gemacht. Auch Hr. BRODHUN hat sie benutzt, indem er die Intensität des untersuchten Spektrums so hoch wählte, daß er glaubte, an dem roten Ende vom PURKINJESchen Phänomen frei zu sein. Für das blaue Ende wandte er einen besonderen, freilich nicht einwandfreien Kunstgriff an, wegen dessen auf die Originalabhandlung verwiesen sei.

Die hier erwähnten Nachteile dieser Methode veranlaßten uns, ein anderes Verfahren einzuschlagen, welches zwar durchaus nicht ohne praktische Mängel, aber doch in mancher Beziehung vorzuziehen ist. Es wurde u. a. schon im DONDERSSchen Laboratorium bei den dort ausgeführten Helligkeitsbestimmungen benutzt.

Zweite Methode. Die Spaltbreite von  $S_1$  bleibt unverändert. Der Beobachter sieht dann das in seiner Farbe unveränderte Feld auch stets in konstanter Helligkeit und stellt bei den verschiedenen Spektralfarben diese Helligkeit her. Da man den Spalt  $S_2$  nicht allzusehr verbreitern kann, ohne die Reinheit des Spektrums zu sehr zu beeinträchtigen, so muß während einer das ganze Spektrum umfassenden Beobachtungsreihe die Beleuchtung von  $S_2$  so geändert werden, daß man stets nur mäßige Spaltbreiten benutzt. Würde also beim Übergang zu dunkleren Teilen des Spektrums der Spalt zu breit, so geht man, falls der Kasten  $ABCD$  benutzt wird, zu größeren Löchern auf der Drehscheibe vor der Lampe über, oder, falls der Episkotister benutzt wird, zu einer Scheibe desselben mit größerem Ausschnitt, bzw. man läßt ihn ganz fort u. s. w. Die Änderung der Beleuchtungsstärke, die dadurch eintritt, war durch eine sehr große Anzahl von Versuchen so genau wie möglich bestimmt, und die so gewonnenen Reduktionskoeffizienten dienten zur Berechnung ideeller Spaltbreiten. Die Ungenauigkeiten, welche durch solche Umrechnungen in die nachfolgenden Beobachtungsangaben hineingekommen sind, erachte ich im allgemeinen wohl für größer als diejenigen, welche mit der Schätzung gleicher Helligkeit verschiedener Farben verbunden sind.<sup>1</sup> Sie beziehen sich aber mit wenigen Ausnahmen nur auf die Enden des Spektrums, beeinflussen daher kaum den wesentlichen Charakter der erhaltenen Kurven. Zeichnen wir jetzt die (zum Teil ideellen) Spaltbreiten von  $S_2$  in derselben Weise auf wie soeben diejenigen von  $S_1$ , so liegen die Maxima an den Enden; die Kurve ist dort, theoretisch genommen, unendlich hoch; ihr Minimum liegt in der

<sup>1</sup> Bei der in Aussicht stehenden Wiederaufnahme dieser Untersuchung mit einem neuen Apparat sollen derartige große Intensitätsänderungen durch Kreuzung Nicol'scher Prismen erzielt werden.



hellsten Stelle des Spektrums. Wir wollen sie als »Kurve gleichwertiger Spaltbreiten« bezeichnen.

Gehen wir nun von einem Spektrum zu einem anderen über und behalten zunächst das konstante Vergleichslicht bei, so können wir die Kurve des neuen Spektrums ohne weiteres berechnen, wenn wir nur die objektiven, relativen Intensitätsverhältnisse der beiden Spektren kennen. Diese sind aber in den meisten Fällen mit ausreichender Genauigkeit zu ermitteln. Geht man z. B. von einem Dispersionsspektrum zum Interferenzspektrum derselben Lichtquelle über, so hat man die Ordinaten der »Kurve gleichwertiger Spaltbreiten« mit Koeffizienten zu multiplizieren, welche vom roten Ende des Spektrums bis zum violetten stetig abnehmen. Die erforderlichen Koeffizienten besagen eben nur, auf welchen Bruchteil man den Spalt zu reduzieren hat, um dieselbe Menge Licht durchzulassen. Man kann in solcher Weise auch übergehen zu einem idealen Spektrum, welches in seiner ganzen Ausdehnung einer gleichmäßigen Verteilung der Energie entspricht. Wir werden weiter unten in § 9 eine derartige Umrechnung ausführen.

Ersetzt man die Erleuchtung des rechten, bisher als konstant gedachten Feldes zunächst durch eine andere Farbe von derselben Helligkeit, so ist sofort ersichtlich, daß hierdurch die Kurve ungeändert bleibt. Geht man aber zu einer anderen Helligkeit über, so ändert die Kurve ihre Gestalt, und zwar wird infolge des PURKINJESchen Phänomens beim Übergang zu einer größeren Helligkeit die Zunahme ihrer Ordinaten nach dem roten Ende hin geringer sein als nach dem blauen Ende, und umgekehrt. Wir werden aus den Beobachtungen ersehen, daß hierdurch sogar die Lage des Minimums verschoben werden kann. Die Abweichung von einer proportionalen Änderung der Ordinaten giebt uns dann einen Ausdruck für die Stärke des PURKINJESchen Phänomens zwischen zwei beliebigen Wellenlängen.

Es unterliegt demnach wohl keinem Zweifel, daß die experimentelle Bestimmung von »Kurven gleichwertiger Spaltbreiten« einen größeren Wert hat als von »Kurven der Helligkeit«. Sie hat für das betreffende Individuum sogar einen objektiven Wert, sobald man nur die Helligkeit des jedesmaligen konstant gehaltenen Vergleichsfeldes in einem rekonstruierbaren Maße ausdrückt. Dieses ist in der vorliegenden Arbeit durch Benutzung der schon oben erwähnten, von Hrn. E. BRODHUN und mir zuerst eingeführten Helligkeitseinheit geschehen.

Die experimentelle Bestimmung von »Kurven gleichwertiger Spaltbreiten« hat eine gewisse Beschränkung dadurch, daß sehr oft die vorhandenen Lichtquellen nicht ausreichen, um die als Vergleich gewählte Helligkeit auch nur annähernd bis an das Ende des Spektrums herzustellen. Einzelne der im folgenden angegebenen Beobachtungsreihen für größere Helligkeiten erstrecken sich daher nicht auf alle sonst verglichenen Wellenlängen des Spektrums.

Ein zweiter Übelstand besteht darin, daß bei einer graphischen Aufzeichnung infolge des beiderseitigen schnellen Ansteigens der Kurven diese ihre Übersichtlichkeit verlieren, und man sich aus ihnen fast gar keine Vorstellung von dem allgemeinen Eindruck der Helligkeitsverteilung und besonders ihrer Änderung machen kann. Dieser Nachteil der Methode läßt sich aber leicht beseitigen, wenn man die reziproken Werte der Spaltbreiten berechnet und nunmehr diese als Ordinaten über dem benutzten Spektrum als Abscissenaxe aufträgt. Eine solche Art der graphischen Darstellung ist im folgenden stets benutzt, und ich bezeichne die betreffenden Kurven als »Kurven der Helligkeitswerte«, weil die Größe der Ordinaten angiebt, welchen Wert die Einheit der Spaltbreite an den verschiedenen Stellen des Spektrums hat, um eine bestimmte Helligkeit zu erzeugen.

Es ist nunmehr noch einiges über die Bestimmung der

Helligkeiten zu sagen, auf welche sich die einzelnen »Kurven der Helligkeitswerte« beziehen. Das theoretisch einzig richtige Verfahren hätte wegen der Farbendifferenz zwischen Spektrallicht von der Wellenlänge  $535 \mu\mu$  und dem Licht des schmelzenden Platins darin bestanden, die Helligkeit des rechten Feldes für jede Kurve in den hier benutzten Einheiten besonders zu bestimmen, und zwar bei jeder der untersuchten Personen. Dieses ist aber, weil die vorliegende Arbeit doch nur einen, das ganze Gebiet zwar umfassenden, aber wegen der unzulänglichen Apparate keineswegs abschließenden Charakter trägt, nicht streng befolgt worden, sondern es ist die Helligkeitsvergleiche des monochromatisch erleuchteten rechten Feldes mit dem weißen Lichte nur bei einer der benutzten Intensitäten, und zwar auch nur von Hrn. R. RITTER und mir, ausgeführt worden. Es hatte dieses weiße Licht auch nicht einmal genau die Farbe des Lichtes der SIEMENSschen Platinlampe, auf die sich unsere Helligkeitseinheit bezieht; es diente vielmehr als Vergleichslicht die Benzinlampe eines WEBERSchen Photometers, welches nach einigen Umgestaltungen, auf die wir nicht näher einzugehen brauchen, bei dieser Vergleichung in der Art benutzt wurde, daß es in den Dunkelraum dicht neben das Okularrohr *O* unseres Apparates gestellt wurde, und der Beobachter, sein Auge schnell von einem Okular zum anderen bringend, den rechten Halbkreis im Spektralapparat mit dem Spiegelbild der von der Benzinlampe erleuchteten Milchglasplatte des WEBERSchen Photometers verglich. Solche Vergleiche besitzen zwar geringere Genauigkeit, als wenn die Felder unmittelbar aneinander grenzen, aber die Unsicherheit ist doch nicht so groß, wie man von vornherein glauben sollte.

Hinsichtlich der Angabe der benutzten Helligkeiten ist noch näher auf den schon erwähnten Umstand einzugehen, daß die wirkliche Vergleichung des rechten Halbkreises mit dem weißen in der Helligkeitseinheit enthaltenen Lichte

nur bei einer, zwar ziemlich hohen Intensität ausgeführt worden ist.

In dem folgenden ist die niedrigste benutzte Intensität, welche bei Licht von der Wellenlänge  $535 \mu\mu$ , wie wir später genauer sehen werden, etwa 4 bis 9 mal (objektiv) so hell war wie die untere Reizschwelle, mit  $A$  bezeichnet, und von dieser Intensität an sind nach aufwärts zuerst zweimal in Stufen von 16facher, dann aber stets von 4facher Vervielfältigung steigend, die Bezeichnungen  $B, C, \dots, H$  benutzt, so daß wir folgende Verhältnisse der Helligkeitsstufen erhalten:

$$\begin{array}{rcl}
 H = 4G = 16F = 64E = 256D = 1024C = 16384B = 262144A \\
 G = 4F = 16E = 64D = 256C = 4096B = 65536A \\
 F = 4E = 16D = 64C = 1024B = 16384A \\
 E = 4D = 16C = 256B = 4096A \\
 D = 4C = 64B = 1024A \\
 C = 16B = 256A \\
 B = 16A
 \end{array}$$

Die Helligkeitsbestimmung wurde von Hrn. RITTER und mir bei der Intensität  $F$  ausgeführt, und von dieser wurden dann nach oben und unten die angegebenen Stufen durch entsprechende Änderung der objektiven Intensität des rechten Halbkreises vermittlels Absorptionsgläser und Änderung der Breite von  $S_2$  hergestellt.

Für die Intensität  $F$  fand sich bei mir eine Helligkeit von 36,9, bei Hrn. R. RITTER eine solche von 54,9 unserer Einheiten, sie lag also oberhalb derjenigen Helligkeit, welche Hr. E. BRODHUN für die Nachweisbarkeit des PURKINJESchen Phänomens gefunden zu haben glaubte.

Bestände zwischen dem grünen monochromatischen Lichte und dem mit ihm verglichenen weißen Lichte kein PURKINJESches Phänomen, so ergäbe dieses Verfahren dieselben Vergleichsintensitäten wie bei einer direkten Bestimmung jeder Stufe. Da dieses aber nicht der Fall, so geht das PURKINJESche Phänomen auch in unsere Helligkeitsangaben ein; es hindert

dieser Umstand aber keineswegs die genaue Reproduzierbarkeit der von uns benutzten Helligkeiten.

Dafs bei Hrn. RITTER und mir sich so verschiedene Werte für dieselbe Helligkeitsstufe  $F$ , die doch bei uns beiden durch dieselbe monochromatische Erleuchtung gegeben war, fanden, folgt ohne weiteres aus unseren verschieden gestalteten Kurven der Helligkeitswerte für diese Stufe. Bei Hrn. RITTER liegt das Maximum der Kurve viel näher an der Wellenlänge  $535 \mu\mu$  als bei mir, und es wird ihm daher Licht dieser Wellenlänge, bezogen auf weisses Licht, auch relativ heller erscheinen. Aus dem Verhältnis der gesamten von der Kurve und der Abscissenaxe umschlossenen Fläche zu der Höhe der Ordinate bei  $535 \mu\mu$ , ergibt sich dieses Verhältnis zu 1,83, während wir experimentell erhielten

$$\frac{54.9}{36.9} = 1.49. \quad \text{Die Berechnung setzt aber erstens voraus,}$$

dafs die Benzinlampe und der Triplex-Gasbrenner Licht von derselben Farbe aussenden, und dafs zweitens der Helligkeitswert einer Mischung gleich der Summe der Helligkeitswerte der Komponenten. Ersteres ist nun ohne Zweifel nicht genau der Fall, und gegen die Berechtigung der zweiten Voraussetzung bestehen auch manche Bedenken, worauf wir aber hier nicht näher eingehen wollen.

Mit den experimentell gewonnenen Werten für  $F$  wurden dann die in der folgenden Tabelle aufgeführten Helligkeiten in der angegebenen Stufenfolge berechnet.

Bei Frl. ELSE KÖTTGEN und Hrn. E. BRODHUN, wo nur bei den Helligkeitsstufen  $H$  und  $A$  Bestimmungen der Helligkeitswerte ausgeführt wurden, habe ich die absoluten Beträge der Helligkeiten durch Benutzung der von den Kurven und der Abscissenaxe umschlossenen Flächen unter Zugrundelegung meines Wertes für die Helligkeit  $H$  berechnet. Ich benutzte die Helligkeitsstufe  $H$ , weil diese der experimentell bestimmten Helligkeitsstufe  $F$  viel näher liegt als die Helligkeitsstufe  $A$ ,

und ich schloß die Rechnung an meine experimentelle Bestimmung an, weil meine Verteilung der Helligkeitswerte im Spektrum viel mehr mit derjenigen von FrL. ELSE KÖTTGEN und Hrn. E. BRODHUN übereinstimmte, wie die des Hrn. RITTER, dessen Beobachtung sonst der meinigen wegen der größeren Sicherheit in der Helligkeitsabschätzung vorzuziehen gewesen wäre.

Außer den schon genannten Helligkeitsstufen ist bei sämtlichen vier Beobachtern noch eine Helligkeitsstufe *S* in der Tabelle angegeben, welche der unteren Reizschwelle entspricht, und auf die wir in § 8 noch weiter zurückkommen werden.

In der Spalte für Hrn. RITTER sind die drei hellsten Stufen durch eine Klammer zusammengefaßt, weil sie dieselbe Verteilung der Helligkeitswerte im Spektrum ergeben.

Tabelle der Helligkeitsstufen.

Bezeichnung der Helligkeitsstufen	Helligkeitseinheiten			
	Trichromatische Systeme		Dichromatische Systeme	
	A. KÖNIG	ELSE KÖTTGEN	»Grünblind« E. BRODHUN	»Rotblind« R. RITTER
<i>H</i>	590.4	608.1	671.7	$\left\{ \begin{array}{l} 878.4 \\ 219.6 \\ 54.9 \end{array} \right\}$
<i>G</i>	147.6	—	—	
<i>F</i>	36.9	—	—	
<i>E</i>	9.22	—	—	13.7
<i>D</i>	2.30	—	—	3.43
<i>C</i>	0.575	—	—	0.857
<i>B</i>	0.0360	—	—	0.0536
<i>A</i>	0.00225	0.00232	0.00256	0.00335
<i>S</i> {	0.11. <i>A</i>	0.34. <i>A</i>	0.29. <i>A</i>	0.11. <i>A</i>
	= 0.00024	= 0.00079	= 0.00074	= 0.00037

Die Beobachtung in jeder Helligkeitsstufe geschah in der Art, daß zuerst auch das linke Feld mit Licht von der Wellenlänge  $535 \mu\mu$  erleuchtet wurde, dann ging man in den erwähnten Intervallen bis zu dem einen Ende des Spektrums, kehrte hier um, die gemachten Vergleiche alle wiederholend, und durchlief nun das ganze Spektrum bis zum anderen Ende,



worauf nochmals bis zu  $535 \mu\mu$  zurückgekehrt wurde. Auf diese Weise hatte man  $535 \mu\mu$  dreimal, die Enden des Spektrums einmal und alle übrigen Wellenlängen zweimal eingestellt. Es wurden jedesmal mindestens 10 Einstellungen auf gleiche Helligkeit gemacht, so daß also infolge des eben geschilderten Hin- und Hergehens bei jeder Wellenlänge 30, resp. 20, resp. 10 Einstellungen zu je einem Mittel vereinigt wurden. Überdies wurde bei unglattem Verlauf der Kurve für die betreffende Helligkeitsstufe die ganze Beobachtungsreihe nochmals wiederholt und dann das Gesamtmittel berechnet.

#### § 4. Versuchsergebnisse.

Indem ich jetzt dazu übergehe, auf die erhaltenen Kurven gleichwertiger Spaltbreiten und der Helligkeitswerte näher einzugehen, muß zunächst einiges über die Genauigkeit der Einstellung auf gleiche Helligkeit gesagt werden. Hr. BRODHUN, der eine große Sicherheit in derartigen Helligkeitsschätzungen besitzt, und der in seiner Eigenschaft als Dichromat (»Grünblind«) nach den freilich sehr wenig zahlreichen Erfahrungen, die man auf dem Gebiete der heterochromen Photometrie gemacht hat, hierzu besonders begünstigt ist, giebt in seiner schon oben citierten Dissertation für sich als mittleren Fehler einer Einstellung auf gleiche Helligkeit von Rot und Blau ( $670 \mu\mu$  und  $480 \mu\mu$ ), also von zwei für ihn beinahe maximal verschiedenen Farben 5,8% an, während bei Gleichheit der Farbe sich für Rot ein Fehler von 3,0%, für Blau von 3,3% ergab. Die jetzt von ihm gemachten heterochromen Gleichheitseinstellungen hatten annähernd denselben Grad der Sicherheit. Hr. RITTER, ebenfalls Dichromat (»Rotblind«), hat zwar nicht dieselbe Sicherheit in der Einstellung wie Hr. BRODHUN, übertrifft aber mich, den Trichromaten, bedeutend. Daß im allgemeinen Trichromaten den Dichromaten in solchen Helligkeitsschätzungen nachstehen, dürfte aber wiederum etwas zweifelhaft werden durch die Sicherheit, mit der

Frl. ELSE KÖTTGEN die Einstellungen machte, nachdem sie sich durch einige orientierende Versuchsreihen an solche Beobachtungen gewöhnt hatte.

Es ist oben schon erwähnt (S. 330), daß die Umrechnung der verschiedenen Beleuchtungen des Spaltes  $S_2$  aufeinander mit größeren Fehlern verbunden ist, als diejenigen sind, welche durch die Unsicherheit der Schätzung auf gleiche Helligkeit entstehen.

Eine Abhängigkeit der mittleren Einstellungsfehler von der Helligkeitsstufe liefs sich nicht bemerken. Die gröfsere Unsicherheit, welche bei der isochromen Photometrie in der Beurteilung der Helligkeit mit abnehmender Intensität auftritt, wird hier dadurch ausgeglichen, daß gleichzeitig die Farbdifferenzen immer mehr verschwinden, bis wir bei der Stufe  $A$  gröfstenteils völlig gleichgefärbte Felder in Bezug auf ihre Helligkeit miteinander vergleichen.

In den nachfolgenden Tabellen sind überall da, wo keine Farbenunterschiede bei der Vergleichung zu bemerken waren, *liegende Ziffern* benutzt worden. Die Hrn. RITTER und BRODHUN konnten manchmal bei den Wellenlängen  $650\ \mu\mu$  und  $670\ \mu\mu$  einen Farbenunterschied gegen Licht von  $535\ \mu\mu$  wahrnehmen; manchmal war es aber auch trotz der angestrengtesten Aufmerksamkeit nicht möglich.

Die in den Tabellen angegebenen Werte sind in der Art reduziert, daß bei jeder Helligkeitsstufe die zur Gleichheit bei Licht von der Wellenlänge  $535\ \mu\mu$  erforderliche Spaltbreite gleich 1 gesetzt ist. (Die Beziehung der verschiedenen Helligkeitsstufen zueinander ergeben die auf S. 334 aufgeführten Zahlen.) Bei der Umrechnung auf Helligkeitswerte ergibt sich dann die völlig analoge Reduktion ganz von selbst.

Hierbei mufs sich das PURKINJESche Phänomen darin zeigen, daß die gleichwertigen Spaltbreiten mit abnehmender Helligkeit, also in jeder horizontalen Reihe von links nach rechts für jede Wellenlänge, die gröfser ist als diejenige des



Vergleichslichtes ( $535 \mu\mu$ ), zunehmen, für die kleineren Wellenlängen aber abnehmen. Bei den Helligkeitswerten muß der Verlauf der umgekehrte sein.

Wie eine Durchsicht der nachfolgenden Tabellen nun ergibt, ist dieses mit geringen Ausnahmen auch stets der Fall. Die wenigen Zahlen, welche von dieser Regel abweichen, sind durch ein beigesetztes Sternchen (\*) besonders kenntlich gemacht. Die am violetten Ende des Spektrums bei mir vorkommenden Abweichungen könnten von dem im Violett enthaltenen Rot herrühren. Bei einer Wiederholung der Versuche muß daher besonders auf die Helligkeitswerte im Violett geachtet werden. Vielleicht kann man aus dem Verhalten derselben einen Schluß auf die einfache oder zusammengesetzte Natur des Violett ziehen.

A. KÖNIG.

Normales trichromatisches Farbensystem.

Wellenlänge	Gleichwertige Spaltbreiten								
	H	G	F	E	D	C	B	A	S
670 $\mu\mu$	1.17	1.23	1.403	1.955	4.560	14.52	29.08	189.0	296.1
650 »	0.420	0.547	0.667	0.991	1.948	5.978	13.86	87.57	178.3
625 »	0.289	0.307	0.392	0.497	1.004	2.933	6.202	20.55	34.78
605 »	0.274	0.289	0.321	0.451	0.869	2.073	4.291	8.600	12.12
590 »	0.330	0.346	0.376	0.523	0.787	1.863	2.747	4.287	5.656
575 »	0.424	0.459*	0.449	0.568	0.868	1.421	1.679	1.998	2.761
555 »	0.590	0.603	0.621	0.702	0.876	1.037	1.096	1.232	1.402
535 »	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—
520 »	1.805	1.77	1.764	1.707	1.396	1.162	1.121	1.088	1.071
505 »	4.457	4.06	3.748	2.779	2.304	1.809	1.590	1.577	1.539
490 »	10.06	9.53	8.91	7.971	4.934	3.332	3.057	2.996	2.342
470 »	—	26.65	22.95	20.71	11.033	7.748	7.220	6.486	5.974
450 »	—	—	62.88	57.28	40.67	24.23	20.95	21.51*	19.21
430 »	—	—	—	150.8	137.9	119.2	85.90	115.4*	131.6*

## A. KÖNIG.

## Normales trichromatisches Farbensystem.

Wellen- längen	Helligkeitswerte								
	<i>H</i>	<i>G</i>	<i>F</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>S</i>
670 $\mu\mu$	0.855	0.813	0.713	0.511	0.219	0.0689	0.0344	0.00529	0.00338
650 »	2.381	1.828	1.499	1.009	0.513	0.167	0.0722	0.0114	0.00561
625 »	3.460	3.257	2.551	2.012	0.996	0.341	0.161	0.0487	0.0288
605 »	3.650	3.460	3.115	2.217	1.151	0.482	0.233	0.116	0.0825
590 »	3.030	2.890	2.660	1.912	1.271	0.537	0.364	0.233	0.177
575 »	2.358	2.179*	2.227	1.761	1.152	0.704	0.596	0.501	0.362
555 »	1.695	1.658	1.610	1.425	1.142	0.964	0.913	0.812	0.713
535 »	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—
520 »	0.554	0.565	0.567	0.586	0.716	0.859	0.892	0.919	0.934
505 »	0.224	0.246	0.267	0.360	0.434	0.553	0.629	0.634	0.650
490 »	0.0994	0.105	0.112	0.125	0.203	0.300	0.327	0.334	0.427
470 »	—	0.0375	0.0436	0.0483	0.0906	0.129	0.138	0.154	0.167
450 »	—	—	0.0159	0.0175	0.0246	0.0413	0.0477	0.0466*	0.0521
430 »	—	—	—	0.00663	0.00725	0.00839	0.0116	0.00867*	0.00760*

## ELSE KÖTTGEN.

## Normales trichromatisches Farbensystem.

Wellenlänge	Gleichwertige Spaltbreiten		Helligkeitswerte	
	<i>H</i>	<i>A</i>	<i>H</i>	<i>A</i>
670 $\mu\mu$	0.893	88.56	1.120	0.0113
650 »	0.468	39.46	2.137	0.0253
625 »	0.293	17.09	3.413	0.0630
605 »	0.308	6.837	3.247	0.146
590 »	0.378	3.131	2.645	0.319
575 »	0.520	2.088	1.923	0.479
555 »	0.720	1.155	1.389	0.866
535 »	1.—	1.—	1.—	1.—
520 »	1.808	1.051	0.553	0.951
505 »	4.00	1.354	0.250	0.739
490 »	10.88	2.594	0.092	0.386
470 »	—	5.386	—	0.186
450 »	—	16.68	—	0.0600
430 »	—	83.33	—	0.0120

E. BRODHUN.

Dichromatisches Farbensystem (»Grünblinde«).

Wellenlänge	Gleichwertige Spaltbreiten		Helligkeitswerte	
	H	A	H	A
670 $\mu\mu$	1.852	141.3	0.540	0.00708
650 »	0.731	59.1	1.368	0.0169
625 »	0.380	19.27	2.630	0.0519
605 »	0.333	7.153	3.003	0.140
590 »	0.394	3.747	2.539	0.207
575 »	0.458	1.892	2.183	0.329
555 »	0.602	1.219	1.661	0.520
535 »	1.—	1.—	1.—	1.—
520 »	1.727	1.035	0.756	0.900
505 »	4.437	1.507	0.225	0.064
490 »	11.82	2.499	0.0846	0.400
470 »	—	6.188	—	0.162
450 »	—	21.01	—	0.0470
430 »	—	102.5	—	0.00975

R. RITTER.

Dichromatisches Farbensystem (»Rotblinde«).

Wellenlänge	Gleichwertige Spaltbreiten						
	FGH	E	D	C	B	A	S
670 $\mu\mu$	19.81	27.06	34.54	83.76	192.6	291.1	271.8*
650 »	6.46	9.184	12.13	19.47	79.00	110.6	121.2
625 »	2.03	2.532	3.613	7.801	19.75	19.84	22.35
605 »	1.004	1.245	1.763	3.413	6.894	7.15	13.85
590 »	0.720	0.797	1.056	2.102	3.670	4.28	6.07
575 »	0.619	0.685	0.790	1.553	2.180	2.283	2.30
555 »	0.708	0.714	0.754	1.133	1.298	1.291*	1.24*
535 »	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—
520 »	1.650	1.535	1.446	1.107	1.088	1.046	1.01
505 »	3.19	2.860	2.631	1.717	1.455	1.318	1.85*
490 »	6.57	6.310	5.294	3.197	2.603	2.320	2.16
470 »	19.59	15.84	13.68	7.693	6.060	5.108	7.23*
450 »	75.10	57.97	46.02	37.83	22.44	15.39	13.58
430 »	—	273.4	224.84	182.7	122.00	91.39	89.50

## R. RITTER.

Dichromatisches Farbensystem (»Rotblind«).

Wellen- länge	Helligkeitswerte						
	<i>FGH</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>I</i>	<i>S</i>
670 $\mu\mu$	0.0518	0.0370	0.0289	0.0119	0.00519	0.00343	0.00368*
650 »	0.155	0.109	0.0824	0.0513	0.0127	0.00904	0.00825
625 »	0.493	0.395	0.277	0.128	0.0506	0.0504	0.0447
605 »	0.996	0.803	0.567	0.293	0.145	0.139	0.0722
590 »	1.389	1.255	0.947	0.476	0.273	0.234	0.165
575 »	1.615	1.460	1.266	0.644	0.459	0.438	0.435
555 »	1.412	1.401	1.326	0.882	0.770	0.774*	0.806*
535 »	1. —	1. —	1. —	1. —	1. —	1. —	1. —
520 »	0.606	0.651	0.691	0.903	0.919	0.956	0.990
505 »	0.314	0.350	0.380	0.582	0.687	0.759	0.541*
490 »	0.152	0.158	0.189	0.313	0.384	0.431	0.463
470 »	0.0510	0.0631	0.0731	0.130	0.165	0.196	0.138*
450 »	0.0133	0.0172	0.0217	0.0264	0.0446	0.0650	0.0736
430 »	—	0.00366	0.00445	0.00547	0.00820	0.0109	0.0112

Auf Tafel III sind meine Kurven der Helligkeitswerte (mit Ausnahme der Stufe *S*) in der angegebenen Art graphisch dargestellt. Ausser denjenigen Wellenlängen, bei welchen Vergleichen gemacht sind, habe ich auf der Abscissenaxe, der leichteren Orientierung halber, auch noch die hauptsächlichsten *FRAUNHOFER*schen Linien eingetragen. — Dafs alle Kurven bei 535  $\mu\mu$  dieselbe Ordinate haben, beruht auf der erwähnten rechnerischen Festsetzung; dafs sie sich aber hier alle schneiden, und ihre Reihenfolge, nach der Gröfse der Ordinaten geordnet, auf der langwelligeren Hälfte des Spektrums überall die umgekehrte ist, wie auf der kurzwelligeren, ist der graphische Ausdruck des *PURKINJE*schen Phänomens. Nur die der Helligkeitsstufe *F* entsprechende Kurve macht bei 575  $\mu\mu$  eine Ausnahme, die aber ohne Zweifel Beobachtungsfehler ist; die übrigen in der Tabelle angemarkten Abweichungen von der Regel des *PURKINJE*schen Phänomens treten bei dem hier gewählten Maßstabe der Zeichnung gar nicht hervor.

Die Helligkeitskurven von Frl. ELSE KÖTTGEN und Hrn. E. BRODHUN sind in den Tafeln V und VI aufgenommen, wo behufs einer weiter unten in §§ 6 und 7 angestellten Vergleichung eine gröfsere Zahl von Kurven gleicher Helligkeitsstufen eingetragen ist. Die Kurven beider sind meinen Kurven der gleichen Helligkeitsstufe sehr ähnlich.

Auf Tafel IV sind Hrn. RITTERs Kurven der Helligkeitswerte (ebenfalls mit Ausnahme von *S*) dargestellt. Seine Kurve für die Helligkeitsstufe *A* ist mit der meinigen beinahe identisch. Die Abweichung unserer Kurven nimmt zu mit der Zunahme der Helligkeit. Das PURKINJESche Phänomen tritt auch hier regelmäfsig auf. Der Mafsstab der Zeichnung läfst die einzige Ausnahme ( $555\mu\mu$  bei der Helligkeitsstufe *A*) nicht sichtbar werden. Wie früher schon erwähnt, war bei Hrn. RITTER ein PURKINJESches Phänomen zwischen den Helligkeitsstufen *F*, *G* und *H* nicht mehr nachzuweisen; wenn es hier thatsächlich noch bestehen sollte, so wird es durch die Schätzungsunsicherheit verdeckt. Ich habe daher die Mittelwerte der bei diesen drei Stufen erhaltenen Spaltbreiten berechnet und sie als Stufe *FGH* in die Tabellen und Zeichnungen eingeführt.

## § 5. Allgemeine Besprechung der Versuchsergebnisse.

Das PURKINJESche Phänomen zeigt sich in der Form der hier benutzten Darstellung darin, dafs die Kurven gleichwertiger Spaltbreiten und damit auch die Kurven der Helligkeitswerte mit Änderung der Intensität auch ihre Gestalt ändern. In unserem Dispersionsspektrum des Gaslichtes wandert das Maximum der Kurven der Helligkeitswerte, resp. das Minimum der Kurven gleichwertiger Spaltbreiten, von der niedrigsten bis zur höchsten der benutzten Intensitäten bei mir, Frl. ELSE KÖTTGEN und Hrn. E. BRODHUN von ca.  $530\mu\mu$  bis ca.  $615\mu\mu$ , bei Hrn. RITTER von  $530\mu\mu$  bis  $570\mu\mu$ . Die Formänderung geschieht mit zunehmender Intensität anfangs sehr langsam,

dann schneller, darauf aber wieder langsamer und hört endlich vielleicht ganz auf.

Welcher Farbentheorie man auch beistimmt, jedenfalls ist zuzugeben, daß das, was man Helligkeit nennt, sich (abgesehen von den monochromatischen Farbensystemen) aus mehreren Komponenten zusammensetzt oder wenigstens zusammensetzen könnte.

In der YOUNG-HELMHOLTZschen Farbentheorie müßte man im allgemeinen annehmen, daß jede der drei Grundempfindungen eine Komponente lieferte, so daß also die Helligkeit irgend einer Spektralfarbe als homogene lineare Funktion der Grundempfindungen darzustellen ist. In Bezug hierauf sei auf die im folgenden Paragraphen angegebenen Versuche hingewiesen.

Die Gestalt der Kurven, welche die Verteilung der Grundempfindungen im Spektrum angiebt, ist nun nach Untersuchungen, die von Hrn. E. BRODHUN angestellt und von mir veröffentlicht sind,<sup>1</sup> von der Intensität abhängig. Ob hierdurch allein die Formänderung der Kurven der Helligkeitswerte mit wechselnder Intensität zu erklären ist, kann bei dem gegenwärtigen Umfang unserer Kenntnisse nicht entschieden werden. Vielleicht ist es nötig, die in jener linearen Funktion vorkommenden drei Koeffizienten wiederum als drei verschiedene Funktionen der Intensität anzunehmen. Bei Farbensystemen verschiedener Mannigfaltigkeit völlig parallel von denselben Personen hergestellte Helligkeitsgleichungen und Farbengleichungen würden über diesen Punkt allein näheren Aufschluß geben können. Hrn. E. BRODHUNS Untersuchungen<sup>2</sup> haben es sehr wahrscheinlich gemacht, daß der Koeffizient für die grüne Grundempfindung, verglichen mit demjenigen der roten Grundempfindung, jedenfalls sehr klein, wenn nicht sogar gleich Null ist.

<sup>1</sup> A. KÖNIG, *Sitzungsber. der Berl. Akademie.* 31. März 1887.

<sup>2</sup> E. BRODHUN, *Beiträge zur Farbenlehre.* Dissert. Berlin 1887.

Nach Hrn. HERINGS Theorie ist die Helligkeit jeder Spektralfarbe gleich der algebraischen Summe der Helligkeiten 1) ihrer weißen Valenz und 2) ihrer farbigen Valenzen. Diejenigen spektralen Lichter, welche die Empfindung einer der vier Urfarbtöne hervorrufen, haben nur eine farbige Valenz, die übrigen aber zwei. Die »spezifische Helligkeit« dieser farbigen Valenzen ist aber nach Hrn. E. HERINGS<sup>1</sup> und Hrn. F. HILLEBRANDS<sup>2</sup> Untersuchungen für die vier Urfarben durchaus nicht gleich anzunehmen, ja es sollen Grün und Blau sogar einen verdunkelnden Einfluss besitzen, d. h. in der Rechnung wäre ihrer »spezifischen Helligkeit« ein negativer Wert beizulegen.

Die Helligkeit ist also auch hier wieder eine lineare homogene Funktion der Valenzen. Die Funktion enthält aber fünf Glieder, von denen freilich immer mindestens zwei (farbige) gleich Null sind. Da Herr HERING an der Unabhängigkeit der Farbengleichungen von der absoluten Intensität, also an der relativen Verteilung jeder Valenz im Spektrum festhält, so müssen hier die Koeffizienten der einzelnen Glieder als verschiedene Funktionen der absoluten Intensität des Lichtes angenommen werden, da sonst die Helligkeitsverteilung im Spektrum sich nicht mit der absoluten Intensität ändern könnte. Es wäre aber wohl möglich, daß die Koeffizienten, nach Berücksichtigung des in ihnen enthaltenen Faktors der spezifischen Helligkeit, bei den sich auf die vier Grundfarben beziehenden Gliedern jener homogenen linearen Funktion untereinander gleich, von dem Koeffizienten des die weiße Valenz darstellenden Gliedes aber verschieden sind. In diesem Falle reduziert sich die Gleichung auf folgende zweigliedrige Form

$$\mathfrak{H}_\lambda = \alpha \cdot \mathfrak{W}_\lambda + \beta \cdot \mathfrak{F}_\lambda,$$

<sup>1</sup> E. HERING, *Pflügers Archiv*. Bd. 49. S. 563. 1891.

<sup>2</sup> F. HILLEBRAND, *Sitzungsber. der Wiener Akad.* XCVIII. Abt. III. Sitzung vom 21. Febr. 1889.

wo  $\alpha$  und  $\beta$  zwei verschiedene Funktionen der absoluten Intensität des Lichtes sind, und  $\mathfrak{H}_\lambda$  sich auf die gesamte Helligkeit des monochromatischen Lichtes von der Wellenlänge  $\lambda$ ,  $\mathfrak{B}_\lambda$  auf dessen weiße Valenz und  $\mathfrak{F}_\lambda$  auf dessen farbige Valenzen bezieht. Nach der oben gemachten Annahme haben wir dann zu setzen

$$\mathfrak{F}_\lambda = r \cdot \mathfrak{R}_\lambda + g' \cdot \mathfrak{G}'_\lambda + g'' \cdot \mathfrak{G}''_\lambda + b \cdot \mathfrak{B}_\lambda,$$

wo  $\mathfrak{R}_\lambda$ ,  $\mathfrak{G}'$ ,  $\mathfrak{G}''$  und  $\mathfrak{B}$  die vier farbigen Valenzen und  $r$ ,  $g'$ ,  $g''$  und  $b$  die spezifischen Helligkeiten der vier Grundfarben bezeichnen.

Ich habe nun versucht, die bei Hrn. RITTER und mir erhaltenen Kurven auf ihre Übereinstimmung mit dieser vereinfachten Form der von Hrn. HERING entwickelten Anschauung über das Zusammenwirken der Helligkeitskomponenten zu prüfen.

Wenn man zwei beliebige homogene lineare Funktionen  $\mathfrak{M}'$  und  $\mathfrak{M}''$  von  $\mathfrak{B}_\lambda$  und  $\mathfrak{F}_\lambda$  bildet, so ist ersichtlich, daß man bei geeigneter Bestimmung von  $m'$  und  $m''$  stets setzen kann

$$\mathfrak{H}_\lambda = m' \cdot \mathfrak{M}' + m'' \cdot \mathfrak{M}''$$

Ich nahm nun bei mir die für die Helligkeitsstufen  $A$  und  $H$ , bei Hrn. RITTER die für die Helligkeitsstufen  $A$  und  $FGH$  erhaltenen Kurven als  $\mathfrak{M}'$  und  $\mathfrak{M}''$ , und sah zu, ob sich daraus nach dieser Gleichung die übrigen Kurven bilden ließen. Es ergab sich nun, daß dieses für die Kurven gleichwertiger Spaltbreiten durchaus nicht möglich ist, während bei den Kurven der Helligkeitswerte zwar keine genaue Übereinstimmung der Berechnung mit der Beobachtung zu erzielen war, daß aber selbst die größten vorkommenden Abweichungen innerhalb derjenigen Breite der Unsicherheit unserer Beobachtungen lagen, die bei zufällig gleichgerichteter Einwirkung sämtlicher Fehlerquellen noch zuzugestehen ist. Da ich hoffentlich in einiger Zeit über



besseres Beobachtungsmaterial verfüge, welches dann auch gestattet, von der oben eingeführten vereinfachenden Annahme abzusehen, unterlasse ich es hier, auf die Schlusfolgerungen einzugehen, die man aus den Ergebnissen dieser Rechnungsversuche über den Energieverbrauch der beim Sehen vor sich gehenden Prozesse ziehen könnte.

#### § 6. Die spektrale Verteilung der Helligkeitswerte bei hoher Intensität.

Wir wollen uns nun zunächst etwas eingehender mit der spektralen Verteilung der Helligkeitswerte bei derjenigen Helligkeitsstufe beschäftigen, wo wenigstens annähernd die obere Grenze der Abhängigkeit von der absoluten Intensität erreicht ist (Stufe  $H$  resp.  $FGH$ ). Die schon mitgeteilten Bestimmungen ergeben eine ziemlich gute Übereinstimmung der den beiden normalen trichromatischen Farbensystemen zukommenden Kurven sowohl untereinander als auch mit der dem (dichromatischen) »grünblinden« Farbensystem des Hrn. E. BRODHUN angehörenden. Frühere von mir angestellte Beobachtungen ähnlicher Art, die ich bis jetzt noch nicht veröffentlicht habe, bewahren mich glücklicherweise davor, aus den jetzigen Beobachtungen einen verallgemeinernden, vor-eiligen Schluß zu ziehen; denn sie zeigen, daß trichromatischen Farbensystemen auch Kurven der Helligkeitswerte eigen sind, die sich in ihrer Gestalt von meiner Kurve und der Fr. ELSE KÖTTGEN angehörenden wesentlich unterscheiden und Übergangsformen zu derjenigen Kurve der Helligkeitswerte bilden, die dem (dichromatischen) »rotblinden« Farbensystem des Hrn. RITTER zukommt. Die drei von mir vor mehreren Jahren untersuchten Personen, die Hrn. L., M. und Kr., besitzen ein normales trichromatisches Farbensystem; wenigstens zeigen ihre Farbengleichungen unter sich und mit den von mir hergestellten nur unwesentliche Verschiedenheiten, wenn man sie gemeinsam gegenüberstellt den-

jenigen Farbgleichungen, die dem Typus der anomalen trichromatischen Farbensysteme zukommen, wie er von Lord RAYLEIGH und F. C. DONDEERS zuerst beobachtet und dann von Hrn. C. DIETERICI und mir eingehender untersucht worden ist. Das Verhältnis der Komponenten in den von ihnen hergestellten Mischungen von Lithium-Rot und Thallium-Grün zu der Farbe von Natrium-Gelb weicht zwar von dem für mich erforderlichen Verhältnis nach derselben Richtung ab, wie es für anomale trichromatische Farbensysteme der Fall; aber die stets hervorgetretene unausgefüllte Kluft zwischen der normalen und der anomalen Gruppe der Trichromaten hatte keiner der drei Herren überschritten, so daß also auf Grund der DONDERSSchen Lithium-Thallium-Probe ihre Zurechnung zu den sogenannten normalen Trichromaten keinem Zweifel unterliegen kann. Die Bestimmungen wurden vor etwa drei Jahren mit demselben Apparate gemacht, den auch Hr. E. BRODHUN bei seinen Helligkeitsvergleichen benutzte. Wie oben schon erwähnt ist, war die Beschaffenheit des damals benutzten Lichtes und die Dispersion von der jetzigen etwas verschieden; doch es ließen sich Koeffizienten finden, welche mit hier genügender Annäherung eine Reduktion der früheren Beobachtungen auf das jetzige Spektrum gestatteten. Die Helligkeitsvergleiche erstreckten sich nicht auf das ganze Spektrum, sondern umfaßten nur den für die Gestalt der Kurve charakteristischsten Teil von  $650\ \mu\mu$  bis  $530\ \mu\mu$ ; sie geschahen auch nicht bei denselben Wellenlängen wie jetzt. Ich habe aus den damaligen Beobachtungen, die bereits nach unserer jetzigen Methode angestellt wurden, d. h. die Kurven gleichwertiger Spaltbreiten, resp. der Helligkeitswerte ergaben, die Zahlen für die jetzt benutzten Wellenlängen durch graphische Interpolation gewonnen und an ihnen die genannte Reduktion auf das neue Spektrum ausgeführt.

Zu ungefähr derselben Zeit hatte ich Gelegenheit, die

Kurven der Helligkeitswerte an dem rechten dichromatischen, und zwar »rotblinden« Auge des Hrn X., eines in physikalischen Untersuchungen geschulten Beobachters, zu bestimmen. Auch diese Kurve wurde jetzt in völlig analoger Weise wie die soeben besprochenen umgerechnet. Ich lege auf sie besonderen Wert, da das linke, dem rechten ursprünglich völlig gleiche Auge ein Jahr vorher infolge einer Netzhautablösung die Farbenempfindung völlig verloren hatte, also ein pathologisch entstandenes monochromatisches Farbensystem besaß. Auf die hierauf bezüglichen, beide Augen vergleichenden Beobachtungen werde ich weiter unten in § 11 näher eingehen.

Die Helligkeitsstufe, bei der ich damals an diesen vier Personen die Bestimmung der Helligkeitswerte vorgenommen habe, läßt sich freilich nicht genau und sicher auf das jetzt benutzte Einheitsmaß beziehen, doch kann ich sie aus den Angaben meiner Beobachtungsprotokolle bei den Beobachtungen der Hrn. L., M. und Kr. zu etwa 100, bei den Beobachtungen des Herrn X. zu etwa 50 unserer jetzigen Einheiten schätzen. Es würde dieses also ungefähr den Stufen *G* resp. *F* entsprechen.

In der folgenden Tabelle führe ich die erhaltenen Werte auf und wiederhole des Vergleichs halber die an den vier jetzt untersuchten Personen für die Stufe *H* erlangten, oben schon angegebenen Werte.

Wellen- länge	Helligkeitswerte							
	Normale trichromatische Farbensysteme					Dichromatische Farbensysteme		
	A. KÖNIG	E. KÜTT- GEN	L.	M.	Kr.	»Grünblind«	»Rotblind«	
						E. BRODHUN	R. RITTER	X
670 $\mu\mu$	0.855	1.120	—	—	—	0.540	0.0518	0.071
650 »	2.381	2.137	1.15	—	0.64	1.368	0.155	0.183
625 »	3.460	3.413	2.06	1.10	1.24	2.630	0.493	0.517
605 »	3.650	3.247	2.56	1.66	1.56	3.003	0.996	0.976
590 »	3.030	2.645	2.38	2.05	1.58	2.539	1.389	1.370
575 »	2.358	1.923	2.00	2.08	1.56	2.183	1.615	1.477
555 »	1.695	1.389	1.50	1.65	1.36	1.661	1.412	1.339
535 »	1. —	1. —	1. —	1. —	1. —	1. —	1. —	1. —
520 »	0.554	0.553	—	—	—	0.576	0.606	0.700
505 »	0.224	0.250	—	—	—	0.225	0.314	0.492
490 »	0.0994	0.092	—	—	—	0.0846	0.152	0.250

Der Umstand, daß der Helligkeitswert für Licht von der Wellenlänge 535  $\mu\mu$ , für welches die Absorption in dem Pigment der Macula lutea bei verschiedenen Personen sehr ungleich ist, stets gleich 1 gesetzt, läßt die Kurven verschiedener erscheinen, als sie thatsächlich sind. Ein richtigeres Bild würde entstehen, wenn die von der Abscissenaxe und der Kurve umschlossene Fläche stets gleich gesetzt würde. Ich habe hier davon abgesehen, weil nur ein kleiner Teil der Kurven bis an das Ende des Spektrums verfolgt war; die Reduktion auf gleiche Fläche wäre daher zu unsicher geworden.

Diese Benutzung eines ungeeigneten Maßstabes tritt in Tafel V die u. a. eine graphische Darstellung dieser Kurven enthält, in noch viel augenfälliger Weise hervor.

Als Resultat können wir also hinstellen, daß selbst bei sehr ähnlichen, demselben Typus angehörigen Farbensystemen die Kurven der Helligkeitswerte sehr verschieden sein können. Ob auch innerhalb jeder der beiden Gruppen der Dichromaten, also der »Rotblinden« und »Grünblinden«, größere Verschiedenheiten in der Verteilung der Helligkeitswerte vor-

kommen, kann ich aus eigener Beobachtung nicht beurteilen. Ich habe die Kurve der Helligkeitswerte bisher nur bei einem »Grünblinden« und bei zwei »Rotblinden« bestimmt. Bei den beiden letzteren hatte, wie aus der obigen Tabelle hervorgeht, die Kurve ähnlichen Verlauf. — DONDERS<sup>1</sup> hat bei seiner ersten hierauf bezüglichen, nach einer weniger vollkommenen Methode angestellten Beobachtungsreihe einzelne Übergangsformen zwischen den beiden Typen gefunden, in der zweiten Reihe jedoch nicht. Soviel ich weiß, hat er die versprochene ausführlichere Veröffentlichung des Beobachtungsmaterials nicht mehr ausgeführt. Ich selbst möchte diese Frage zunächst unentschieden lassen.

Aus der völligen oder angenäherten Gleichheit der Farbengleichungen zweier Personen können wir daher durchaus nicht auf ein ähnliches Verhalten hinsichtlich ihrer heterochromen Helligkeitsgleichungen schließen.

Ist, wie wir oben schon erörtert haben, der Helligkeitswert jeder Farbe eine homogene und lineare Funktion der Stärke der Grundempfindungen (gleichviel, welcher Theorie wir uns anschließen), so müssen bei zwei hinsichtlich der spektralen Verteilung der Helligkeitswerte verschiedenen Personen, welche aber alle Farbengleichungen gegenseitig anerkennen, entweder die Koeffizienten jener Funktion nicht dieselben sein, so daß also dieselbe Grundempfindung hinsichtlich ihres Einflusses auf die Helligkeit verschieden ins Gewicht fällt, oder die spektrale Verteilung der Grundempfindungen ist bei beiden Personen nicht dieselbe, dann aber müssen die diese Verteilung darstellenden Kurven bei der einen Person homogene lineare Funktionen derjenigen der anderen Person sein. Soviel ich weiß, sind bisher keine Beobachtungen in der Richtung angestellt, daß man aus ihnen auf die Richtigkeit der einen oder der anderen

<sup>1</sup> F. C. DONDERS, *Gräfes Archiv*. XXVII (1), S. 196, 1881 — und XXX (1), S. 76. 1884.

dieser beiden Möglichkeiten schließen könnte. Wohl aber kann man bereits prüfen, ob jene homogene lineare Abhängigkeit zwischen dem Helligkeitswert und der Stärke der Grundempfindungen besteht; es muß in diesem Falle nämlich die Kurve der Helligkeitswerte auch den Farbengleichungen genügen. Man braucht also nur von derselben Person bei wenigstens annähernd derselben Helligkeit in einer beliebigen Spektralregion Farbengleichungen und heterochrome Helligkeitsgleichungen herstellen zu lassen. Bezeichnen wir mit den Indices 1, 2 und 3 drei bestimmte Spektralfarben, und schreiben wir eine zwischen diesen herzustellende Farbengleichung in der Form

$$a. L_1 + b. L_3 = L_2,$$

so müssen  $L_1$ ,  $L_2$  und  $L_3$  nicht nur durch die Werte der Grundempfindungen, sondern auch durch die Helligkeitswerte ersetzt werden können.

Für die oben bereits erwähnten Hrn. L., M. und KR. und für mich verfüge ich über derartige Parallelbeobachtungen, welche ich damals aus anderem Gesichtspunkte und daher nicht in einer für den hier vorliegenden Zweck ganz geeigneten Auswahl der Komponenten in den Farbengleichungen angestellt habe. Die Wellenlängen der Mischungskomponenten waren  $630 \mu\mu$  und  $540 \mu\mu$ ; es wurden Farbengleichungen hergestellt mit Licht von  $610 \mu\mu$ ,  $590 \mu\mu$  und  $570 \mu\mu$ , also im ganzen 12 Farbengleichungen, die jedoch als nicht ganz vollkommen angesehen werden konnten, da geringe Sättigungsunterschiede bestehen blieben.

Da von den Hrn. L., M. und KR. keine Helligkeitsgleichungen bei der einen Mischungskomponente  $540 \mu\mu$  hergestellt waren, so habe ich hier graphisch interpoliert.

Die Resultate der Berechnung und Vergleichung sind in der folgenden Tabelle eingetragen.

Bei jedem der vier Beobachter enthält die erste Kolumne die beobachteten Helligkeitswerte, wobei hier die Reduktion

auf das jetzt benutzte Spektrum und auf den Helligkeitswert 1 für die Wellenlänge  $535 \mu\mu$  nicht ausgeführt ist; die drei durch Interpolation erhaltenen Werte sind eingeklammert. Die zweite Kolumne enthält die aus den Komponenten berechneten Helligkeitswerte der Mischung; sie müssen, wenn eine homogene lineare Abhängigkeit zwischen Helligkeitswert und der Stärke der Grundempfindungen besteht, gleich dem Helligkeitswert des gleichgefärbten monochromatischen Lichtes sein. Die dritte Kolumne giebt die Differenz: Berechnung minus Beobachtung in Prozenten.

Bei neun Mischungen beträgt diese Differenz 4% und weniger; die übrigen drei weichen um 10%, resp. 11%, resp. 14% ab.

Berücksichtigt man, daß bei jeder Helligkeitsgleichung ohne weiteres ein Fehler bis zu 5% zuzugestehen ist, daß hier in jede Berechnung drei derartige Werte eingehen, und daß endlich die Farbgleichungen auch etwas unsicher waren, so glaube ich, daß man in diesen drei größeren Abweichungen wenigstens keine Widerlegung für das Vorhandensein jener Beziehung sehen darf. Weitere Untersuchungen freilich können erst vollkommene Sicherheit bringen.

Wellenlänge	Helligkeitswerte											
	KÖNIG			L.			M.			Kr.		
	Beobachtung	Berechnung	Differenz	Beobachtung	Berechnung	Differenz	Beobachtung	Berechnung	Differenz	Beobachtung	Berechnung	Differenz
630 $\mu\mu$	0.92			0.75			0.60			0.61		
610 "	1.17	1.05 - 10%		1.00	1.02 + 2%		1.00	1.00	0%	1.00	0.89 - 11%	
590 "	1.00	0.98 - 2%		0.93	0.91 - 2%		1.30	1.12 - 14%		1.00	0.99 - 1%	
570 "	0.74	0.72 - 3%		0.72	0.71 - 1%		1.20	1.16 - 3%		0.95	0.97 + 2%	
550 "				0.50			0.91			0.75		
540 "	0.34			0.39			0.67			0.60		
530 "				0.28			0.43			0.47		

§ 7. Die spektrale Verteilung der Helligkeitswerte bei sehr niedriger Intensität und ihre Beziehung zu angeborenen monochromatischen Farbensystemen.

Die PURKINJESche Beobachtung, daß mit abnehmender Helligkeit die Farbenunterschiede geringer werden, und daß wir bei sehr schwacher Beleuchtung in der uns umgebenden Außenwelt nur noch Helligkeitsunterschiede, aber keinerlei Farbenunterschiede mehr wahrnehmen können, wird durch die alltägliche Erfahrung bestätigt. Daß dieses Verschwinden des Farbeindrucks vor dem völligen Untersinken unter die Reizschwelle auch bei spektralen Lichtern eintritt, ist viel schwieriger zu beobachten, und es zeigt sich auch, daß hier das Rot eine Ausnahme macht, indem es wahrscheinlich bis zur unteren Reizschwelle, jedenfalls aber bis in unmittelbare Nähe derselben seine Farbe beibehält.<sup>1</sup> Hr. HERING hat zuerst auf die theoretische Bedeutung dieses Zurücktretens der farbigen Empfindung nachdrücklich hingewiesen, und aus seinem Laboratorium sind denn auch die ersten darauf bezüglichen messenden Versuche hervorgegangen.

Die Lichtintensität, bei der diese Erscheinung überhaupt auftritt, ist so gering, daß nur ein längere Zeit für völlige Dunkelheit adaptiertes Auge dieselbe wahrnehmen kann.

<sup>1</sup> Soviel ich finden kann ist Hr. W. v. BEZOLD der Erste, der darauf bezügliche Beobachtungen veröffentlicht hat. Die mir bekannt gewordene Litteratur über diesen Gegenstand ist die folgende:

W. v. BEZOLD, *Pogg. Ann.* Bd. 150. S. 238. 1873. — *Die Farbenlehre im Hinblick auf Kunst und Kunstgewerbe.* S. 28. Braunschweig. 1874.

C. BOHN, *Pogg. Ann.* Erg.-Bd. 6. S. 400. 1874.

J. v. KRIES, *du Bois' Archiv*, Jahrg. 1878. S. 523. — *Die Gesichtsempfindungen und ihre Analyse.* S. 82. Leipzig. 1882. (Suppl.-Bd. zu *du Bois' Archiv*. Jahrg. 1882.)

F. C. DONDERS, *Gräfes Archiv.* XXVII (1), S. 196. 1881.

H. F. WEBER, *Sitzungsber. der Berl. Akad. vom 9. Juli.* 1887.



Nach Hrn. HERINGS Ansicht ist die Empfindlichkeit eines solchen Auges für die weißen Valenzen des Lichtes gesteigert, für die farbigen Valenzen aber die normale; infolgedessen kommt bei so geringer absoluter Intensität nur eine Weiß-Empfindung und keine Farben-Empfindung zu Stande. Die Kurve der Helligkeitswerte ist nach dieser Anschauung dann also identisch mit einer Kurve der spektralen Verteilung der weißen Valenz.

Nach der Theorie der Gegenfarben ist die totale Farbenblindheit durch den Wegfall der farbigen Valenzen des Lichtes zu erklären, und es muß daher die Kurve der Helligkeitsverteilung im Spektrum eines total Farbenblinden, wie sie zuerst von DONDERS<sup>1</sup> und dann von Hrn. C. DIETERICI und mir<sup>2</sup> bestimmt ist, mit jener Kurve der weißen Valenzen, soweit nicht zufällige individuelle Verschiedenheiten (Absorption in den Augenmedien u. s. w.) geringe Abweichungen bedingen, zusammenfallen. Ich habe sofort, nachdem Hr. HILLEBRAND<sup>3</sup> seine in Hrn. HERINGS Laboratorium gewonnene »Kurve der spektralen Verteilung der weißen Valenzen« veröffentlichte, diese drei Kurven (die HILLEBRAND'sche, die DONDERS'sche und die von Hrn. C. DIETERICI und mir bestimmte), so gut es möglich war, auf dasselbe Spektrum umgerechnet und innerhalb der zu erwartenden Genauigkeit völlige Übereinstimmung gefunden.<sup>4</sup> Ich muß gestehen, daß mich dieses Eintreffen der HERING'schen Voraussage anfanglich ungemein betroffen machte. — aber zur Zeit der Eclipsyden-Theorie hat man ja auch Sonnen- und Mondfinsternisse richtig im voraus berechnet.

<sup>1</sup> F. C. DONDERS. *Onderzoek. gedaan in het Physiol. Laborat. der Utrechtsche Hoogeschool.* Siehe *Verh. D. VII* No. 95. 1862.

<sup>2</sup> A. KÖNIG und C. DIETERICI. *Sitzungsber. der Berl. Akad.* 29. Juli 1866.

<sup>3</sup> F. HILLEBRAND. *Sitzungsber. der Wiener Akad.* No. 90. Sitzung vom 21 Febr. 1869.

<sup>4</sup> Verg. weiter unten S. 355—359.

Neuerdings hat Hr. HERING<sup>1</sup> selbst Gelegenheit gehabt, einen Fall totaler Farbenblindheit näher zu untersuchen, und fand ebenfalls eine fast völlige Identität beider Kurven.

Die YOUNG-HELMHOLTZsche Theorie hat dieser Tatsache gegenüber so lange einen schweren Stand, als sie an der Unveränderlichkeit der Intensitätskurven für die Grundempfindungen festhält. Wo aber jetzt nach Hrn. E. BRODHUNS Untersuchungen<sup>2</sup> an einer Abhängigkeit der Gestalt derselben von der Intensität nicht mehr gezweifelt werden kann,<sup>3</sup> ist die Hebung des scheinbar vorhandenen Widerspruches nicht schwierig: die Zersetzbarkeit der drei photochemischen Substanzen (oder Erregbarkeit der drei Faserarten), welche für mittlere Helligkeiten jenen drei monochromatischen Farbensystemen zukommt, ist gleich derjenigen, welche für die übrigen Farbensysteme bei sehr niedriger Helligkeit besteht.

Dafs bei total Farbenblinden nicht ausschliesslich diese Art der Helligkeitsverteilung vorkommt, lehren zwei von mir und zwei anderweitig beobachtete, weiter unten § 11 näher besprochene Fälle; damit ist aber, soviel ich sehe, Hrn. HERINGS Beweisführung in ihrem wesentlichsten Punkte hinfällig geworden.

Wenn ich somit auch der spektralen Verteilung der Helligkeitswerte bei sehr niedriger Intensität nicht diejenige Bedeutung und Auffassung beilege, welche ihr Hr. HERING zu teil werden läfst, so ist doch ihre Bestimmung immerhin von sehr grossem Interesse, besonders da, wie schon aus den oben mitgeteilten Tabellen hervorgeht, der Verlauf der Kurve auch bei dichromatischen Farbensystemen, sowohl bei »Rotblinden« als bei »Grünblinden«, mit demjenigen bei trichromatischen

<sup>1</sup> E. HERING, *Pflügers Archiv*. Bd. XLIX. S. 563—608. 1891.

<sup>2</sup> A. KÖNIG, *Sitzungsber. der Berliner Akad.* vom 31. März 1887.

<sup>3</sup> In einiger Zeit wird auch Hr. E. TONN eine grosse Anzahl darauf bezüglicher, auf meine Veranlassung angestellter Versuche veröffentlichen, welche mit den Ergebnissen des Hrn. E. BRODHUN völlig übereinstimmen.

fast völlig übereinstimmt. Die Abweichungen sind so gering, daß man sie entweder als Beobachtungsfehler, die besonders an den Enden des Spektrums leicht vorkommen können, oder als individuelle und nicht als typische Verschiedenheiten ansehen kann.

Ich gebe hier zunächst eine Zusammenstellung aller mir bekannten Kurven der Helligkeitswerte für sehr niedrige Intensität und außerdem der Kurven der Helligkeitswerte der bisher näher untersuchten drei Personen mit angeborener totaler Farbenblindheit. Um sie untereinander vergleichen zu können, habe ich sie alle auf das jetzt benutzte Spektrum umgerechnet.

Über die einzelnen Kurven ist noch folgendes zu bemerken,

#### A. Trichromatische Farbensysteme.

1. A. KÖNIG } aus den obigen Tabellen S. 340 hier
2. E. KÖTTGEN } wiederholt.
3. F. HILLEBRAND. Bei der Umrechnung wurde die Voraussetzung gemacht, daß die von Hrn. HILLEBRAND in den seiner Abhandlung beigelegten Figuren benutzte Abscissenaxe das seinen Messungen zu Grunde liegende Dispersionsspektrum darstellt, und daß sein Gaslicht dieselbe spektrale Zusammensetzung hat wie das meininge. Es lassen sich dann durch vergleichende Abmessung der Abstände der FRAUNHOFER'schen Linien leicht hinreichend genaue Umrechnungskoeffizienten finden.

4. PERKINS (von Hrn. HERTZ in der zuletzt genannten Abhandlung veröffentlicht). Die Dispersion ist dieselbe wie in meinem Spektrum. Die Umrechnung des Violett Spektrums auf das Gaspektrum liegt zu Verfügen zu Grunde, die ich gemeinsam mit Hrn. C. DREIER in mehreren Jahren bestimmt habe. Die Original-Vertheilung der Wellenlänge ist 341  $\mu$  und eine Dispersion, die der Kurve der besonders in der Umrechnung benutzten ist, ist nur

daher erlaubt, die Reduktion auf das jetzt von mir benutzte Spektrum auch einmal in der Art durchzuführen, daß ich (freilich etwas willkürlich) diesen Punkt um 10 % erniedrigte. — Die Resultate beider Untersuchungen sind angegeben.

#### B. Dichromatische Farbensysteme.

1. E. BRODHUN — »Grünblind«
2. R. RITTER — »Rotblind«

} S. 341 u. 342 wiederholt.

#### C. Monochromatische Farbensysteme.

1. A. BEYSSELL. Aus meiner gemeinsam mit Hrn. C. DIETERICI veröffentlichten Abhandlung entnommen und auf die etwas verschiedene spektrale Zusammensetzung des jetzigen Spektrums reduziert.<sup>1</sup>

2. Hrn. HERINGS total Farbenblinder. Die Umrechnung geschah in derselben Weise wie bei A. 4.

3. DONDERS' total Farbenblinder. Die Wellenlängen und Helligkeitswerte (Abscissen und Ordinaten), die aus der Figur, welche DONDERS seiner Abhandlung beigelegt hat, abgelesen sind, beziehen sich auf das Interferenzspektrum des Sonnenlichtes. Die Umrechnung geschah in ganz analoger Weise wie bei den übrigen Kurven.

<sup>1</sup> Ich will hier noch bemerken, daß dieser total Farbenblinde, der inzwischen verstorbene Gewerbeschuldirektor Hr. Dr. A. BEYSSELL, mir mehrfach versichert hat, daß in grellster Sonnenbeleuchtung Gegenstände, von denen er wisse, daß sie als rot bezeichnet würden, ihm manchmal eine Farbenempfindung verursachten, die er sonst niemals habe und die ihn jedesmal als etwas ganz Ungewohntes in Erstaunen setze, er habe sie nur sehr selten gehabt; und er konnte auch keine näheren Angaben über die erforderlichen Begleitumstände machen. Es gelang mir nicht, selbst durch Benutzung von rotem monochromatischen Licht in der größten verfügbaren Intensität, diese Empfindung bei ihm absichtlich auszulösen.

Wellenlänge	Helligkeitswerte									
	Trichromatische Farbensysteme (Helligkeitsstufe A)					Dichromatische Farbensysteme (Helligkeitsstufe A)		Monochromatische Farbensysteme		
	A. KÖNIG	E. KÖTTGEN	HILLEBRAND	PERELES (unkorrigiert)	PERELES (korrigiert)	*Grünblind* E. BRODHUN	*Rotblind* R. RITTER	A. BRYSSER	[HERING]	[DONDERS]
670 $\mu\mu$	0.00529	0.0113	—	—	—	0.00708	0.00343	0.00079	—	—
650 »	0.0114	0.0253	—	—	—	0.0169	0.00904	0.0074	—	—
625 »	0.0487	0.0630	0.098	—	—	0.0519	0.0504	0.033	—	—
605 »	0.116	0.146	0.27	—	—	0.140	0.139	0.18	—	0.41
590 »	0.233	0.319	0.42	—	—	0.267	0.234	0.33	0.31	0.50
575 »	0.501	0.479	0.65	0.3	0.36	0.529	0.438	0.58	0.59	0.67
555 »	0.812	0.866	0.92	0.81	0.88	0.820	0.774	0.86	0.92	0.84
535 »	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—
520 »	0.919	0.951	0.90	0.80	0.89	0.966	0.956	0.93	0.92	0.84
505 »	0.634	0.739	0.68	0.54	0.60	0.664	0.759	0.61	0.64	0.48
490 »	0.334	0.386	0.48	0.31	0.35	0.400	0.431	0.27	0.42	0.25
470 »	0.154	0.186	0.26	0.21	0.23	0.162	0.196	0.088	0.22	0.092
450 »	0.0466	0.0600	0.11	0.059	0.065	0.0476	0.0650	0.016	0.059	0.035
430 »	0.00867	0.0120	0.049	0.010	0.012	0.00975	0.0109	0.0022	0.015	0.005

Über den Grad der Unsicherheit dieser Umrechnungen, deren Ergebnisse mit Ausnahme der nicht korrigierten Kurve von Hrn. PERELES auf Tafel VI eingezeichnet sind, kann ich, wie in der Natur der Sache liegt, durchaus kein sicheres Urteil abgeben und bin daher ungewiss, wieviel von den zwischen allen diesen Kurven vorkommenden Abweichungen den benutzten Koeffizienten, und wieviel der Beschaffenheit der Farbensysteme selbst zuzurechnen ist. Nur sind die großen Unterschiede am blauen Ende des Spektrums wohl ohne Zweifel der durch die Altersdifferenzen der untersuchten Personen bedingten, mehr oder minder starken Gelbfärbung der Linse zuzuschreiben.

### § 8. Die untere Reizschwelle.

Die niedrigste der in der vorliegenden Untersuchung benutzten Helligkeitsstufen (A) war durch den Umstand gegeben,

dafs bei noch geringerer Intensität die Einstellungsfehler auf gleiche Helligkeit trotz der gänzlich verschwundenen Farbdifferenz zu beträchtlich waren. Die untere Reizschwelle lag schon sehr nahe, und es wurde bei den vier jetzt untersuchten Personen bestimmt, auf welchen Bruchteil die objektive Intensität der Helligkeitsstufe  $A$  bei Licht von der Wellenlänge  $535 \mu\mu$  zu vermindern war, um gerade noch eben merklich zu bleiben. Es ergaben sich, wie auch schon in der Tabelle auf S. 336 angegeben ist, folgende Werte:

Beobachter	$S =$ untere Reizschwelle
A. KÖNIG	$0,11 \ A = 0,00024$
E. KÖTTGEN	$0,34 \ A = 0,00079$
E. BRODHUN	$0,29 \ A = 0,00074$
R. RITTER	$0,11 \ A = 0,00037$

Es geht aus dieser Zusammenstellung hervor, dafs die Beschaffenheit des Farbensystems ohne Einfluss ist, denn Fräulein E. KÖTTGEN und ich bilden, obgleich wir beide ein normales trichromatisches Farbensystem besitzen, die Extreme, während der »rotblinde« Hr. RITTER mit mir ziemlich zusammenfällt.

Die Unsicherheit der Einstellung auf Ebenmerklichkeit ist zwar beträchtlich, aber wenn man sich längere Zeit an völlige Dunkelheit adaptiert hat, doch immerhin unvergleichlich geringer, als man nach den ersten Versuchen, die stets recht mangelhaft ausfallen, erwarten sollte.

Hr. R. RITTER und ich haben die unteren Reizschwellen auch für die anderen spektralen Lichter genauer bestimmt. Es ist ersichtlich, dafs man die »ebenmerkliche Helligkeit« als eine bestimmte Helligkeitsstufe auffassen kann, und dafs demgemäfs für diese sich ebensogut, wenn auch mit einem viel gröfseren Beobachtungsfehler eine »Kurve gleichwertiger Spaltbreiten« und eine »Kurve der Helligkeitswerte« bestimmen

läßt, wie bei den anderen Helligkeitsstufen. Das, was man eben wahrnehmen kann, hat stets dieselbe Helligkeit, gleichviel von welchem Licht der Reiz ausgeht. Hr. RITTER hatte bei der Reizschwelle niemals die Empfindung irgend einer Farbe, während ich bei den Wellenlängen  $650\ \mu\mu$  und  $670\ \mu\mu$  stets den schwachen Eindruck von Rot bekam.

Die in solcher Weise gemachten Bestimmungen der Spaltbreiten und Helligkeitswerte für unser Spektrum sind in den oben bereits abgedruckten Tabellen auf S. 339—342 schon enthalten und als Helligkeitsstufe *S* eingeordnet. Da der Verlauf der Zahlen kein so glatter ist wie in den übrigen Kolumnen, so habe ich die entsprechenden Kurven in den Tafeln III und IV nicht eingezeichnet; sie würden die Übersichtlichkeit beeinträchtigt haben.

Hr. R. RITTER wurde bei der Bestimmung der unteren Reizschwellen durch das starke Eigenlicht seiner Netzhaut sehr oft gestört und mußte dann mehrere Minuten lang seine Einstellungen unterbrechen, um die aufgetretenen subjektiven Erscheinungen langsam abklingen zu lassen. Hieraus ist es auch zu erklären, daß der Verlauf seiner Kurve der Helligkeitswerte bei den Reizschwellen viel unregelmäßiger ist als bei mir. An vier Stellen sind die Werte im Widerspruch mit dem PÜCKINGERSchen Phänomen und daher in den obigen Tabellen mit einem Sternchen \* versehen. Da aber gerade diese Werte außerhalb eines glatten Verlaufes der Kurve liegen u. glaube ich mich ohne Bedenken berechnigt, sie als fehlerhaft zu bezeichnen und aus den sonst übrigen Werten auf das regelmäßige Vorhandensein des PÜCKINGERSchen Phänomens auch beim Übergang der Helligkeitsstufe *A* zu der Helligkeitsstufe *S* zu schließen.

Die folgende Tabelle enthält eine nochmalige Zusammenstellung der Spaltbreiten und Helligkeitswerte für die untere Reizschwelle des Hrn. RITTER und mir; nur habe ich jetzt des Hrn. RITTER an zwei von der oben erwähnten vier

Stellen ( $505\ \mu\mu$  und  $470\ \mu\mu$ ) die früheren Mittelwerte durch solche Einzeleinstellungen ersetzt, welche im glatten Kurvenverlaufe liegen. Die ersetzten Mittelwerte sind in Klammern mit kleinen Zahlen nochmals beigefügt.

Helligkeitsstufe der unteren Reizschwelle  
(Stufe S).

Wellenlänge	Gleichwertige Spaltbreiten		Helligkeitswerte	
	A. KÖNIG	R. RITTER	A. KÖNIG	R. RITTER
670 $\mu\mu$	296.1	271.8*	0.00338	0.00368*
650 „	178.35	121.2	0.00561	0.00825
625 „	34.78	22.35	0.0288	0.0447
605 „	12.12	13.85	0.0825	0.0722
590 „	5.66	6.07	0.177	0.165
575 „	2.76	2.30	0.362	0.435
555 „	1.40	1.24*	0.713	0.806*
535 „	1.—	1.—	1.—	1.—
520 „	1.071	1.01	0.934	0.990
505 „	1.539	$\left. \begin{array}{l} 1.20 \\ (1.85^*) \end{array} \right\}$	0.650	$\left. \begin{array}{l} 0.833 \\ (0.541^*) \end{array} \right\}$
490 „	2.342	2.16	0.427	0.463
470 „	5.974	$\left. \begin{array}{l} 4.80 \\ (7.23^*) \end{array} \right\}$	0.167	$\left. \begin{array}{l} 0.208 \\ (0.138^*) \end{array} \right\}$
450 „	19.21	13.58	0.0521	0.0736
430 „	131.6*	89.50	0.0076*	0.0112

In einer früher gemeinsam mit Hrn. E. BRODHUN gemachten Untersuchung<sup>1</sup> haben wir unter anderm auch die Gröfse der unteren Reizschwelle zu bestimmen gesucht. Die Einheit der Helligkeit war damals zwar dieselbe wie jetzt, aber es wurde bei dem Übergang von einer Wellenlänge auf die andere das PURKINJESche Phänomen nicht berücksichtigt. Da wir dieses jetzt in Rechnung ziehen können, so sind wir in der Lage, die früher bei mir gewonnenen Resultate mit den jetzigen zu vergleichen, indem wir sie in Helligkeitswerten,

<sup>1</sup> A. KÖNIG und E. BRODHUN. *Sitzungsber. der Berliner Akad.* Sitzung vom 26. Juli 1888.



Licht von  $535 \mu\mu$  bei der Stufe  $S$  gleich 1 gesetzt, ausdrücken.

Wellenlänge	Frühere Resultate		Jetzige Resultate in Helligkeitswerten ( $535 \mu\mu = 1$ )
	in früheren Helligkeitseinheiten	in Helligkeitswerten ( $535 \mu\mu = 1$ )	
670 $\mu\mu$	0,060	0,00342	0,00338
605 »	0,056	0,152	0,0825
575 »	0,0029	0,195	0,362
505 »	0,00017	0,317	0,650
470 »	0,00012	0,0749	0,167
430 »	0,00012	0,0133	0,0076

Die Übereinstimmung ist scheinbar keine gute; nur die Werte für  $670 \mu\mu$  sind dieselben, bei den übrigen ist der jetzige Wert entweder ungefähr das Doppelte oder die Hälfte des früheren. Berücksichtigt man aber, daß in der früheren Untersuchung die Schwächung des Lichtes, die an einzelnen Stellen des Spektrums bis auf  $\frac{1}{1000}$  der ursprünglichen Intensität vorgenommen werden mußte, zum größten Teile durch Absorptionsgläser geschah, deren Auslöschungskoeffizienten vermittels besonderer spektralphotometrischer Messungen bestimmt waren, so glaube ich, daß jeder in derartigen Messungen erfahrene Beobachter keine bessere Übereinstimmung erwarten wird. Die jetzigen Bestimmungen der unteren Reizschwellenwerte sind den früheren in der Zuverlässigkeit der Methode unvergleichlich überlegen, und die damals von Hrn. BRODHUN und mir gemachten Messungen sind nur als die ersten Versuche einer annähernden Auffindung der Größenordnung dieser Werte anzusehen.

Hr. W. UHTHOFF<sup>1</sup> hat früher auf meine Veranlassung die Abhängigkeit der Schärfe von der Beleuchtungs-

<sup>1</sup> W. UHTHOFF, *Verhandl. der Physiol. Gesellschaft zu Berlin*. Sitzung vom 13. Februar 1885. (Abgedr. in *du Bois' Arch. f. Physiol.* Jahrg. 1885.) — *Gräfes Arch. f. Ophthalm.* Bd. 32. (1) S. 198. 1886.

intensität untersucht und dabei auch festgestellt, wie weit man die Beleuchtung verringern mußte, um noch eben etwas zu sehen, d. h. um bei größter Annäherung des Auges an einen schwarzen, auf einer weißen Tafel befindlichen, großen SNELLENschen Probehaken dessen Stellung noch eben wahrnehmen zu können. Es ist ersichtlich, daß die hierzu erforderliche Beleuchtung etwas oberhalb der unteren Reizschwelle liegen muß. Da ich mich damals selbst bei diesen Versuchen beteiligte, so ist ein Vergleich mit dem jetzt bei mir für die untere Reizschwelle erhaltenen Werte möglich. Die bei den früheren Versuchen für mich notwendige Minimal-Beleuchtung war gleich derjenigen von einer Kerze in ca. 360 m Entfernung. Berücksichtigt man nun, daß damals mit freiem Auge, d. h. ohne irgend ein vorgesetztes Diaphragma, beobachtet wurde, und daß (wie ich durch eine nachträglich gemachte Messung fand) meine Pupillenöffnung in solcher Dunkelheit ca. 60 qmm groß ist, und daß endlich das zur Definition unserer jetzigen Helligkeitseinheit benutzte Platinlicht ungefähr gleich 1,7 Kerzen ist, so ergibt sich die damalige Beleuchtungsintensität zu ca. 0,00030 unserer jetzigen Helligkeitseinheit. Wir haben aber soeben (S. 360) gesehen, daß sich jetzt für meine untere Reizschwelle der Wert von 0,00024 Einheiten fand. Die Übereinstimmung ist besser, als man sie unter den vorliegenden Umständen nur erwarten kann. In Wirklichkeit wird der Unterschied beider Werte wohl etwas größer sein.

#### § 9. Bestimmung der Helligkeitswerte in einem Spektrum mit gleichmäßiger Energieverteilung.

Die bisher angeführten Kurven gleichwertiger Spaltbreiten und der Helligkeitswerte haben nur Bezug auf das von dem benutzten Spektralapparat gelieferte Dispersionsspektrum der Triplex-Gasbrenner. Eine absolute Bedeutung kommt ihnen erst dann zu, wenn man sie reduziert auf ein Spektrum mit gleichmäßiger Verteilung der Energie, so daß man also den

relativen Helligkeitswert der verschiedenen, nur in der Wellenlänge sich unterscheidenden Formen der Licht-Energie bestimmt. Der direkteste Weg zu einer solchen Umrechnung würde in einer experimentellen Messung der Energieverteilung in dem hier benutzten Spektrum bestehen. Ihn zu betreten, war ich jetzt noch nicht in der Lage; ich hoffe jedoch, derartige Messungen bei der beabsichtigten Wiederholung und Erweiterung der vorliegenden Untersuchung in den Beobachtungsplan aufnehmen zu können.

Um jedoch jetzt schon einigermaßen einen Überblick über das Ergebnis einer solchen Umrechnung zu gewinnen, habe ich anderweitig vorliegende Messungen der spektralen Energieverteilung zu Hülfe genommen, und zwar benutzte ich die letzte der von Hrn. S. P. LANGLEY<sup>1</sup> gemachten Bestimmungen, welche wohl als die zuverlässigste der bisher ausgeführten betrachtet werden muß. Unter der Voraussetzung, daß das von Hrn. LANGLEY untersuchte Sonnenlicht dieselbe Beschaffenheit hat wie dasjenige, welches Hr. C. DIETERICI und ich bei der Reduktion unserer früher gemeinsam gemachten Beobachtungen spektralphotometrisch mit dem Gaslicht verglichen haben, findet sich die folgende relative Energieverteilung in dem in der vorliegenden Untersuchung benutzten Dispersionsspektrum des Lichtes der Triplex-Gasbrenner, wobei der Wert für die Wellenlänge  $535\ \mu\mu$  gleich 1 gesetzt ist.

---

<sup>1</sup> S. P. LANGLEY, *Sill. Journ.* (3) XXXVI. p. 359. 1888. — Die »Energy and Vision« betitelte Abhandlung verfolgt ungefähr dasselbe Ziel, welches in diesem Paragraphen angestrebt ist. Ich möchte nicht auf eine vergleichende Kritik dieser Arbeit eingehen, so lange ich selbst noch keine Energiemessungen ausgeführt habe.

Tabelle der Energieverteilung im Dispersionsspektrum des Gaslichtes.

Wellenlänge	Energie	Wellenlänge	Energie
670 $\mu\mu$	13.00	535 $\mu\mu$	1. —
650 »	8.88	525 »	0.720
625 »	5.58	505 »	0.488
605 »	3.99	490 »	0.370
590 »	2.97	470 »	0.251
575 »	2.27	450 »	0.169
555 »	1.48	430 »	0.114

Multipliziert man mit diesen Koeffizienten die Ordinaten in den Kurven gleichwertiger Spaltbreiten, so erhält man diejenigen Energiemengen, welche zur Erzeugung der betreffenden Helligkeitsstufe gleichwertig sind; ich werde die so entstehenden Kurven bezeichnen als »Kurven gleichwertiger Energiemengen«. Berechnet man die Reziproken, so ergeben sich die »Kurven der Energie-Helligkeitswerte«.

Da diese Beziehung auf absolute Energie nur zu einem vorläufigen Überblick dienen soll, so habe ich nicht alle gewonnenen Kurven in dieser Weise umgerechnet, sondern mich auf die Helligkeitsstufen *S*, *A* und *H* beschränkt, und zwar bei der Stufe *H* ausschließlich auf die mein Farbensystem betreffenden Kurven.

Bei den Helligkeitsstufen *S* und *A* habe ich von den zwei, resp. vier »Kurven gleichwertiger Energiemengen« die Mittelwerte gebildet und von diesen dann erst die »Kurven der Energie-Helligkeitswerte« berechnet. Derartige Durchschnittswerte halte ich bei den Stufen *S* und *A* für völlig berechtigt, da hier nur geringe individuelle Verschiedenheiten vorzukommen scheinen, während, wie wir in § 6 gesehen haben, bei den höheren Helligkeitsstufen gröfsere, den ganzen Charakter der Kurve beeinflussende Abweichungen vorkommen.

Bei den Reizschwellen des Hrn. R. RITTER habe ich hier für die Wellenlängen 505  $\mu\mu$  und 470  $\mu\mu$  die in der Tabelle auf S. 362 an Stelle der Mittelwerte eingeführten und dort schon besprochenen Werte ausschließlich berücksichtigt.

Helligkeitsstufe H.

A. KÖNIG.

Wellenlänge	Gleichwertige Energiemengen	Helligkeitswerte der Energie
670 $\mu\mu$	15.21	0.066
650 „	3.73	0.27
625 „	1.61	0.62
605 „	1.09	0.92
590 „	0.98	1.02
575 „	0.96	1.04
555 „	0.87	1.15
535 „	1.—	1.—
520 „	1.30	0.77
505 „	2.18	0.46
490 „	3.72	0.27

Helligkeitsstufe A.

Wellenlänge	Gleichwertige Energiemengen					Helligkeitswerte der Energie (Mittelwerte)
	A. KÖNIG	E. KÖTTGEN	E. BRODHUN	R. RITTER	Mittelwerte	
670 $\mu\mu$	2457	1151	1837	2504	1987	0.0005
650 „	778	350	525	982	659	0.0015
625 „	115	95	107	111	107	0.0093
605 „	34.3	27.3	28.5	28.5	29.6	0.034
590 „	12.7	9.3	11.1	12.7	11.45	0.087
575 „	4.54	4.74	4.29	5.18	4.69	0.21
555 „	1.82	1.71	1.80	1.91	1.81	0.55
535 „	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—	1.—
520 „	0.78	0.76	0.75	0.75	0.76	1.32
505 „	0.77	0.66	0.74	0.64	0.70	1.43
490 „	1.11	0.96	0.92	0.86	0.96	1.04
470 „	1.63	1.35	1.55	1.28	1.45	0.69
450 „	3.64	2.82	3.55	2.60	3.15	0.32
430 „	13.16	9.5	11.7	10.4	11.2	0.089

Helligkeitsstufe *S* (untere Reizschwelle).

Wellenlänge	Gleichwertige Energiemengen			Helligkeits- werte der Energie (Mittelwerte)
	A. KÖNIG	R. RITTER	Mittelwerte	
670 $\mu\mu$	3849	3533	3691	0.0027
650 »	1584	1076	1330	0.00075
625 »	194	125	159	0.0063
605 »	48.4	55	51.7	0.019
590 »	16.80	18	17.4	0.057
575 »	6.27	5.22	5.74	0.17
555 »	2.07	1.84	1.95	0.51
535 »	1.—	1.—	1.—	1.—
520 »	0.77	0.72	0.75	1.33
505 »	0.75	0.60	0.68	1.47
490 »	0.87	0.80	0.83	1.20
470 »	1.50	1.20	1.35	0.74
450 »	3.25	2.30	2.77	0.36
430 »	15.00	10.2	12.6	0.079

In Tafel V habe ich zu den oben schon besprochenen Kurven auch meine, auf die Helligkeitsstufe *H* bezügliche Kurve der Helligkeitswerte der Energie eingetragen. Dafs dieselbe in ihrem mittleren Teile einen etwas unglatten Verlauf zeigt, liegt ohne Zweifel an der Unsicherheit der benutzten Umrechnungskoeffizienten.

Die Kurven der (mittleren) Helligkeitswerte der Energie sowohl für die Stufe *A* als auch für die unteren Reizschwellen (Stufe *S*) sind auf Tafel VI eingezeichnet.

Ich will nicht unterlassen, mit besonderem Nachdruck darauf hinzuweisen, dafs alle diese auf die Energie bezüglichen Werte einen grofsen tiefeingreifenden Fehler besitzen, indem nämlich die Absorption in der Macula lutea vernachlässigt ist. Ob es später gelingen wird, diesen Fehler durch Ausführung derselben Beobachtungen in der unmittelbaren Nachbarschaft der Macula lutea, wo das Farbensystem wohl noch dasselbe wie im Fixationspunkt sein wird, zu beseitigen, mufs erst die Erfahrung lehren. Trotz dieses Mangels der

Kurve der Energie-Helligkeitswerte habe ich doch noch eine Rechnung an dieselbe angeknüpft, welche uns eventuell einen Einblick in das Wesen der mit der Lichtempfindung verknüpften peripheren Vorgänge hätte thun lassen. Auf der Helligkeitsstufe *A*, wo mit Ausnahme des roten Endes des Spektrums von allen übrigen sichtbaren Schwingungen des Lichtäthers die Empfindung von Grau ausgelöst wird, wo also auf einem weiten Bereiche die von den verschieden schnell schwingenden Ätherwellen veranlafsten peripheren Vorgänge nur durch die Intensität sich unterscheiden, dürfte der Gedanke nicht ausgeschlossen sein, die letzteren als rein mechanische Mitschwingungen gewisser, freilich noch unbekannter Elemente anzunehmen. Die Mechanik lehrt uns, daß die Intensität, d. h. die lebendige Kraft derartig ergänzter Schwingungen am größten ist, wenn die Eigenschwingungen der erregten Masse dieselbe Schwingungszahl besitzen wie die erregenden Schwingungen, und daß die Intensität in bestimmter Weise abnimmt, wenn die Differenz der Schwingungszahlen beider sich vergrößert. Die Schnelligkeit dieser Abnahme ist abhängig von der Art der Dämpfung. Ich habe nun unter der Annahme, daß die Reibung der in der Netzhaut entstehenden Bewegungsvorgänge der Geschwindigkeit proportional ist, diejenige Kurve der spektralen Verteilung der Mitschwingungsintensität gesucht, welche sich den Kurven der Energie-Helligkeitswerte am besten anschmiegt, fand aber stets, daß der Abfall der berechneten Mitschwingungskurven in der Nähe des Maximums (ca.  $512 \mu\mu$ ) zu schnell und dann nach den Enden des Spektrums hin zu langsam vor sich ging.

Ich sehe davon ab, hier auf die Einzelheiten dieses Rechnungsversuches näher einzugehen, behalte mir aber vor, denselben Gedanken auf Grund besseren Beobachtungsmaterials nicht nur an der fast monochromatischen Kurve der Helligkeitsstufe *A* sondern auch an den Grundempfindungskurven der übrigen Helligkeitsstufen, vielleicht mit Abänderung der

jetzigen Annahme über die Gröfse der Reibung, wiederaufzunehmen.

§ 10. Die partielle Farbenblindheit und ihre Erklärung nach der Theorie der Gegenfarben.

Die Theorie der Gegenfarben mufs folgerichtig die partielle Farbenblindheit, d. h. die Farbensysteme zweifacher Mannigfaltigkeit durch den Ausfall einer der drei von ihr angenommenen Sehsubstanzen erklären. Da die sicher beobachteten partiell Farbenblinden nun unter gewissen Umständen Rot und Grün miteinander verwechseln, hingegen Gelb und Blau ohne irgend welche Schwierigkeit unterscheiden können, so nimmt jene Theorie bei ihnen einen Ausfall der Rotgrünsubstanz an und bezeichnet sie demgemäfs als »Rotgrünblinde«.<sup>1</sup> Beim weiteren Ausbau dieser Theorie machte nun die Erfahrungsthatfache, dafs die partiell Farbenblinden in zwei völlig oder fast völlig voneinander gesonderte Gruppen zerfallen, einige Schwierigkeit. Hr. HERING<sup>2</sup> hat die individuellen Verschiedenheiten in den Absorptionsverhältnissen der Augenmedien und des Pigmentes der Macula lutea zu Hülfe nehmen müssen, um hier die Übereinstimmung mit der Erfahrung aufrecht zu erhalten. Nach unseren bisherigen Kenntnissen konnte die Unrichtigkeit dieser HERINGSchen Annahme nicht ohne weiteres nachgewiesen werden, obgleich es doch wohl als ziemlich unwahrscheinlich anzusehen war, dafs die mittleren Grade der Absorption gar nicht oder wenigstens fast gar nicht vorkommen sollten, während die ganz geringen und die hohen Grade in ungefähr gleichem Prozentsatz vertreten sind.

So lange man die von Hrn. C. DIETERICI und mir an partiell Farbenblinden und an Farbentüchtigen gemachten

<sup>1</sup> E. HERING, Grundzüge einer Theorie des Farbensinnes. *Sitzungsber. der Wiener Akad.* Sitzung vom 15. Mai 1874.

<sup>2</sup> E. HERING, Über individuelle Verschiedenheiten des Farbensinnes. *Lotos.* Neue Folge. Bd. VI. 1885.



Messungen<sup>1</sup> nicht als unrichtig nachweist, muß es als eine höchst unwahrscheinliche Tücke der Natur betrachtet werden, daß sie die beiden fast ausschließlich hier vorkommenden Grade der Absorption in den Augenmedien genau so gewählt hat, daß die von uns gefundene Beziehung zwischen partieller Farbenblindheit und den normalen trichromatischen Systemen sich als das Ergebnis einer vorurteilsfrei ausgeführten Rechnung einstellen konnte und bei den die Möglichkeit eines solchen Zufalles nicht ahnenden Rechnern auch einstellen mußte. Wären die Absorptionsverhältnisse auch nur etwas andere so hätten wir die (nach Hrn. HERINGS Auffassung nur scheinbare) Beziehung gar nicht finden können.

In der genannten Untersuchung haben wir die Intensitätskurven der »warmen Elementarempfindung« bei vier partiell Farbenblinden bestimmt, und zwar bei einer Helligkeit, die im Mittel etwa unserer jetzigen Stufe  $F$  entspricht. Dieser Bestimmung lag durchaus keine hypothetische Annahme zu Grunde, wie sich aus unserer Darstellung ohne weiteres ergibt. Je zwei und zwei jener vier Personen besaßen beinahe denselben Verlauf dieser Kurven. Bildet man bei jeder Gruppe das Mittel aus den beiden fast gleichen Kurven und dividiert die (z. T. durch graphische Interpolation gewonnenen) Ordinaten, welche den in der vorliegenden Untersuchung benutzten Wellenlängen entsprechen, so bekommt man das Verhältnis der Absorptionskoeffizienten, welche unter Annahme des HERINGSchen Erklärungsversuches den Augenmedien und dem Pigment der Macula lutea zugeschrieben werden müssen.

Eine derartige Rechnung habe ich jetzt ausgeführt und gebe hier das Resultat derselben an. Da man nur die relativen Werte der Absorption bestimmen kann, nicht aber ihren absoluten Betrag, so setze ich den Wert für  $535\mu$  gleich 1; dann erhält man

<sup>1</sup> A. KÖNIG und C. DIETERICI, *Sitzungsber. der Berliner Akad.* Sitzung vom 29. Juli 1886.

Wellenlänge	Verhältnis der durchgelassenen Lichtmengen
670 $\mu\mu$	14.97
650 »	9.94
625 »	6.88
605 »	3.25
590 »	2.16
575 »	1.49
555 »	1.14
535 »	1.—
520 »	0.90
505 »	0.80
490 »	0.61

Ist die Anschauung von Hrn. HERING richtig, so müssen also die Augenmedien und das Pigment der Macula lutea für Licht von der Wellenlänge 670  $\mu\mu$  bei der einen Gruppe der partiell Farbenblinden 14.97 mal so durchlässig sein, als für Licht von der Wellenlänge 535  $\mu\mu$  bei der anderen Gruppe. Noch extremere Verhältnisse ergeben sich, wie aus der Tabelle ersichtlich, wenn man 670  $\mu\mu$  und 490  $\mu\mu$  miteinander vergleicht. Ich überlasse den Anatomen und Ophthalmologen die Entscheidung, ob diese in der HERINGSchen Hülfshypothese implicite vorausgesetzten Absorptionsverhältnisse, d. h. Färbungen vorkommen können, und enthalte mich selbst jeglichen Urteils.

Nunmehr wende ich mich zu einer mehr physikalischen Behandlung und Untersuchung der vorliegenden Frage.

Wenn der Unterschied in den beiden Gruppen der partiell Farbenblinden im wesentlichen durch verschiedene Absorptionsverhältnisse in den Augen verursacht ist, so muß sich derselbe, da die Absorptionskoeffizienten unabhängig von der Intensität des auffallenden Lichtes sind, gleichmäÙig auf allen Helligkeitsstufen zeigen. Das in § 4 mitgeteilte Beobachtungsmaterial ermöglicht aber bereits, eine derartige Prüfung und Vergleichung anzustellen.

Die Hrn. RITTER und BRODHUN, welche den beiden verschiedenen Gruppen der partiell Farbenblinden angehören, haben die spektrale Verteilung der Helligkeitswerte sowohl bei der sehr niedrigen Helligkeitsstufe *A*, als auch bei der Helligkeitsstufe *H*, resp. der gleichwertigen Helligkeitsstufe *FGH* bestimmt. Dividieren wir nun auf derselben Helligkeitsstufe bei derselben Wellenlänge den dem BRODHUNSchen Farbensystem zukommenden Helligkeitswert durch den RITTERschen, so giebt uns der Quotient an, wievielmals größer in dem BRODHUNSchen Auge die Durchlässigkeit für Licht der betreffenden Wellenlänge ist als in dem RITTERschen. Ist nun die Verschiedenheit der Absorptionsverhältnisse die wesentliche Ursache des Unterschiedes beider Farbensysteme, so muß für dieselbe Wellenlänge bei allen Helligkeitsstufen, also auch bei den beiden hier zur Prüfung heranzuziehenden, jener Quotient derselbe sein.

Die nachfolgende Tabelle enthält diese Quotienten.

Wellenlänge	Helligkeitswerte von BRODHUN, dividiert durch Helligkeitswerte von RITTER	
	Helligkeitsstufe <i>A</i>	Helligkeitsstufe <i>H</i> resp. <i>FGH</i>
670 $\mu\mu$	2.06	10.4
650 »	1.87	8.83
625 »	1.03	5.33
605 »	1.00	3.02
590 »	1.14	1.83
575 »	1.21	1.35
555 »	1.06	1.18
535 »	1.—	1.—
520 »	1.01	0.95
505 »	0.87	0.72
490 »	0.93	0.56

Bei der Helligkeitsstufe *A* schwanken, abgesehen von den Wellenlängen 670  $\mu\mu$  und 650  $\mu\mu$ , wo auch noch nicht immer

völlige Farblosigkeit der Empfindung eingetreten war, die Quotienten stets hin und her, hingegen nehmen sie bei der Helligkeitsstufe  $H$  in der Richtung von Rot nach Blau stets ab; infolgedessen ist der Quotient im Roten (670 bis 625  $\mu\mu$ ) für die Helligkeitsstufe  $H$  ungefähr fünfmal so groß wie für die Helligkeitsstufe  $A$ , während er im Grünblauen (490  $\mu\mu$ ) nur etwa  $\frac{3}{5}$  beträgt.<sup>1</sup>

Dieser Thatsache gegenüber muß der von Hrn. HERING gemachte bisherige Versuch, die partielle Farbenblindheit mit der Theorie der Gegenfarben in Einklang zu bringen, für mißlungen erachtet werden. So lange Hr. HERING also keine andere und haltbarere Hülfshypothese zu diesem Zwecke aufstellt, wird man daher genötigt sein, der YOUNG-HELMHOLTZschen Farben-theorie für die Berechtigung ihres Daseins noch etwas mehr zuzugestehen als das Gewohnheitsrecht, und es dürfte nicht zutreffen, ihre gegenwärtige Bedeutung mit der Wertschätzung eines ehrwürdigen Erbstückes zu vergleichen.

#### § 11. Die totale Farbenblindheit und ihre Erklärung aus der Theorie der Gegenfarben.

Die totale Farbenblindheit entsteht nach der Theorie der Gegenfarben durch den Ausfall sowohl der rotgrünen als der blaugelben Sehsubstanz. Es ist dann nur die schwarz-weiße Sehsubstanz vorhanden, und die Gesamtheit der Gesichtsempfindungen, welcher ein total Farbenblinder fähig ist, muß in den verschiedenen Abstufungen der Reihe Schwarz-Grau-Weiß bestehen.

Als Hr. HERING zum ersten Male<sup>2</sup> die totale Farbenblindheit

<sup>1</sup> Die nahe Übereinstimmung dieser Quotienten der Helligkeitswerte mit den auf S. 372 berechneten Quotienten der Intensitätswerte der »warmen Elementarempfindung« zeigt, daß die Helligkeit einer Farbenempfindung jedenfalls nur sehr unwesentlich von dem Blauwert des betreffenden Lichtes abhängt.

<sup>2</sup> E. HERING, Zur Erklärung der Farbenblindheit aus der Theorie der Gegenfarben. *Lotus*, Neue Folge. Bd. I. 1880.

besprach, konnte er bereits an dem bekannten von O. BECKER<sup>1</sup> beobachteten und beschriebenen Falle einer derartigen unilateralen angeborenen Anomalie, wo also die Empfindungen des anomalen Auges mit den Empfindungen des normalen verglichen werden konnten, darauf hinweisen, daß diese Erklärung, was die Qualität der Empfindungen anbetrifft, völlig richtig war. Die Empfindungen des total farbenblinden Auges waren nämlich, verglichen mit denjenigen des normalen, Schwarz-Grau-Weiße. Aber auch die Intensitätsverhältnisse der Empfindungen bereiteten keine Schwierigkeiten. Hr. HERING legte damals den verschiedenen Grundfarben seiner Theorie die gleiche Helligkeit bei, und so mußte trotz des Fortfalles der farbigen Valenzen die Helligkeitsverteilung im Spektrum unverändert bleiben, d. h. es mußte für das total farbenblinde Auge das Maximum der Helligkeit im Spektrum ebenso wie für das farbentüchtige Auge im Gelb liegen. Die Beobachtungen BECKERS waren auch mit dieser theoretischen Erwartung Hrn. HERINGS in völliger Übereinstimmung. Seitdem hat nun aber Hr. HERING die Theorie der Gegenfarben dahin ausgebildet, daß er den Begriff der spezifischen Helligkeit einführt und nunmehr den verschiedenen Grundfarben auch verschiedene Helligkeiten beilegt. Wie schon in § 5 ausgeführt worden, ist infolgedessen die spektrale Verteilung der Helligkeit nunmehr eine mehrgliedrige lineare Funktion der einzelnen Urvalenzen und es fällt das Maximum der weißen Valenz nicht an diejenige Stelle im Spektrum, welche bei den gewöhnlich benutzten Intensitäten den Eindruck der größten Helligkeit macht; es fällt nicht in das Gelb, sondern in das Grün. Nach dieser Auffassung kann also die spektrale Helligkeitsverteilung des total Farbenblinden nicht mit der normalen Helligkeitsverteilung des Farbentüchtigen übereinstimmen. In § 7 ist oben bereits

<sup>1</sup> O. BECKER, *Gräfes Arch. f. Ophthalm.* Bd. 25 (2) S. 205. 1879.

ausführlicher über diesen Punkt gesprochen worden und wir haben dort gesehen, daß die spektrale Helligkeitsverteilung bei drei genau untersuchten Fällen totaler Farbenblindheit diese neue Auffassung des Hrn. HERING bestätigt. Es kann uns nicht wundern, daß Hr. HERING<sup>1</sup> in seiner letzten, schon oft citierten Abhandlung auf diese für seine Anschauung ja so erfreuliche Übereinstimmung seiner Theorie mit der erst nachträglich gewonnenen Erfahrung hinweist; wohl aber muß es erstaunen, daß nunmehr der BECKERSche Fall, der doch eine andere Helligkeitsverteilung aufweist, noch immer ohne weitere Erläuterung als vollgültige Stütze der Theorie der Gegenfarben aufgeführt wird. Eine Ausfüllung dieser Lücke seiner Darstellung würde Hrn. HERING sicherlich Manche, unter denen auch ich mich befinde, zu großem Danke verpflichten, die sich jetzt vergeblich an der Hebung dieses scheinbaren Widerspruches abmühen.

Da die Zuverlässigkeit der Angaben in dem BECKERschen Fall von DONDERS angezweifelt worden ist, so möchte ich an dieser Stelle noch auf andere Fälle totaler Farbenblindheit, sowohl angeborener als erworbener, hinweisen, bei denen die Erklärung der Helligkeitsverteilung auf Grund der neuesten Form der Theorie der Gegenfarben (mir wenigstens) ähnliche Schwierigkeiten bereitet.

1. Ein von Hrn. H. MAGNUS<sup>2</sup> beschriebener Fall angeborener totaler Farbenblindheit.

Obgleich hier dieselben Begleiterscheinungen (Lichtscheu, geringe Sehschärfe u. s. w.) vorhanden sind, welche stets der oben in § 7 näher besprochenen Form totaler Farbenblindheit zukommen, und obgleich hier keine wirklichen Helligkeitsmessungen im Spektrum angestellt worden sind, glaube ich doch, daß man in diesem Falle eine Helligkeitsverteilung annehmen muß,

<sup>1</sup> E. HERING, *Pflügers Arch.* Bd. 49. S. 563. 1891.

<sup>2</sup> H. MAGNUS, *Centralbl. f. prakt. Augenheilkunde.* 4. Jahrg, S. 373. 1880.

welche im wesentlichen mit derjenigen des BECKERSchen Falles übereinstimmt. Bei jener in den Kurven unserer Tafel VI dargestellten Verteilung der spektralen Helligkeitswerte besteht die charakteristischste Eigenschaft des (hier monochromatischen) Spektrums in einem nach beiden Seiten völlig symmetrischen Abfall der Helligkeit. Hr. MAGNUS sagt aber hier ausdrücklich, daß »der Übergang aus dem Hellen zu den dunkleren Partien auf der roten Seite des Spektrums schneller erfolge, als nach dem violettem Ende hin«. Ferner wird bestimmt angegeben, daß »für beide Augen die größte Helligkeit ziemlich genau in der Natronlinie lag«. Daß eine Verkürzung des Spektrums nicht beobachtet wurde, hat nach meinen Erfahrungen wenig Wert, so lange man hier keine besonderen Vorsichtsmaßregeln zur Abblendung des diffusen Lichtes trifft; so ist z. B. neuerdings in dieser Weise noch Hr. F. KREYSSIG<sup>1</sup> zweifellos irre geführt worden.

2. Ein von den Hrn. H. SCHÖLER und W. UHTHOFF<sup>2</sup> beschriebener Fall erworbener totaler Farbenblindheit.

Ein 68 jähriger Mann erblindet plötzlich unter heftigem Kopfschmerz und starkem Blutandrang zum Kopfe. Nach etwa 24 Stunden begann eine allmähliche Besserung, welche nach mehreren Tagen bei der Aufnahme in die Klinik folgenden Zustand des Sehvermögens herbeigeführt hatte:

rechts Finger in 10 Fuß Entfernung

links » » 12 » »

<sup>1</sup> F. KREYSSIG, *Genuine totale Farbenblindheit*. Ein Beitrag zur Charakteristik derselben. Mitteilungen aus der ophthalmiatischen Klinik in Tübingen. Herausgegeben von Prof. NAGEL. Bd. 2. Heft 3. S. 332. 1890. — Vergl. mein Referat über diese Arbeit in: *Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane*. Bd. II. S. 122. 1891.

<sup>2</sup> SCHÖLER und UHTHOFF, *Beiträge zur Pathologie des Sehnerven und der Netzhaut bei Allgemeinerkrankungen*. S. 69—74. Berlin 1884. — Dieser Fall ist ebenfalls erwähnt und ausführlich beschrieben in: H. WILBRAND, *Die hemianopischen Gesichtsfeld-Formen und das optische Wahrnehmungszentrum*. Wiesbaden 1890. S. 142—143 und Taf. XI, Fig. 35.

Ophthalmoskopisch kein abnormer Befund.

Rechts centrale Maculae corneae.

»Die Gesichtsfeldprüfung erweist:

1) den Verlust jeder Farbenempfindung auf beiden Augen. Gleichzeitig kann durch Aussage des Patienten wie seiner Angehörigen mit Sicherheit der Beweis erbracht werden, daß Patient bisher ein ungestörtes Farbenempfindungsvermögen besessen hat;

2) den Verlust der Raumempfindung auf den rechten Gesichtsfeldhälften und in dem oberen linken Gesichtsfeldquadranten zwei kongruente Defekte;

3) in den sub 2 angegebenen Teilen ist noch Lichtempfindung objektiv nachweisbar vorhanden. Patient empfindet subjektiv Flimmern in denselben.«

Infolge geeigneter klinischer Behandlung besserte sich das Sehen allmählich, und etwa 5 Wochen nach der Erkrankung war auf dem linken Auge die Sehschärfe auf  $\frac{1}{2}$  gestiegen (auf dem rechten Auge ist die Sehschärfe von jeher infolge der Hornhauttrübung sehr gering gewesen).

»Auch in den für Farben- und Raumempfindung unempfindlichen Netzhauthälften wurde die Lichtempfindung lebhafter. Hingegen blieb Patient für die Gesamtnetzhaut absolut farbenblind. — Am Farbenkreisel geprüft ergaben:

200°	weiß	+	160°	schwarz	=	hellgrau
20°	»	+	340°	»	=	blau (E.1)
352°	»	+	38°	»	=	gelb <sup>1</sup>
60°	»	+	300°	»	=	rot (G.5).

Ferner wurden nach DAAE als gleich folgende Farben bezeichnet:

6C	=	10C	=	7F;
6D	=	5B	=	4F;
8D	=	10C;		
4E	=	4B	=	9B = 9C = 10C;
7G	=	10G	=	8B = 7C.

<sup>1</sup> Hier ist der im Original vorhandene Druckfehler beibehalten.



Für 2C wurde keine andere gleiche Farbe gefunden. In den PFLÜGERSchen Tafeln werden die Buchstaben nur nach der Helligkeit erkannt.«

Der Patient wird aus der Klinik entlassen und erliegt nach einigen Monaten einem schon länger bestehenden Herzleiden, ohne dafs in seinem Sehen eine fernere Änderung sich bemerkbar gemacht hatte.

Prüft man die hier angegebenen Helligkeitsgleichungen, so zeigt sich, dafs ein normales trichromatisches Auge sie bei mittlerer Tagesbeleuchtung im allgemeinen anerkennen kann; jedenfalls stimmen sie aber nicht mehr bei stark herabgesetzter Beleuchtung; und das müfste doch sein, wenn die hier entstandene totale Farbenblindheit derselben Art wäre, wie bei dem von Hr. HERING näher beschriebenen Fall.

Da ich aber sehr wohl weifs, wie leicht bei Versuchen, wo aus einer Anzahl vor dem Patienten ausgebreiteter Pigmentproben die gleich hellen ausgesucht werden sollen, besonders aber bei der DAAESchen Tafel, falsche Resultate, mindestens aber grofse Unsicherheiten unvermeidlich sind, so lege ich auf diese Beobachtungen kein grofses Gewicht.

### 3. Ein von Hrn. E. SIEMERLING<sup>1</sup> und mir beobachteter

<sup>1</sup> E. SIEMERLING, *Arch. für Psychiatrie*, Bd. 21. S. 284. 1889. (Vergl. auch H. WILBRAND, *Die hemianopischen Gesichtsfeld-Formen u. s. w.* S. 144.) Über diesen Fall hat Hr. E. SIEMERLING in der Sitzung der Gesellschaft der Charité-Ärzte am 7. Februar 1889 einen Vortrag gehalten, der zu einer längeren Diskussion Veranlassung gab. An dieser habe ich mich damals auch beteiligt, und meine Ausführungen sind nach stenographischer Aufzeichnung dann später in der *Berl. klin. Wochenschrift* (Jahrgang 1889, Nr. 33 und 34) veröffentlicht worden, ohne dafs ich, nachdem das Manuskript gesetzt war, die erbetene Revision erhalten. Aus dem Wortlaut dieser so entstandenen Publikation hat sich dann die Ansicht herausgebildet, dafs ich Anhänger der Theorie der Gegenfarben geworden sei. Da diese Mißdeutung meiner Worte in weite Kreise, sogar in die Tagespresse (vergl. *Berliner Tägliche Rundschau*, 25. Februar 1890) übergegangen, nehme ich hier Veranlassung, jene Auslegung als unrichtig zu erklären, was ja der Inhalt der vorliegenden Abhandlung ohnehin beweist.

Fall erworbener totaler Farbenblindheit (verbunden mit homonymer Hemianopsie).

Ein 54 Jahre alter Zimmermann wurde während der Arbeit plötzlich schwindlig. Die Besinnung verlor er nicht ganz, die Sprache war nicht merklich beeinträchtigt und nach einer halben Stunde war er bereits wieder im stande, allein nach Hause zu gehen. Seitdem bemerkte er, daß er zwar »die Gegenstände sehen, aber nicht erkennen konnte; erst wenn er sie anfaste, wußte er, was er vor sich hatte«. Diese Störung hob sich nicht, und der Patient ließ sich Anfang Januar 1889 in die »Charité« in Berlin aufnehmen.

Die Untersuchung des Gesichtsfeldes ergab, daß in der rechten Hälfte beiderseits ein symmetrischer absoluter Defekt vorhanden war. In den erhaltenen Gesichtsfeldhälften wurden alle Farben als grau bezeichnet; sie unterschieden sich nur durch ihre größere oder geringere Helligkeit. Der Fixationspunkt war noch erhalten, und es ergab sich eine Sehschärfe von ungefähr  $\frac{1}{30}$ . Beiderseits besteht Emmetropie.

Hr. SIEMERLING hatte die große Liebenswürdigkeit, mir die genaueste Untersuchung der Gesichtsempfindungen und -wahrnehmungen dieses Patienten zu gestatten, und ich erfreute mich dabei stets seiner bereitwilligsten Unterstützung, wofür ich ihm auch an dieser Stelle meinen besten Dank sage.

Aus einer Unterhaltung mit dem Patienten gewann ich zunächst die völlige Gewißheit darüber, daß er sich der verschiedenen Farben noch sehr gut erinnerte und sich dieselben noch lebhaft vorstellen konnte. Er war sich, soweit man derartige Überlegungen von einem Manne seines Bildungsgrades erwarten kann, ganz klar darüber, daß er jetzt von all jenen früher wahrgenommenen Farben nur noch Weiß, Grau und Schwarz sah. Damit war eine erworbene totale Farbenblindheit an einem vorher farben-tüchtigen Individuum konstatiert, und zwar hatte sich die frühere dreifache Mannigfaltigkeit der Farben auf die einfache

Mannigfaltigkeit der Reihe Schwarz-Grau-Weiß reduziert, nicht auf die Helligkeitsabstufungen etwa von Rot oder Grün oder Blau. Die wichtigste Frage war nun, ob durch diese völlige Umgestaltung des Farbensystems auch eine Änderung in der Helligkeitsschätzung der verschiedenen Farben eingetreten war. Nach einigen vorläufigen Versuchen, die im Aussuchen von scheinbar gleichhellen farbigen Wollbündeln bestanden, schlug ich folgendes Verfahren ein.

Vor den Patienten wurde ein mit grüner Ölfarbe mittlerer Helligkeit angestrichener Karton hingelegt und dafür gesorgt, daß alles oberflächlich reflektierte Licht vermieden war. Vor seinen Augen begann ich dann einen anderen Karton rot anzustreichen, und zwar in einem sehr hellen Farbton. Der Patient bemerkte bald, daß dieser zweite Karton viel heller wurde als der erste (grüne); ich mischte dem Rot nun Schwarz bei; darauf wurde er für dunkler erklärt. Es wurde nun etwas weniger Schwarz genommen u. s. f., bis der Patient endlich behauptete, die beiden Flächen könnten gar nicht mehr voneinander unterschieden werden. Dasselbe Verfahren wurde nun auch bei anderen Farben benutzt; bei Blau mußte Weiß zugemischt werden, um die gleiche Helligkeit zu erhalten. — Ich ging dann auch einmal von dem ungemischten Blau aus und erhielt nun natürlich eine zweite Reihe von Tafeln, die zu ihrer Herstellung alle viel mehr Schwarz erforderten.

Diese beiden Reihen mit Ölfarbe bestrichener Tafeln habe ich nun nachher selbst möglichst unbefangen auf ihre Helligkeit untereinander verglichen und auch unbeteiligten farbertüchtigen Personen (mit normalen trichromatischen Farbensystemen) zur Beurteilung vorgelegt: Das einstimmige Urteil ging dahin, daß jede Reihe unter sich nahezu gleiche Helligkeit besaß.<sup>1</sup> Zufällig war das Rot der helleren Reihe bei-

<sup>1</sup> Leider sind die Farben inzwischen verschieden stark nachgedunkelt, so daß sie nicht als dauernde Beweisstücke dienen können.

nahe identisch mit einem Rot, für welches Hr. A. BEYSSELL, der oben S. 358 erwähnte total Farbenblinde, vor einigen Jahren ein ihm völlig gleiches Grün ausgesucht hatte, so daß man nun in der Lage war, dieses BEYSSELLsche Grün mit dem Grün jener helleren Reihe leicht und sicher vergleichen zu können: Die beiden Grün waren in ihrer Helligkeit ungleichmäßig verschieden, und zwar mußte das von Hrn. BEYSSELL ausgesuchte etwa zwanzigmal so stark beleuchtet werden, um die gleiche Helligkeit zu erhalten.

Aus der Gesamtheit dieser Beobachtungen geht also zweifellos hervor, daß in dem hier beschriebenen Falle erworbener totaler Farbenblindheit die Helligkeitswerte der verschiedenen Farben durch den Wegfall der eigentlichen Farbenempfindung und die damit erfolgte Einschränkung des ganzen Gebietes der Gesichtsempfindungen auf die eindimensionale Reihe Schwarz-Grau-Weiß nicht beeinflusst wurden.

Die Sehschärfe des Patienten begann bald sich zu bessern; Ende Januar war sie bereits auf  $\frac{1}{2}$  gestiegen; dann aber war nur noch ein langsamer Fortschritt zu konstatieren. Bei der letzten Prüfung, mehrere Monate später, betrug sie  $\frac{3}{5}$ . Gleichzeitig mit dieser Besserung begann auch die normale Farbenempfindung sich wieder einzustellen. Nach der Aussage des Patienten wurden die Farben zuerst »ganz weißlich, ganz matt« gesehen, dann erschienen sie immer »lebhafter«, bis nach einigen Monaten ihr früheres Aussehen beinahe, doch »nicht ganz so lebhaft, so glänzend« wieder vorhanden war. Sie erschienen »wie unter einem dünnen Schleier, in einem weißen Dunst«. In diesem Stadium konnte ich mich durch die mannigfaltigsten Versuche davon überzeugen, daß ein trichromatisches Farbensystem bestand.

Leider war der Patient (wahrscheinlich infolge der hemianopischen Gesichtsfeld-Beschränkung, verbunden mit seiner gänzlichen Ungeübtheit in derartigen Beobachtungen) nicht imstande, an einem spektralen »Farbenmischapparat« hinreichend

genaue Angaben zu machen, um aus ihnen irgend welche Schlüsse zu ziehen. Er verlor die relativ kleinen leuchtenden Flächen immer aus dem Gesichtsfeld.<sup>1</sup>

4. Ein von mir beobachteter Fall erworbener totaler Farbenblindheit, entstanden durch Ablösung und nachherige Wiederanlegung der Netzhaut.

Bereits in § 6 (S. 348 und 349) habe ich des hier näher zu besprechenden Falles gedacht. — H. X. erlitt vor etwa vier Jahren an seinem linken Auge, welches, wie oben schon erwähnt, dem anderen Auge bis dahin völlig gleich war, eine Netzhautablösung, die bis auf eine schmale peripherische Sichel das ganze Gesichtsfeld umfasste. Er hatte das Glück, daß nach einer längeren sorgfältigen Behandlung die Netzhaut sich wieder anlegte und er ein skotomfreies Gesichtsfeld wieder erhielt. Etwa ein Jahr später, nachdem der Heilungsprozeß abgelaufen und der seitdem unverändert gebliebene Zustand bereits eingetreten war, habe ich die ersten Versuche vorgenommen, die dann mehrfach wiederholt wurden und stets dasselbe Resultat ergaben.

Das rechte (gesunde) Auge besitzt eine Myopie von ungefähr 4 Dioptrien und normale Sehschärfe (ca. 1 mit SNELLENSchen Hacken). Es ist, wie oben schon erwähnt, dichromatisch und zwar gehört sein Farbensystem der sogenannten »rotblinden« Gruppe an. Eine Bestimmung der »Elementarempfindungskurven« nach denselben Methoden und an demselben Apparat, wie sie in der gemeinsam mit Hrn. C. DIETERICI ausgeführten und hier schon oft erwähnten Arbeit benutzt wurden, ergab für die Kurven dieselbe

<sup>1</sup> Neben den hier erwähnten Beobachtungen über die Farbenempfindungen konnte man in dem Patienten noch höchst interessante Studien darüber machen, wie ungemein leicht eine große Herabsetzung der Sehschärfe, vereinigt mit plötzlich erworbener totaler Farbenblindheit, die Erscheinungen der »Seelenblindheit« vortäuschen kann. Ich beabsichtige an anderer Stelle später darauf näher einzugehen und verweise vorläufig auf die bezüglichen Mitteilungen in der oben citierten SIEMERLINGSchen Abhandlung.

Gestalt, welche wir damals für diese Gruppe gefunden hatten. Der »neutrale Punkt«, d. h. die weifs erscheinende Stelle im Spektrum fand sich nach dem früher von mir zu seiner Aufsuchung angegebenen Verfahren<sup>1</sup> je nach der benutzten Helligkeit zwischen zwei  $495,6 \mu\mu$  und  $498,4 \mu\mu$ .

Die aus zwei Beobachtungsreihen (welche, wie schon früher erwähnt, ungefähr bei der Helligkeitsstufe  $F$  ausgeführt wurden) gewonnenen Kurven der Helligkeitswerte sind bereits oben in der letzten Kolumne der auf S. 350 abgedruckten Tabelle enthalten. Es ist dort schon darauf hingewiesen, daß die Werte sehr nahe mit denjenigen des ebenfalls »rotblinden« Hrn. RITTER übereinstimmen, wie auch ein Blick auf Tafel V zeigt.

Bei dem linken (kranken) Auge besteht Metamorphopsie. Die Gegenstände erscheinen so, als wenn man sie durch ein Glas mit unregelmässig-wellige Oberfläche betrachtet. Die Sehschärfe im Fixationspunkt ist zwar nur gleich  $\frac{1}{20}$ ; aber da Hr. X. mit physikalischen Beobachtungen vertraut ist, so gelingt es trotzdem, recht ausgiebige Versuchsreihen mit spektralem Lichte anzustellen.

Hr. X. erklärt, daß er mit diesem Auge (abgesehen natürlich von dem oben erwähnten peripheren sichelförmigen Teile des Gesichtsfeldes) die Gegenstände nur in den Abstufungen von Hell und Dunkel sehe und keinerlei Farbenunterschiede wahrnehme, was auch an spektral erleuchteten Feldern sich bestätigt fand. Stets gelingt es durch bloße Änderung der Helligkeit völlige Gleichheit herzustellen, wenn die beiden in dem Spektralapparate aneinanderstossenden Halbkreise mit Licht der verschiedensten Wellenlängen erleuchtet sind, selbst bei Benutzung der äußersten noch sichtbaren Enden des Spektrums. Hierdurch war die völlige

---

<sup>1</sup> A. KÖNIG, *Gräfes Archiv f. Ophthalm.*, Bd. 30. (2). S. 162. 1884. und *Wiedem Ann.*, Bd. 22. S. 572. 1884.

Monochromasie der Empfindungen des linken Auges außer jeden Zweifel gestellt.

Um nun die Qualität der Empfindung des linken Auges (im Vergleich zu den Empfindungen des rechten Auges) so objektiv als möglich zu bestimmen, wurden folgende Wege eingeschlagen.<sup>1</sup>

Hr. X. suchte zuerst, indem er abwechselnd mit dem rechten und linken Auge in den jetzt nur auf dem einen Halbkreise erleuchteten Apparat hineinblickte, diejenige Wellenlänge, welche ihm auf beiden Augen denselben Eindruck machte. Die Einstellungen schwankten zwischen  $494 \mu\mu$  und  $498 \mu\mu$ , fielen also mit der Stelle des »neutralen Punktes« zusammen. Ferner betrachtete Hr. X. mit dem linken Auge die verschiedensten Gegenstände seiner Umgebung (weißes Papier, die gelbliche Tischplatte, hellblauen Karton u. s. w.), sowohl bei Sonnen- als auch bei Gasbeleuchtung, und suchte für jeden Gegenstand mit dem rechten Auge im Spektralapparat diejenige Wellenlänge, welche, auf ungefähr dieselbe Helligkeit gebracht, ebenso aussah. Das Urteil war hier viel unsicherer; es kamen Schwankungen bis zu  $6 \mu\mu$  vor. Das Mittel aller Einstellungen betrug  $496,3 \mu\mu$ , fiel also ebenfalls in die »neutrale« Stelle des Spektrums. Damit war also nachgewiesen, daß alle Empfindungen des linken Auges völlig farblos waren, d. h. nur aus den Übergangsstufen von Schwarz-Grau-Weiß bestanden.

Ich bestimmte nun die Kurve der Helligkeitswerte in diesem monochromatischen System und zwar bei derselben Helligkeitsstufe, welche für das rechte dichromatische Auge benutzt worden war.

Der mittlere Fehler bei der Einstellung auf gleiche

<sup>1</sup> Hr. E. HERING hatte damals noch nicht sein äußerst einfaches Verfahren veröffentlicht (*Gräfes Arch.*, Bd. 36 (3). S. 1. 1890), welches uns jetzt in den Stand setzt, derartige binokulare Farbenvergleiche so ungemein sicher und schnell ausführen zu können.

Helligkeit der hier ja stets farbengleichen beiden Halbkreise war viel gröfser als bei normalen Augen unter gleichen Umständen. Es mufs dieses hauptsächlich darauf geschoben werden, dafs infolge der geringen Sehschärfe die vertikale Trennungslinie der beiden Felder niemals scharf gesehen wurde.<sup>1</sup>

Es wurde aber doch eine glatte Kurve der spektralen Verteilung der Helligkeitswerte für dieses Auge erzielt und es stellte sich das höchst beachtenswerte Ergebnis heraus, dafs die hier, also an dem total farbenblinden linken Auge, erhaltenen Helligkeitswerte bis auf Abweichungen, die im Maximum 7% betrug, mit denjenigen des partiell farbenblinden rechten Auges übereinstimmten. Ich unterlasse es, die Zahlen mitzuteilen, und bemerke nur noch, dafs die Abweichungen ganz unregelmäfsig verteilt waren.

Endlich machte Hr. X. noch folgende Versuche: Mit dem rechten partiell farbenblinden Auge wurden Farbengleichungen zwischen einer Mischung der Lichter aus den beiden Endstrecken des Spektrums einerseits und den dazwischen gelegenen homogenen Lichtern andererseits hergestellt; jede dieser Farbengleichungen wurde dem linken total farbenblinden Auge zur Beurteilung vorgelegt und von diesem, wie freilich nicht anders zu erwarten war, als richtig befunden; nur bei einer der vielen derartigen Gleichungen, als eine Mischung von 590  $\mu\mu$  und 470  $\mu\mu$  homogenem Lichte von 530  $\mu\mu$  für das rechte Auge gleich gemacht worden war, erschien dem linken Auge das homogene Feld etwas dunkler. Bei einer Wiederholung derselben Gleichung an einem anderen Tage trat diese Abweichung

<sup>1</sup> Wenn ich meine eigene Sehschärfe durch gefettete und mit Lykopsodiumsamen bestreute Gläser auf das gleiche Mafs herabsetze, so sinkt auch meine Empfindlichkeit für Helligkeitsunterschiede bedeutend, freilich nicht bis zu derjenigen, welche Hr. X. auf dem linken Auge besitzt.



nicht mehr hervor. Worin sie ihre Ursache gehabt hat, vermag ich nicht anzugeben.

Ebenso wie in dem unter 3 (und wahrscheinlich auch wie in dem unter 2) mitgeteilten Falle hat also auch hier der Verlust der eigentlichen Farbenempfindung keine Änderung in den Helligkeitswerten der verschiedenen Lichter zur Folge gehabt, und doch war die Natur der eingetretenen Störung in beiden Fällen so verschieden wie nur denkbar. Das eine Mal ist die Ursache ein cerebraler, das andere Mal ein peripherer, sich in der Netzhaut abspielender Prozeß.

## § 12. Schlufsbemerkung.

Indem ich meine Darlegungen hiermit der Öffentlichkeit übergebe, bin ich mir wohl bewußt, — was ich auch schon an mehreren Stellen nachdrücklich hervorgehoben habe, — daß dieselben durchaus keinen abschließenden Charakter tragen. Eine große Anzahl von Fragen konnte mehr angedeutet als gelöst werden; und fast überall trat das Lückenhafte des Beobachtungsmaterials hervor. Trotzdem denke ich aber doch, daß meine Arbeit nicht ganz ohne Wert ist.

Einerseits weist sie eindringlicher, als es bisher geschehen ist, darauf hin, daß die YOUNG-HELMHOLTZsche Farbentheorie, wie aber auch wohl zur Zeit von allen ihren Vertretern zugestanden wird, die Form der Grundempfindungskurven als Variable der Helligkeit ansehen muß, und daß in der Bestimmung dieser Abhängigkeit ihre nächste Weiterentwicklung zu suchen ist.

Andererseits sind aber auch Beobachtungen mitgeteilt, welche mit der HERINGSchen Farbentheorie, soviel ich sehen kann, zunächst noch in unvereinbarem Widerspruch stehen und die früher oder später dazu nötigen werden, mindestens eine durchgreifende Umgestaltung derselben vorzunehmen.

Ohne Abneigung und ohne Vorliebe für die eine oder die andere der auf dem Gebiete der Farbenlehre noch mit einander streitenden Auffassungen habe ich aufrichtig versucht, nur die Thatsachen reden zu lassen, und ich bin gewiß, damit voll und ganz im Sinne und als Schüler des großen Meisters gehandelt zu haben, dem diese Arbeit als festlicher Gruß gewidmet ist.

---



A. Pflüger. Anatomisches Auge  
 von **Blauwal** (*Balaenoptera sibbaldii*).  
 (Dortch. Grosse.)



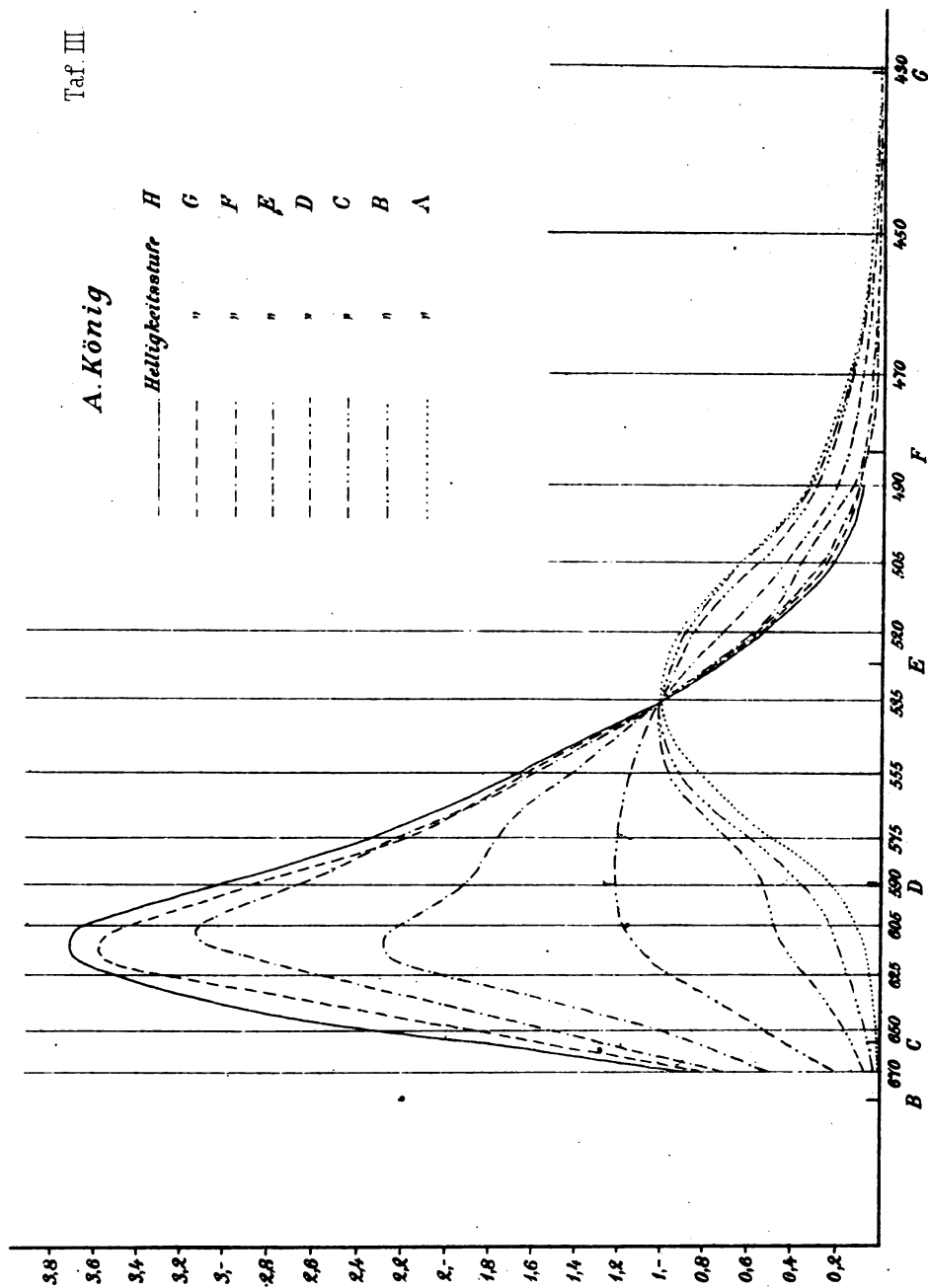


„Horizontaler Meridian der Welt des Auges  
vom **Blauwal** (*Balaenoptera Sibbaldus*)

(Natürliche Grösse.)



*A. König*

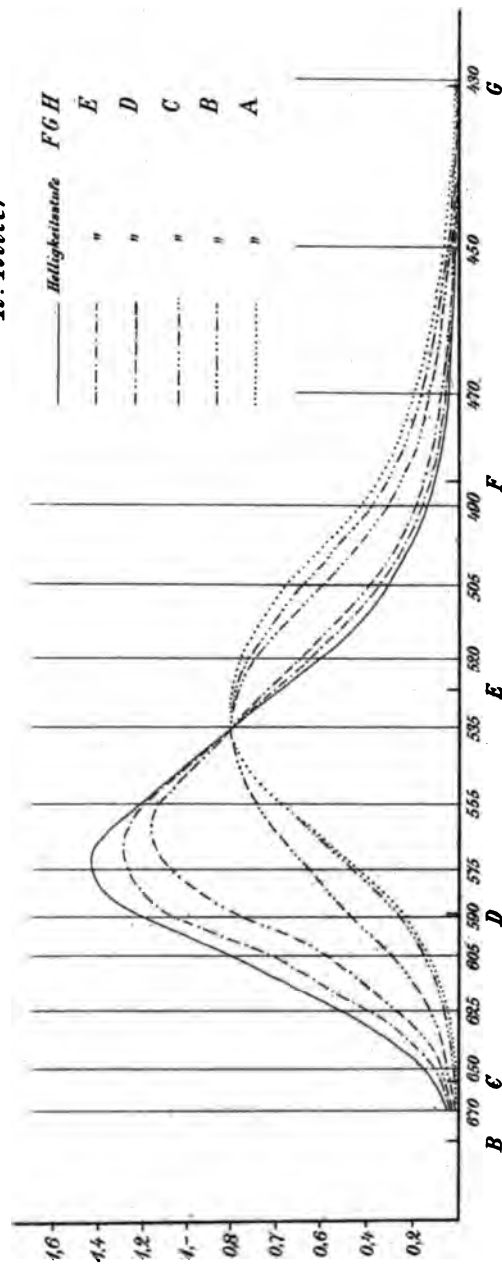


Verlag von Leopold Voss in Hamburg



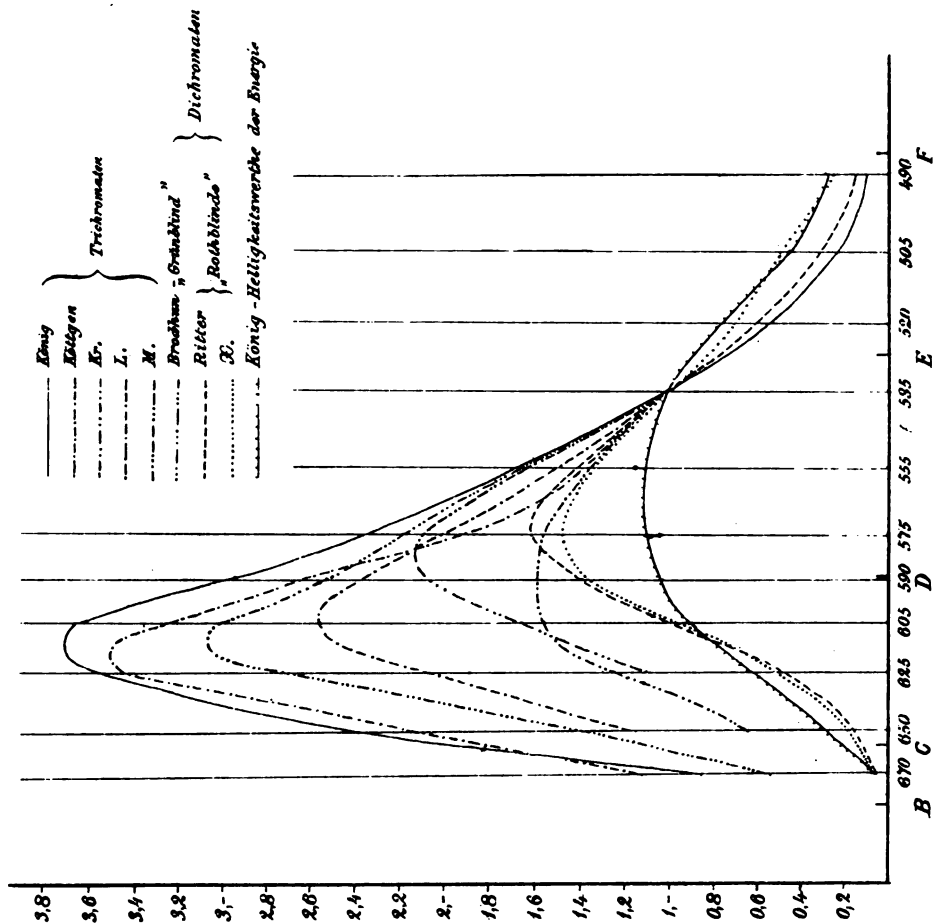


*R. Ritter*





Taf. V



Verlag von Leopold Voss in Leipzig



